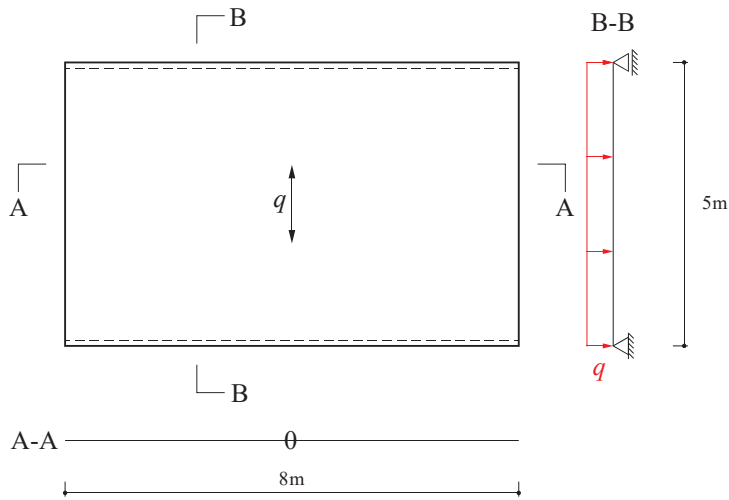


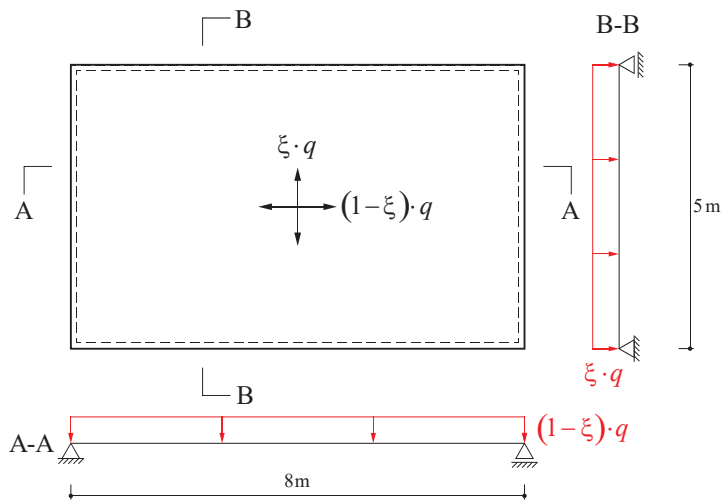
**Aufgabe 1**

a)

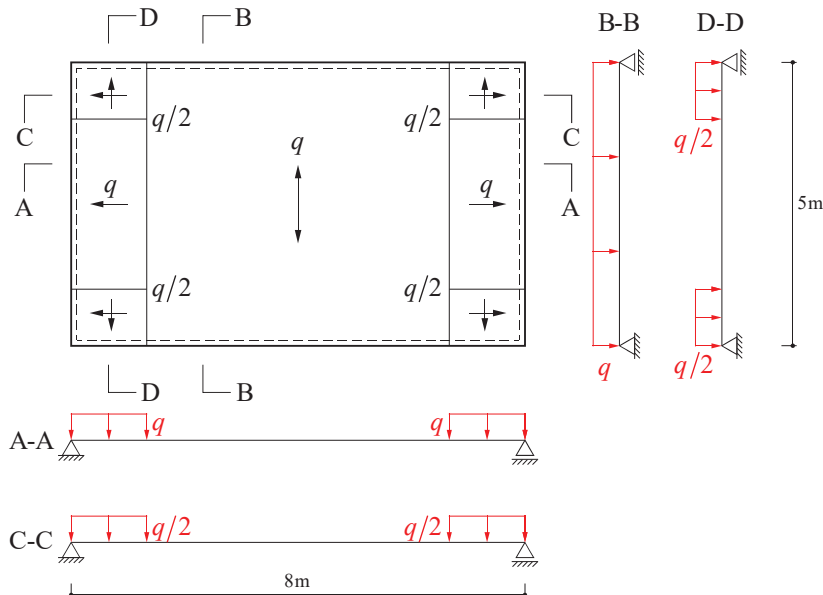


b)

Variante 1:



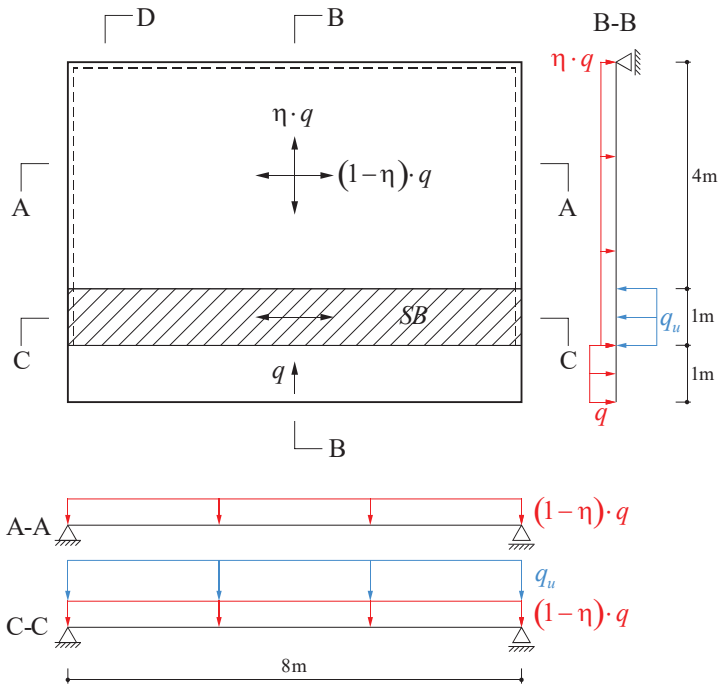
Variante 2:



Alternative  
Lastauf-  
teilung

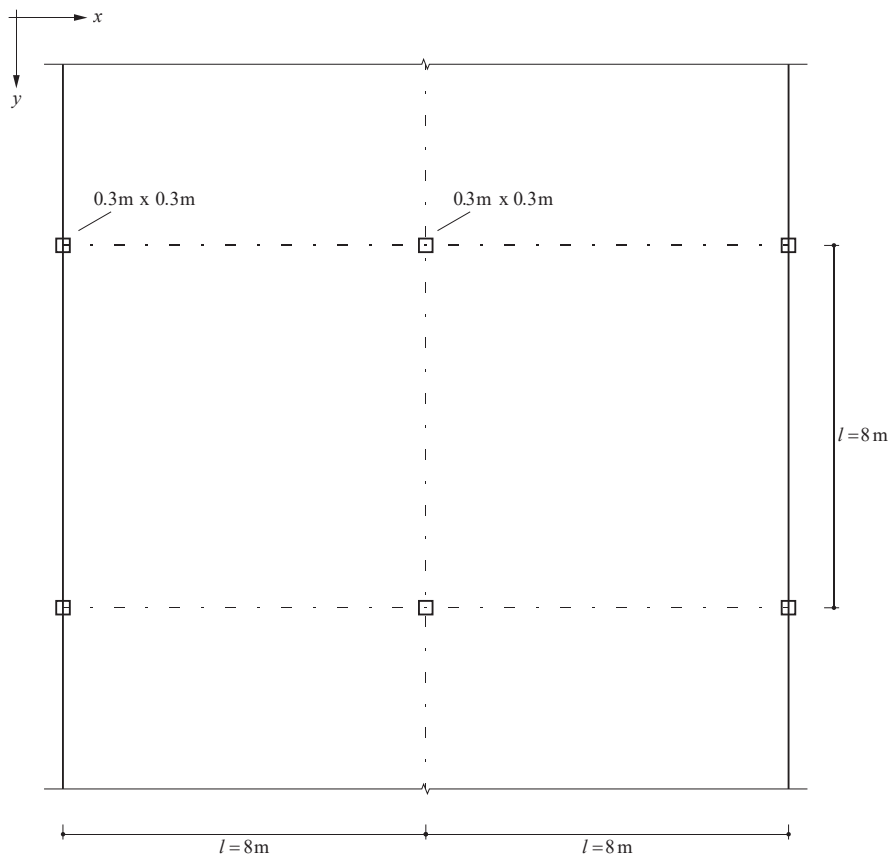
Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 2/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

c)



