

Platten – Einfluss von Querkräften

Querkraftwiderstand von Platten – Allgemeine Bemerkungen (→ Stahlbeton I)

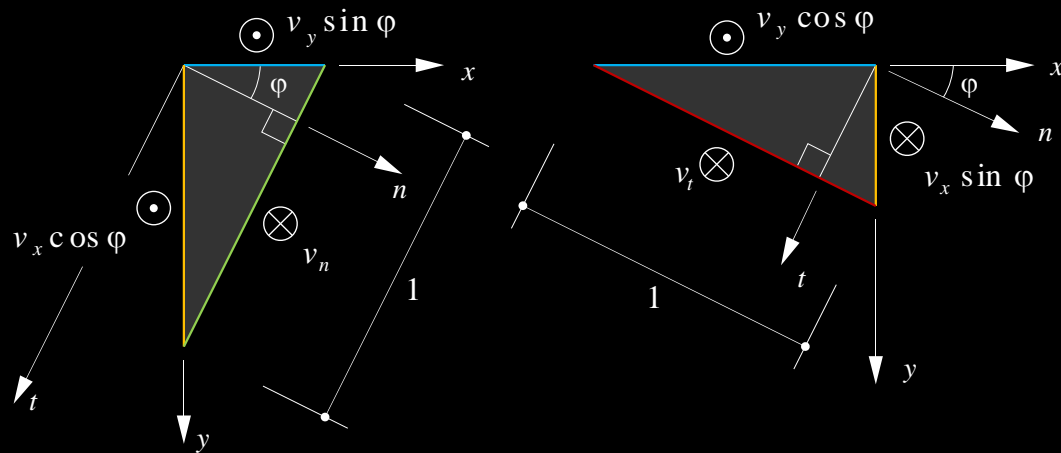
- Platten, insbesondere solche mit Schubbewehrung (dreidimensional bewehrt), sind grundsätzlich sehr **duktiler Tragwerke**.
- Ein **Querkraftversagen** von Platten ohne Schubbewehrung ist jedoch **sehr spröd** → praktisch keine Schnittgrössenumlagerung (Entlastung der betroffenen Bereiche) möglich!
- Bei nach dem unteren Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie bemessenen Platten (*) können die im Verlauf der **Belastungsgeschichte** auftretenden maximalen Querkräfte relativ stark von der Schubbeanspruchung im rechnerischen (Biege-)Bruchzustand abweichen
→ für eine sichere Bemessung müsste grundsätzlich die Querkraftbeanspruchung an jeder Stelle der Platte während der gesamten Belastungsgeschichte überprüft werden.
- In der Praxis wird die Schubtragsicherheit in der Regel nur im Zustand der maximalen Schnittgrössenumlagerung, welcher auch der Biegebemessung zugrunde gelegt wird, überprüft. Dies ist mit nicht unbeträchtlichen Unsicherheiten verbunden, zumal die Querkräfte, welche aus FE-Berechnungen resultieren, stark streuen (Ableitung der Biegemomente, eine Größenordnung weniger genau).
→ **Im Zweifelsfall** ist durch **Anordnung einer Schubbewehrung** ein duktiler Verhalten zu gewährleisten!

(*) gilt auch bei einer Bemessung aufgrund linear elastischer FE-Berechnungen (= Gleichgewichtszustand), da die Rissbildung, Eigenspannungszustände infolge Setzungen, Bauvorgang etc. nie vollständig erfasst werden können!