### Aufgabe 2

#### a) Geometrie und Mindestbewehrung



Plattenstärke:  $h \approx \frac{l_x + l_y}{50} = 0.32 \rightarrow \text{Wahl: } h = 0.34 \text{ m}$

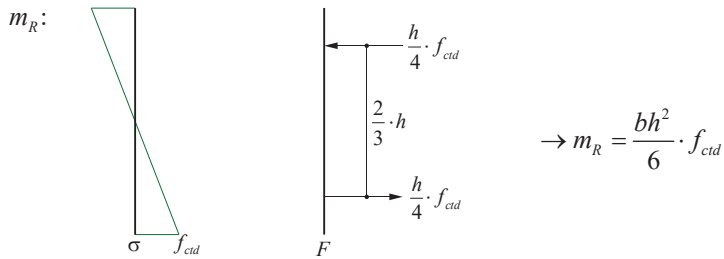
Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 3/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

Baustoffe:  
 Beton C25/30  $f_{cd} = 16.5 \text{ MPa}$   
 $f_{ctm} = 2.6 \text{ MPa}$   
 $\tau_{cd} = 1.0 \text{ MPa}$   
 $E_c = 32.1 \text{ GPa}$   
 $c_{nom} = 30 \text{ mm}$

Betonstahl B500B  $f_{sd} = 435 \text{ MPa}$

Mindestbewehrung:

kein Biegeversagen bei Risslast:  $m_{Rd,min} \stackrel{!}{=} m_R$



$$\rightarrow m_R = \frac{bh^2}{6} \cdot f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = k_t \cdot f_{ctk,0.95} = 3.2 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,0.95} = 1.3 f_{ctm} = 3.4 \text{ MPa}$$

$$k_t = \frac{1}{1+0.5t} = 0.95 \text{ (konservativ kann } k_t \text{ zu 1 angenommen werden)}$$

$$t = \frac{h}{3} = 0.1133 \text{ m}$$

$$\rightarrow m_R = 62 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$m_{Rd} = a_s \cdot f_{sd} \left( d - \frac{a_s \cdot f_{sd}}{2b \cdot f_{cd}} \right) \stackrel{!}{=} m_R$$

$$d = h - c_{com} - \frac{\emptyset}{2} = 298 \text{ mm}$$

$$\rightarrow a_{s,erf} = 479 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Wahl: } \emptyset 12 @ 200 \rightarrow a_{s,min} = 565 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$m_{Rd,min,x} = 73 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m_R = 62 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \rightarrow \text{i.O.}$$

$$m_{Rd,min,y} = 68 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m_R = 62 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \rightarrow \text{i.O.}$$

SIA 262  
4.4.1.4  
3.1.2.2.5  
4.4.1.3

Annahme:  
Ø12

$d = 286 \text{ mm}$

**b) Erforderliche Biegebewehrung und zu erwartende Durchbiegungen**

Einwirkungen:

$$g_{0k} = h \cdot \gamma_c = 8.5 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{1k} = 2 \text{ kN/m}^2$$

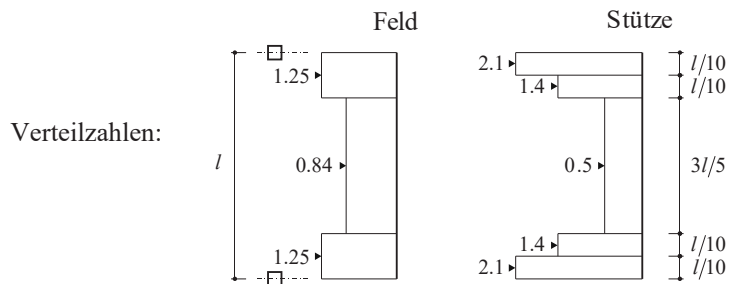
$$q_k = 3 \text{ kN/m}^2$$

$$q_d = 1.35 \cdot (g_{0k} + g_{1k}) + 1.5 \cdot q_k = 18.7 \text{ kN/m}^2$$

SIA 261  
Tab. 8

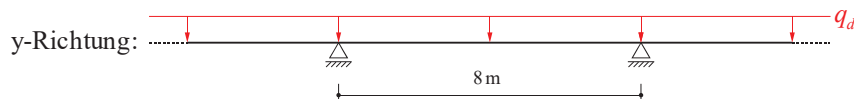
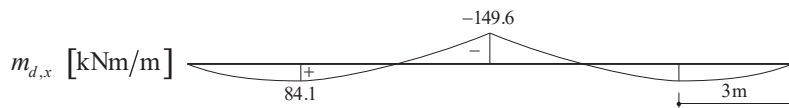
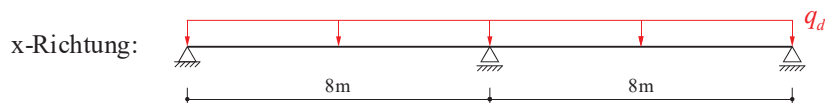
Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 4/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

Schnittkräfte: Methode der stellvertretenden Rahmen

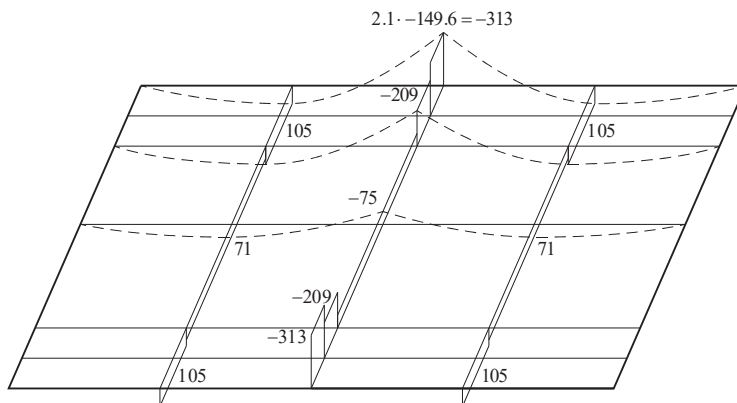


Lastverteilung:  $q_x = q_y = q_d$

Bemessungsmomente:

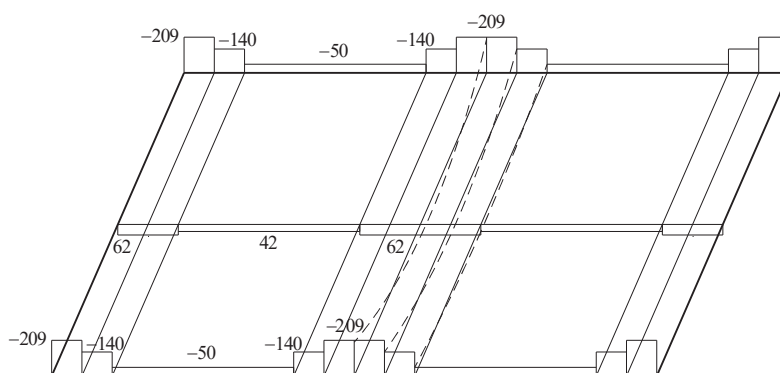


Momentenverteilung in x-Richtung:



$\left[ \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \right]$

Momentenverteilung y-Richtung:



$\left[ \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \right]$

Flachdecke  
VL 7.2, S.47

2-Feldträger

Durchlaufträger

Momentenwiderstände:

x-Richtung: 1./4. Lage  $\rightarrow d_x = h - c_{nom} - \frac{\emptyset}{2}$

y-Richtung: 2./3. Lage  $\rightarrow d_y = h - c_{nom} - \emptyset_x - \frac{\emptyset}{2}$

Annahme:  
 $\emptyset_x = 20\text{mm}$

@200mm:

$\emptyset$ [mm]	12	14	16	18	20	22	26
$m_{Rd,x}$ [kNm/m]	73	98	126	157	191	226	303
$m_{Rd,y}$ [kNm/m]	68	91	118	146	177	210	244

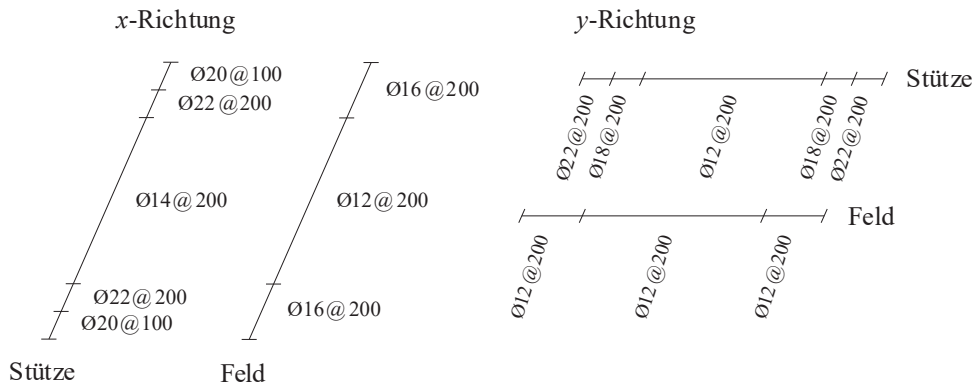
↑  
 $m_{Rd,min}$

@100mm:

$\emptyset$ [mm]	12	14	16	18	20	22	26
$m_{Rd,x}$ [kNm/m]	142	189	241	296	353	-	-

↑  
 $\frac{x}{d} = 0.32$        $\frac{x}{d} \geq 0.35$

Bewehrungsführung:



Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 6/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

Durchbiegungen:

$$w = c \cdot \frac{5}{384} \frac{ql^4}{D}, \quad D = \frac{EI}{1-\nu^2}, \quad c = f(\text{Lagerung})$$

- Ungerissene Biegesteifigkeit

$$i_B^I = \frac{bh^3}{12} = 3.275 \cdot 10^9 \text{ mm}^4/\text{m}$$

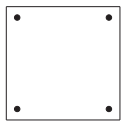
$$Ei^I = E_c \cdot i_B^I = 105.1 \text{ MNm}^2/\text{m}$$

$$t \rightarrow \infty: E_{cc} = \frac{E_c}{1+\varphi} = 10.7 \text{ kN/mm}^2$$

$$Ei_{t \rightarrow \infty}^I = 35.0 \text{ MNm}^2/\text{m}$$

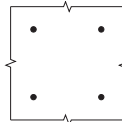
- $\nu = 0.2$

- $c$ :



$$c = 2.25$$

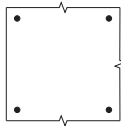
Eckgestützte  
Quadratplatte



$$c = 0.446$$

Innenfeld einer  
Flachdecke mit  
quadratischem  
Stützenraster

Kombination:



$$c \approx \frac{3 \cdot 0.446 + 2.25}{4} = 0.90$$

- $q = (g_0 + g_1)_k = 10.5 \text{ kN/m}^2$

$$\rightarrow w_{\text{max},\infty} = 13.8 \text{ mm}$$

Die Durchbiegungen hängen von der Tragwirkung der Platte (Faktor  $c$ ) und insbesondere von der Biegesteifigkeit ab ( $Ei \rightarrow$  Reissen!). Beachten Sie, dass die Biegesteifigkeit mit dem Reissen des Querschnitts substantiell abnimmt. Die Platte wird weicher und die Durchbiegungen wachsen entsprechend an.

VL 7.1, S.28

Bruttoquer-  
schnittswerte

$\varphi = 2$

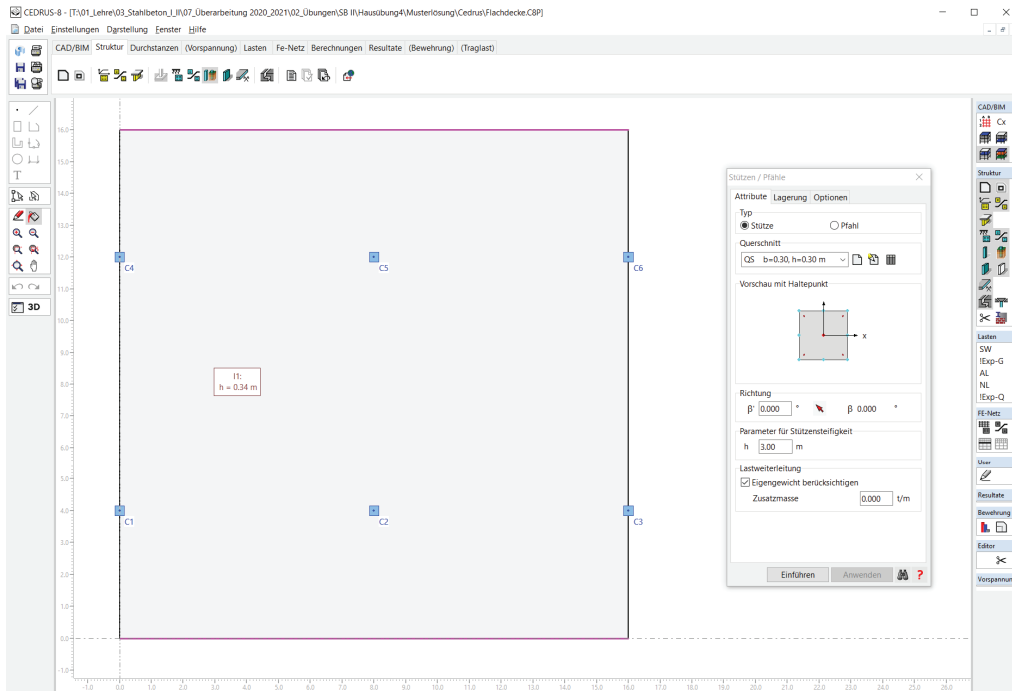
SIA 262  
3.1.2.3.5

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 7/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

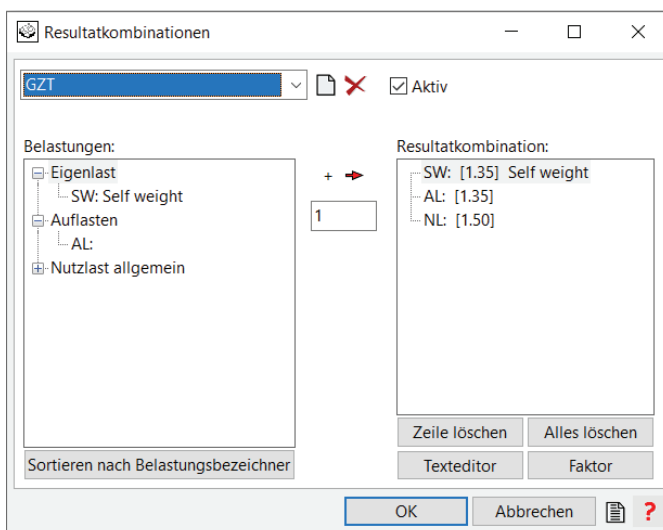
c) Dimensionierung mit FEM-Modell

Vorgehen Cedrus Modellierung:

- Die Platte wird wie in der Skizze auf S.2 modelliert und dabei werden zwei Symmetrielinien in x-Richtung eingeführt (pinke Linien), damit der Modellierungsaufwand reduziert wird. Bei Symmetrielinien kann sich die Platte frei durchbiegen jedoch in ihrer Achse nicht verdrehen. Die Stützen werden als Punktlager mit unendlicher Dehnsteifigkeit modelliert:



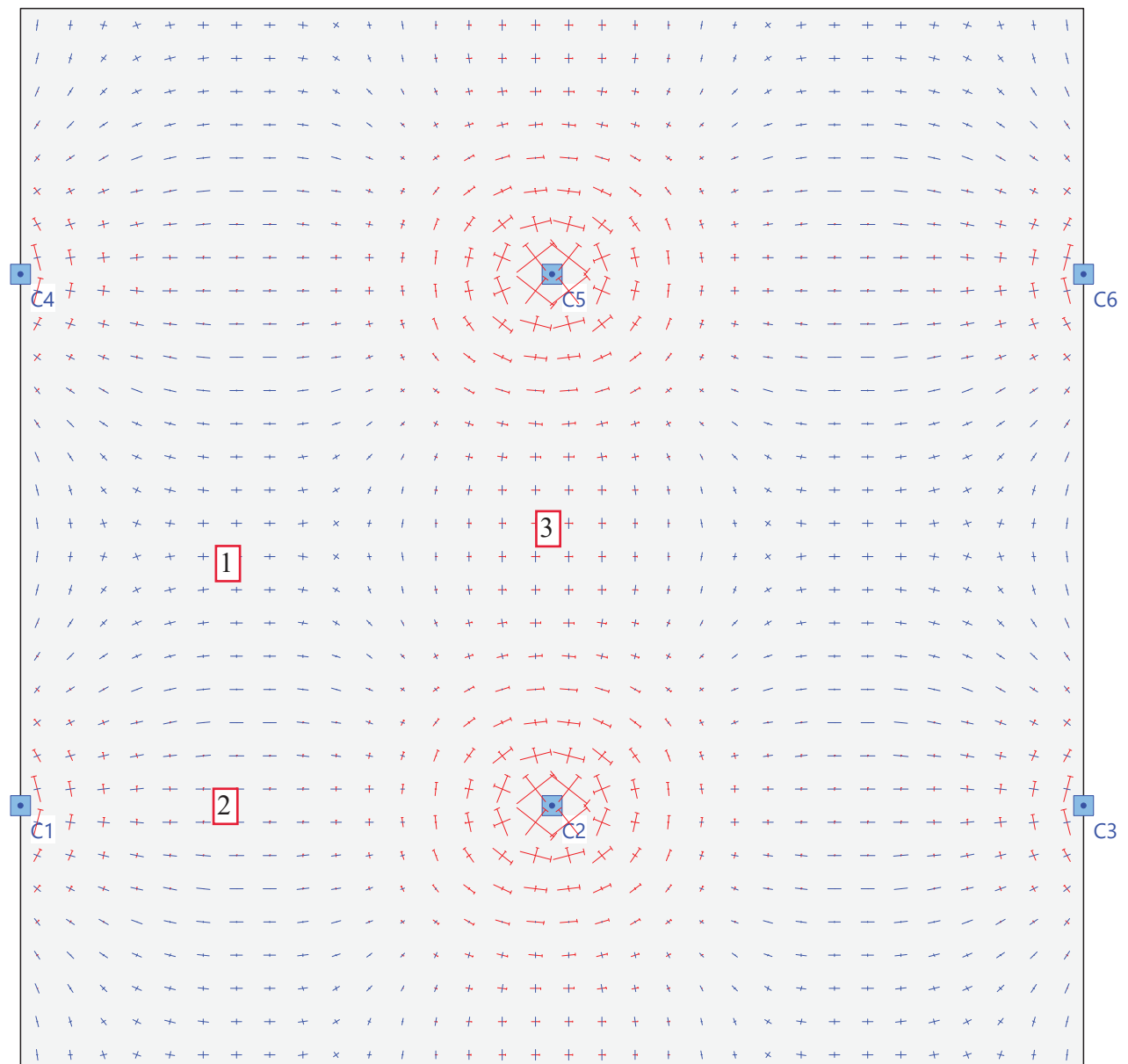
- Lasten definieren (Eigengewicht mittels Beschleunigungslast/Eigengewicht, Auf- und Nutzlast als Flächenlast auf gesamte Struktur aufbringen).
- FE-Netz: Maximale Seitenlänge zu 0.5m wählen.
- Berechnungen: Resultatkombinationen GZT und GZG-ständige Lasten selbst erstellen.



- Resultate: Siehe folgende Seiten.

Hauptmomente: Resultatkombination GZT

Mstb. 1:100.0



Die Betrachtung der Hauptmomente ermöglicht es, auf die Tragwirkung der Platte zu schliessen. In Plattenmitte (1) trägt die Platte in beide Richtungen, zwischen den Stützen (2) vor allem in x-Richtung. Im mittleren Bereich (3) sowie etwas weniger ausgeprägt bei (2) treten negative Hauptmomente auf, was das Auftreten einer Durchlaufwirkung anzeigt.

Nr.:



Schnittkräfte  $m_x$  [kN]: Resultatkombination GZT

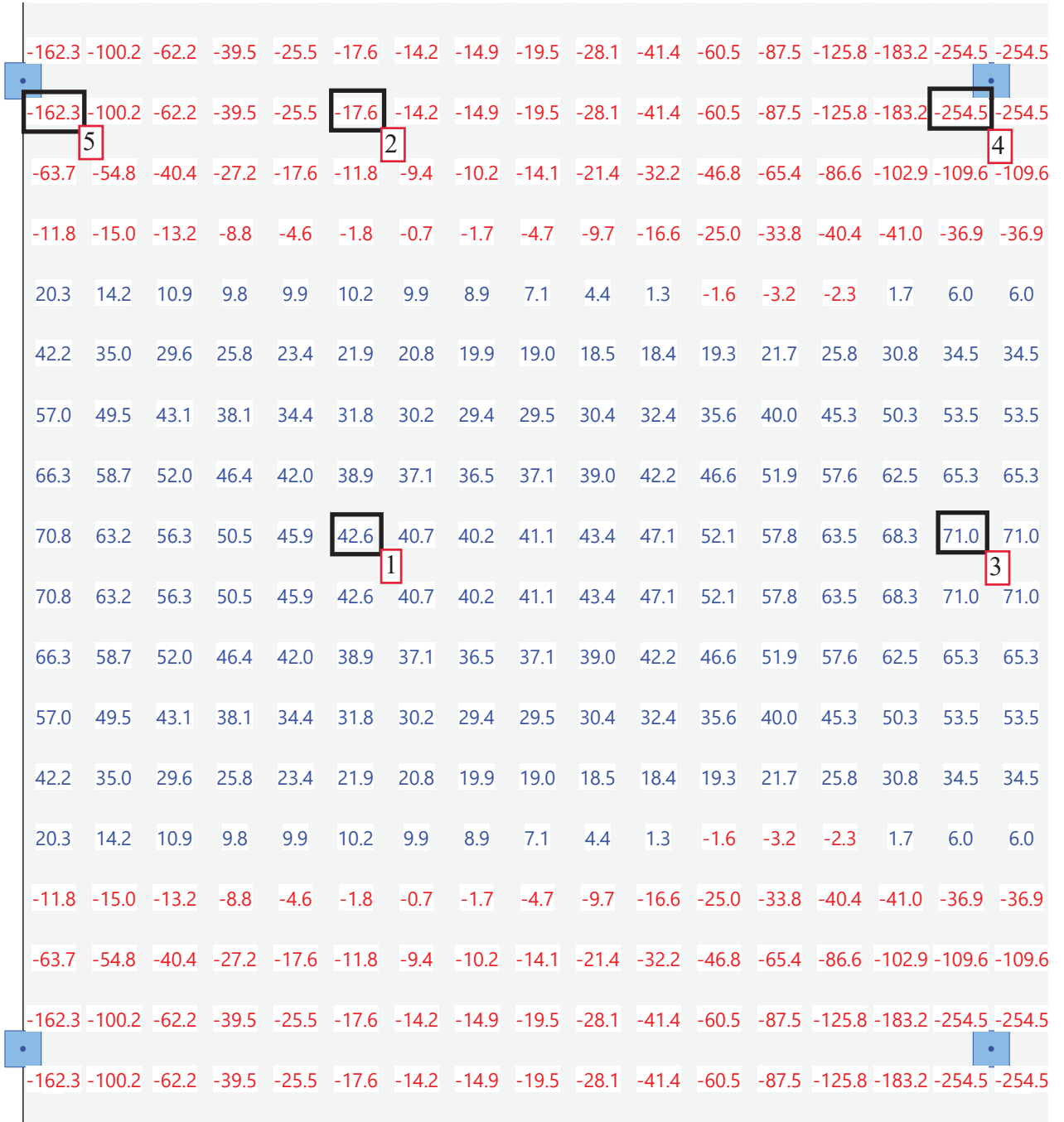
Mstb. 1 :51.8 (-0.39,3.43..8.41,12.55)

30.6	59.8	77.3	88.5	95.3	98.2	97.1	92.0	82.7	68.8	49.9	24.9	-8.6	-55.4	-130.6	-276.9	-276.9
30.6	59.8	77.3	88.5	95.3	98.2	97.1	92.0	82.7	68.8	49.9	24.9	-8.6	-55.4	-130.6	-276.9	-276.9
13.6	47.4	69.1	83.2	91.7	95.4	94.7	89.7	80.4	66.3	47.0	21.3	-12.9	-59.6	-124.2	-205.8	-205.8
11.7	37.7	60.0	76.0	85.9	90.6	90.5	85.8	76.3	62.0	42.3	16.4	-17.0	-59.3	-108.2	-148.9	-148.9
10.9	33.1	53.4	69.3	79.8	85.2	85.5	80.9	71.5	57.1	37.5	12.4	-18.1	-53.1	-87.8	-111.4	-111.4
10.4	30.7	49.1	64.1	74.5	80.0	80.5	76.1	66.7	52.4	33.5	10.0	-16.9	-45.2	-70.3	-85.8	-85.8
10.1	29.2	46.3	60.4	70.3	75.7	76.3	71.9	62.6	48.8	30.6	9.0	-14.7	-38.0	-57.3	-68.5	-68.5
9.9	28.3	44.7	58.0	67.6	72.7	73.2	68.9	59.8	46.2	28.8	8.7	-12.7	-32.8	-48.8	-57.7	-57.7
9.8	27.9	43.9	56.8	66.2	71.2	71.7	67.3	58.3	45.0	28.0	8.6	-11.5	-30.1	-44.6	-52.6	-52.6
9.8	27.9	43.9	56.8	66.2	71.2	71.7	67.3	58.3	45.0	28.0	8.6	-11.5	-30.1	-44.6	-52.6	-52.6
9.9	28.3	44.7	58.0	67.6	72.7	73.2	68.9	59.8	46.2	28.8	8.7	-12.7	-32.8	-48.8	-57.7	-57.7
10.1	29.2	46.3	60.4	70.3	75.7	76.3	71.9	62.6	48.8	30.6	9.0	-14.7	-38.0	-57.3	-68.5	-68.5
10.4	30.7	49.1	64.1	74.5	80.0	80.5	76.1	66.7	52.4	33.5	10.0	-16.9	-45.2	-70.3	-85.8	-85.8
10.9	33.1	53.4	69.3	79.8	85.2	85.5	80.9	71.5	57.1	37.5	12.4	-18.1	-53.1	-87.8	-111.4	-111.4
11.7	37.7	60.0	76.0	85.9	90.6	90.5	85.8	76.3	62.0	42.3	16.4	-17.0	-59.3	-108.2	-148.9	-148.9
13.6	47.4	69.1	83.2	91.7	95.4	94.7	89.7	80.4	66.3	47.0	21.3	-12.9	-59.6	-124.2	-205.8	-205.8
30.6	59.8	77.3	88.5	95.3	98.2	97.1	92.0	82.7	68.8	49.9	24.9	-8.6	-55.4	-130.6	-276.9	-276.9
30.6	59.8	77.3	88.5	95.3	98.2	97.1	92.0	82.7	68.8	49.9	24.9	-8.6	-55.4	-130.6	-276.9	-276.9

Mit den Schnittkräften  $m_x$ ,  $m_y$  und  $m_{xy}$  wird die Platte mittels der Normalmomenten-Fließbedingung bemessen.  
Für die Bemessung werden die hier markierten 5 Punkte berücksichtigt.

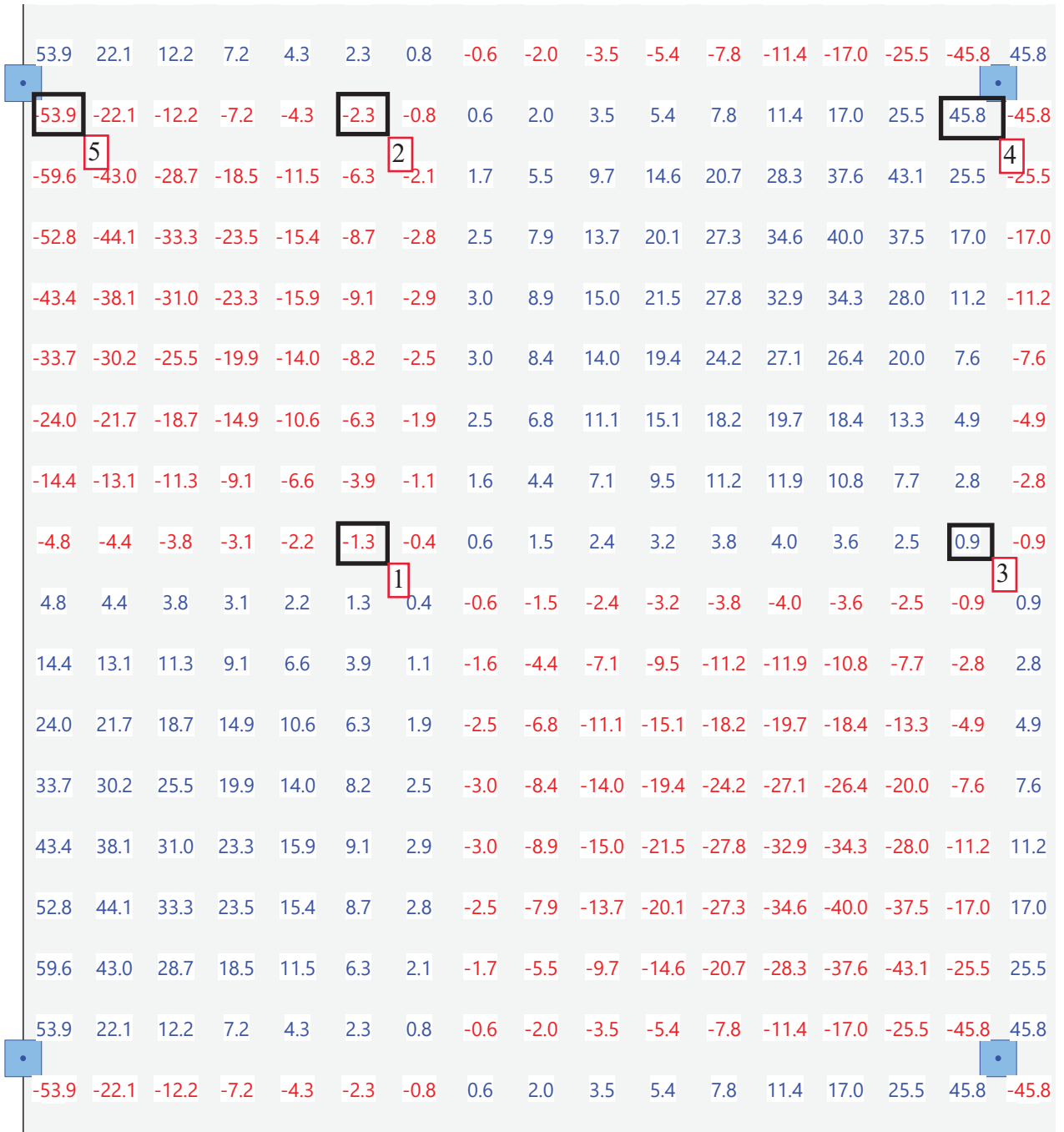
Schnittkräfte my [kN]: Resultatkombination GZT

Mstb. 1 :51.8 (-0.39,3.43..8.41,12.55)



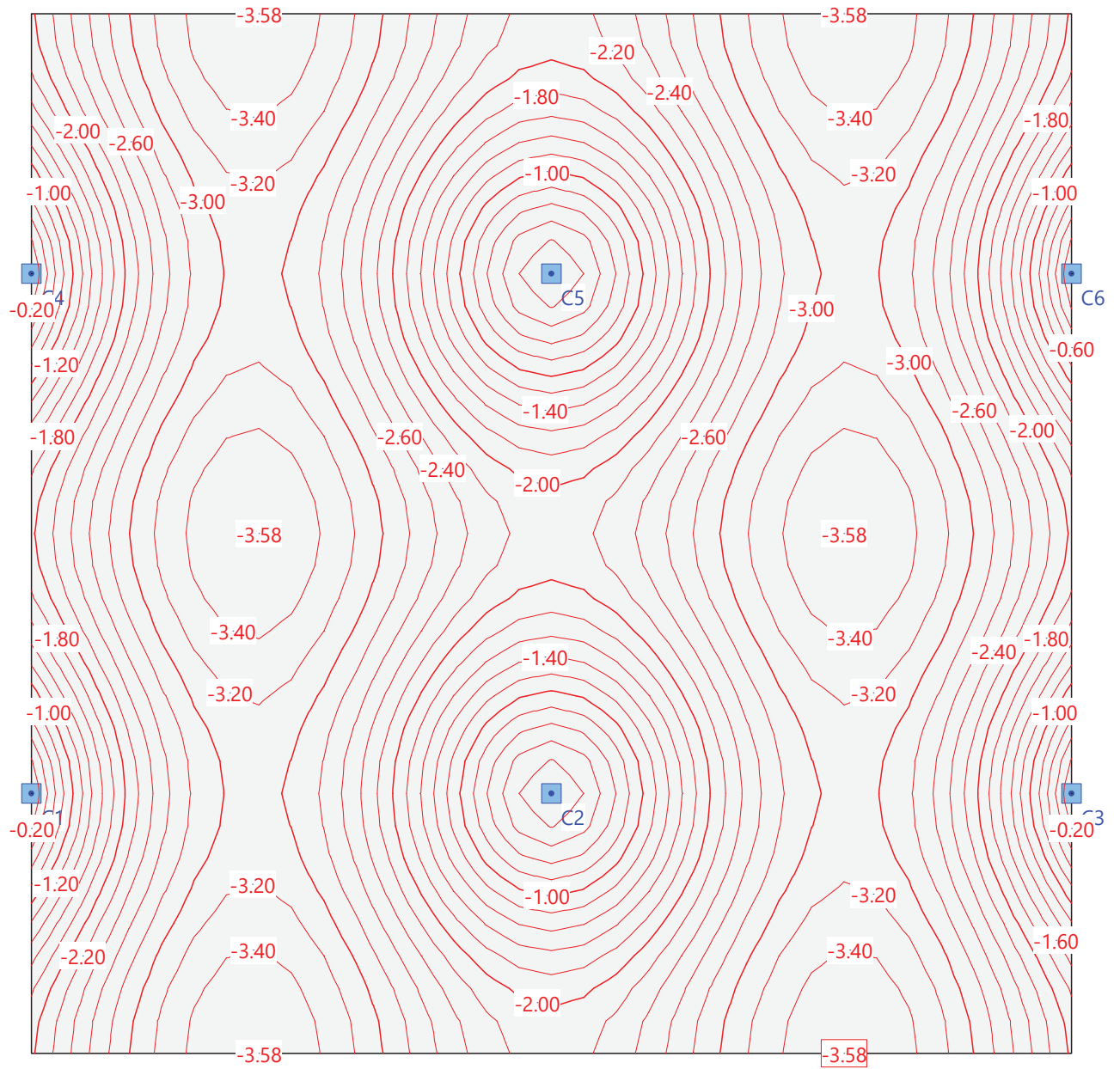
Schnittkräfte mxy [kN]: Resultatkombination GZT

Mstb. 1 :51.8 (-0.39,3.43..8.41,12.55)



Durchbiegungen [mm], Äquidistanz: 0.20 [mm], Referenzlinie: 0.00  
Resultatkombination GZG-ständigeLasten

Mstb. 1:100.0



Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 13/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

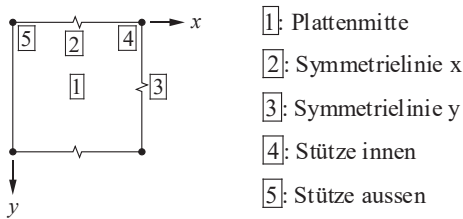
Linearisierte Fließbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} m_{Rd,x} &\geq m_{x,d} + \cot \alpha_{inf} |m_{xy,d}| \\ m_{Rd,y} &\geq m_{y,d} + \tan \alpha_{inf} |m_{xy,d}| \end{aligned} \right\} \text{pos. Momente}$$

$$\left. \begin{aligned} m'_{Rd,x} &\geq -m_{x,d} + \cot \alpha_{sup} |m_{xy,d}| \\ m'_{Rd,y} &\geq -m_{y,d} + \underbrace{\tan \alpha_{sup}}_{=1} |m_{xy,d}| \end{aligned} \right\} \text{neg. Momente}$$

SIA 262  
4.3.2.6  
 $\alpha_{inf} = \alpha_{sup}$   
 $= 45^\circ$

Die Berechnung beschränkt sich auf 5 Punkte:



$m_{x,d}$ ,  $m_{y,d}$  und  $m_{xy,d}$  bezeichnen die Einwirkungen aus der Cedrus Berechnung.  
 $m'_{dx}$ ,  $m'_{dy}$ ,  $m'_{dx}$  und  $m'_{dy}$  stehen für die Bemessungsmomente, für welche die Bewehrung bestimmt wird.

Punkt 1:

$$m_{x,d} = 71.2 \text{ kN}, m_{y,d} = 42.6 \text{ kN}, m_{xy,d} = -1.3 \text{ kN}$$

$$m_{dx} = m_{x,d} + |m_{xy,d}| = 72.5 \text{ kN}$$

$$m_{dy} = m_{y,d} + |m_{xy,d}| = 43.9 \text{ kN}$$

$$\left. \begin{aligned} m'_{dx} &= -m_{x,d} + |m_{xy,d}| = -69.9 \text{ kN} \\ m'_{dy} &= -m_{y,d} + |m_{xy,d}| = -41.3 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \leq 0 \rightarrow \text{statisch keine Bewehrung erforderlich}$$

$$m_{Rd,min,x} = 73 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m_{dx} \rightarrow \text{i.O.}$$

$$m_{Rd,min,y} = 68 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m_{dy} \rightarrow \text{i.O.}$$

$$[\text{kN}] \triangleq \left[ \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \right]$$

Punkt 2:

$$m_{x,d} = 98.2 \text{ kN}, m_{y,d} = -17.6 \text{ kN}, m_{xy,d} = -2.3 \text{ kN}$$

$$m_{dx} = m_{x,d} + |m_{xy,d}| = 100.5 \text{ kN}$$

$$\left. \begin{aligned} m_{dy} &= m_{y,d} + |m_{xy,d}| = -15.3 \text{ kN} \\ m'_{dx} &= -m_{x,d} + |m_{xy,d}| = -95.9 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \leq 0$$

$$m'_{dy} = -m_{y,d} + |m_{xy,d}| = 19.9 \text{ kN}$$

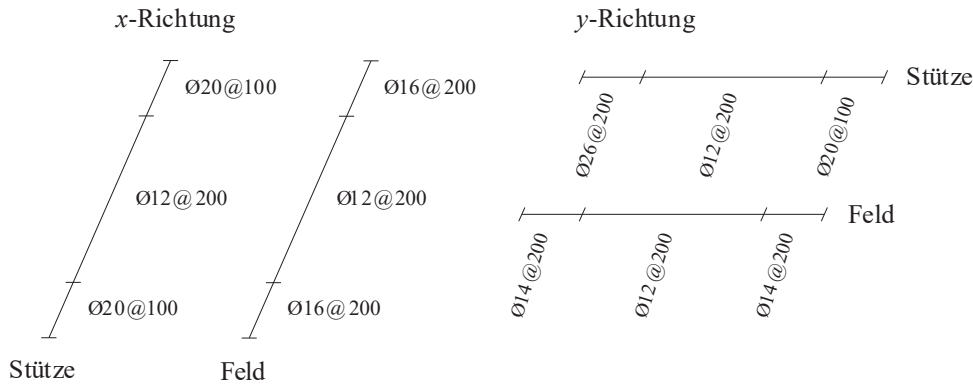
$$m_{Rd,min,y} = 68 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m'_{dy} \rightarrow \text{i.O.}$$

$$\text{Wahl x-Richtung untere Lage: } \emptyset 16 @ 200 \rightarrow m_{Rd,x} = 126 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m_{dx} \rightarrow \text{i.O.}$$

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 14/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021
<p>Punkt 3:</p> $m_{x,d} = -52.6 \text{ kN}, m_{y,d} = 71.0 \text{ kN}, m_{xy,d} = 0.9 \text{ kN}$ $m_{dx} = m_{x,d} +  m_{xy,d}  = -51.7 \text{ kN} \leq 0$ $m_{dy} = m_{y,d} +  m_{xy,d}  = 71.9 \text{ kN}$ $m'_{dx} = -m_{x,d} +  m_{xy,d}  = 53.5 \text{ kN}$ $m'_{dy} = -m_{y,d} +  m_{xy,d}  = -70.1 \text{ kN} \leq 0$ $m_{Rd,min,x} = 73 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m'_{dx} \rightarrow \text{i.O.}$ <p>Wahl y-Richtung untere Lage: <math>\emptyset 14 @ 200 \rightarrow m_{Rd,y} = 91 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m_{dy} \rightarrow \text{i.O.}</math></p> <p>Punkt 4:</p> $m_{x,d} = -276.9 \text{ kN}, m_{y,d} = -254.5 \text{ kN}, m_{xy,d} = 45.8 \text{ kN}$ $\left. \begin{aligned} m_{dx} &= m_{x,d} +  m_{xy,d}  = -231.1 \text{ kN} \\ m_{dy} &= m_{y,d} +  m_{xy,d}  = -208.7 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \leq 0$ $m'_{dx} = -m_{x,d} +  m_{xy,d}  = 322.7 \text{ kN}$ $m'_{dy} = -m_{y,d} +  m_{xy,d}  = 300.3 \text{ kN}$ <p>Wahl x-Richtung obere Lage: <math>\emptyset 20 @ 100 \rightarrow m_{Rd,x} = 353 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m'_{dx} \rightarrow \text{i.O.}</math></p> <p>Wahl y-Richtung obere Lage: <math>\emptyset 20 @ 100 \rightarrow m_{Rd,y} = 326 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m'_{dy} \rightarrow \text{i.O.}</math></p> <p>Punkt 5:</p> $m_{x,d} = 30.6 \text{ kN}, m_{y,d} = -162.3 \text{ kN}, m_{xy,d} = -53.9 \text{ kN}$ $m_{dx} = m_{x,d} +  m_{xy,d}  = 84.5 \text{ kN}$ $m_{dy} = m_{y,d} +  m_{xy,d}  = -108.4 \text{ kN} \leq 0$ $m'_{dx} = -m_{x,d} +  m_{xy,d}  = 23.3 \text{ kN}$ $m'_{dy} = -m_{y,d} +  m_{xy,d}  = 216.2 \text{ kN}$ $m_{Rd,min,x} = 73 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m'_{dx} \rightarrow \text{i.O.}$ <p>Wahl x-Richtung untere Lage: <math>\emptyset 14 @ 200 \rightarrow m_{Rd,x} = 98 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m_{dx} \rightarrow \text{i.O.}</math></p> <p>Wahl y-Richtung obere Lage: <math>\emptyset 26 @ 200 \rightarrow m_{Rd,y} = 244 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \geq m'_{dy} \rightarrow \text{i.O.}</math></p>		$d_y = 280 \text{ mm}$

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 15/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

Bewehrungsführung:



Durchbiegungen ungerissen:

Die maximale Felddurchbiegung aufgrund ständiger Lasten mit  $EI_{t \rightarrow 0}^I$  beträgt:  $w_{max,0} = 3.6$  mm

Mit  $E_{cc} = \frac{E_c}{1 + \varphi} = \frac{E_c}{3}$ :  $w_{max,\infty} = 10.8$  mm

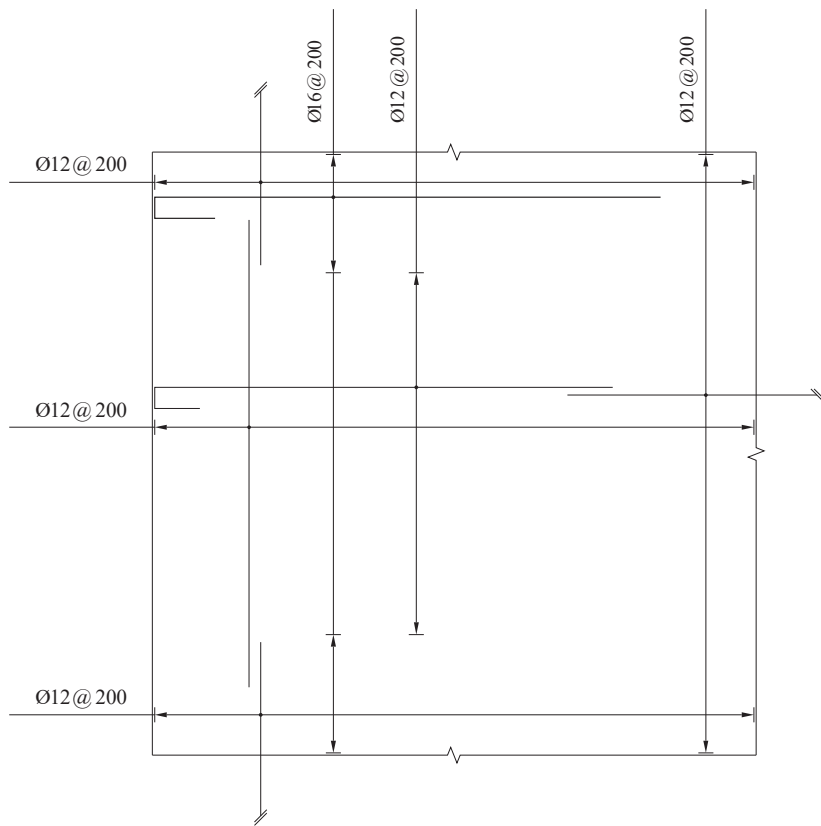
$\varphi = 2$

d) Unterschiede Handrechnung mit FEM

- Die Methode der stellvertretende Rahmen wurde in Anlehnung an die elastische Lösung entwickelt. Es resultieren daher nur kleine Unterschiede zur FEM-Berechnung, die ebenfalls komplett elastisch rechnet.
- Die notwendige Bewehrung in x- und y-Richtung des Feldquerschnitts sowie die Bewehrung des Stützenquerschnitts in x-Richtung sind praktisch identisch.
- Der randseitige Bereich des Stützenquerschnitts trägt gemäss FEM doch noch etwas mehr Last ( $\varnothing 26$  anstatt  $\varnothing 22$ , +40%).
- Die ungerissene Durchbiegung aufgrund der ständigen Lasten sind nach FEM-Berechnung 22% kleiner als mit der Abschätzung. Angesichts der erheblichen Unsicherheiten ist die auf der sicheren Seite liegende Abschätzung durchaus akzeptierbar.

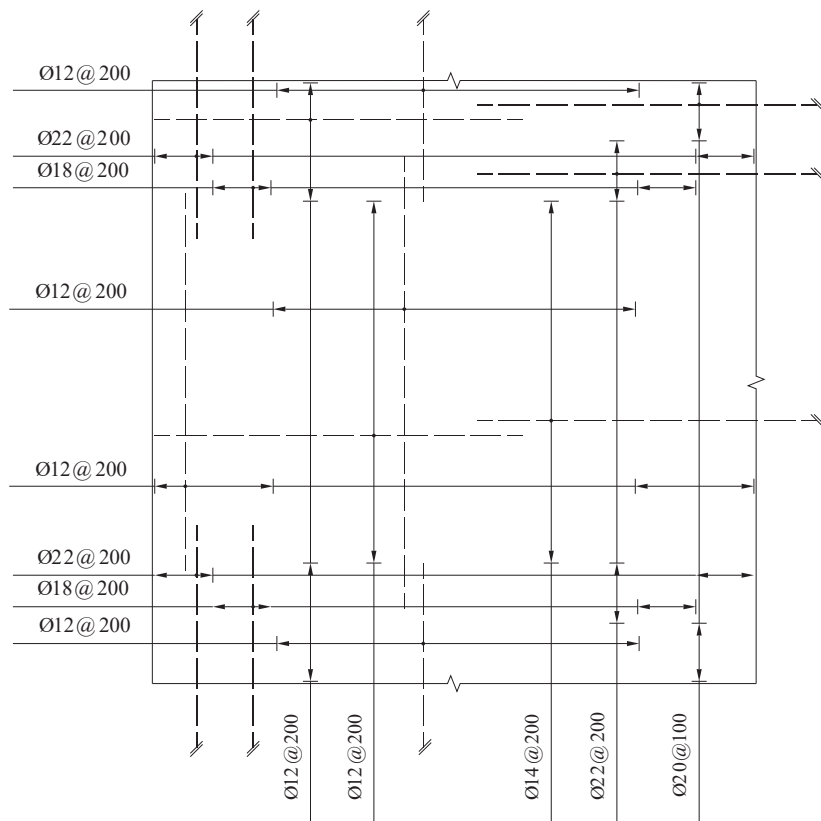
Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 16/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

e) Bewehrungsskizze für Bemessung mit Handrechnung



1:100

untere Lage



obere Lage

f) Es müssten noch Querkraft- und Durchstanznachweise geführt werden.



Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 17/17
Hausübung 4	Musterlösung	fm / 26.05.2021

### Aufgabe 3

Positives Bemessungsmoment:  $m_{n,u}(\varphi) = m_{x,u,min} \cos^2 \varphi + m_{y,u,min} \sin^2 \varphi$

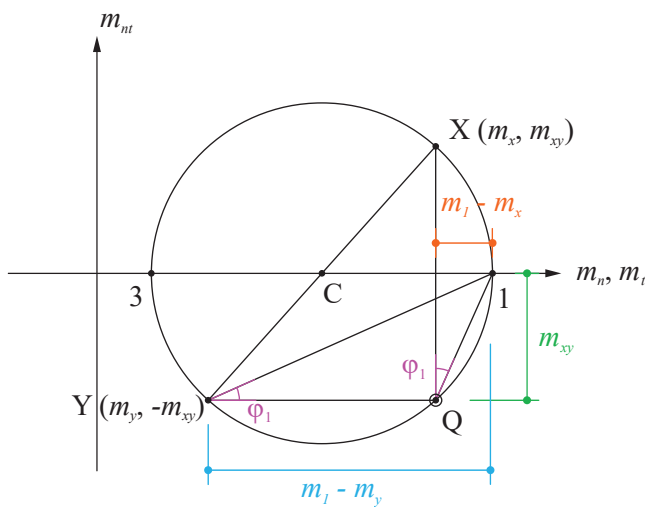
Aus der Normalmomenten-Flie遥bedingung mit  $\varphi_u = \varphi_1$ :

$$m_{x,u,min} = m_x + m_{xy} \tan \varphi_u = m_x + m_{xy} \tan \varphi_1$$

$$m_{y,u,min} = m_y + m_{xy} \cot \varphi_u = m_y + m_{xy} \cot \varphi_1$$

Am Mohr'schen Kreis können folgende Ausdrücke für  $\tan \varphi_1$  gefunden werden:

$$\tan \varphi_1 = \frac{m_1 - m_x}{m_{xy}} = \frac{m_{xy}}{m_1 - m_y}$$



Durch einsetzen folgt:

$$m_{x,u,min} = m_x + m_{xy} \tan \varphi_1 = m_x + m_{xy} \frac{m_1 - m_x}{m_{xy}} = m_1$$

$$m_{y,u,min} = m_y + m_{xy} \cot \varphi_1 = m_y + \frac{m_{xy}}{\tan \varphi_1} = m_y + m_{xy} \frac{m_1 - m_y}{m_{xy}} = m_1$$

Damit wird das positive Bemessungsmoment zu  $m_{n,u}(\varphi) = m_1 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = m_1$ .

Wie man auch bei entsprechender Eingabe in der Applikation Normalmomenten-Flie遥bedingung erkennt, ist das Bemessungsmoment im betrachteten Fall unabhängig von  $\varphi$  und gleich dem Hauptmoment  $m_1$ .

VL 7.2  
S.4

S.5