Platten – Einfluss von Querkräften

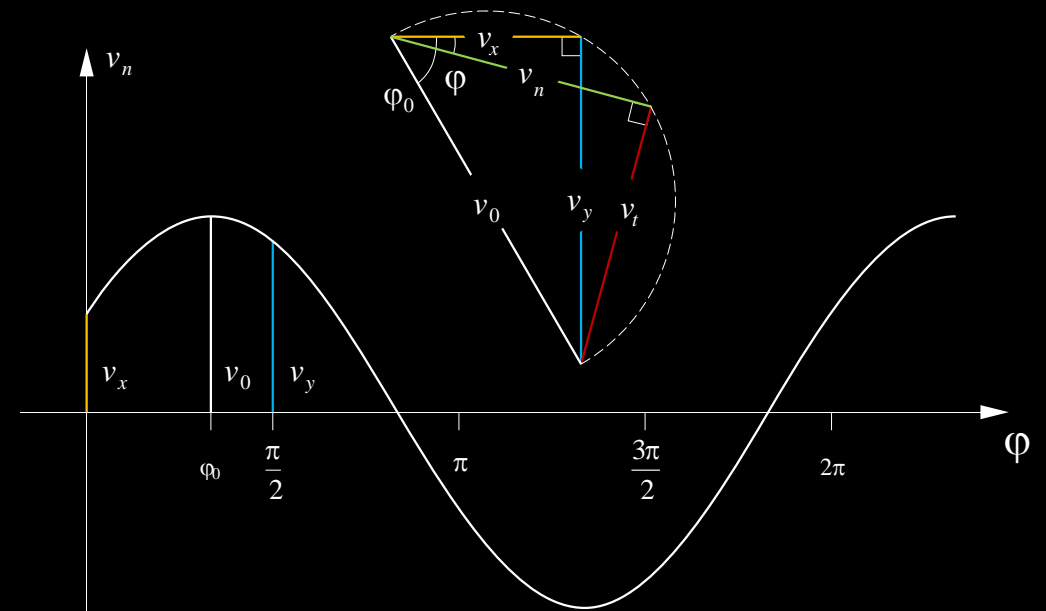
Querkraftwiderstand von Platten – Allgemeine Bemerkungen

- In einer Platte wird an jeder Stelle die **Hauptquerkraft** $v(\varphi_0) = v_0$ in Richtung φ_0 abgetragen; senkrecht dazu ist $v = v(\varphi_0 \pm \pi/2) = 0$.
- Mass für die Schubbeanspruchung: **nominelle Schubbeanspruchung** $\tau_{nom} = v_0/z$ (mit z = Hebelarm der inneren Kräfte).



$$v_n = v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi$$

$$v_t = -v_x \sin \varphi + v_y \cos \varphi$$



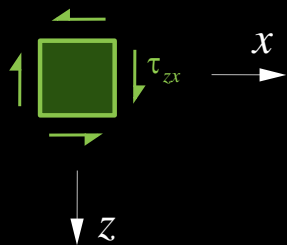
$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\tan \varphi_0 = \frac{v_y}{v_x}$$

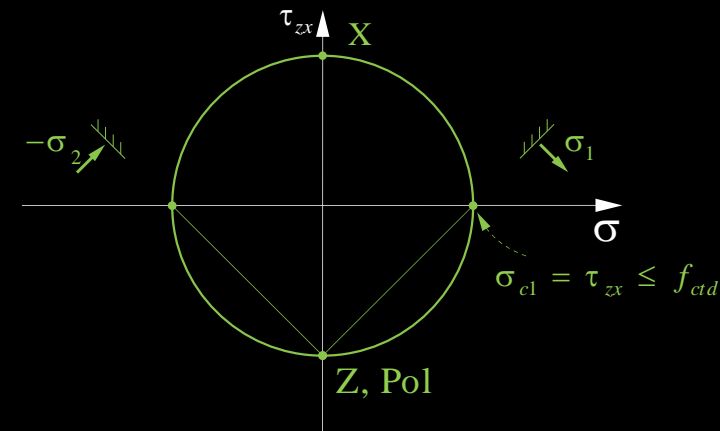
Platten – Einfluss von Querkräften

Querkraftwiderstand von Platten ohne Schubbewehrung

- Schubspannungen entsprechen im **ungerissenen Zustand** einer Hauptzugspannung gleichen Betrags, $\sigma_{c1} = |\tau_{zx}|$
(elastischer Schubfluss: $\tau_{max} = 1.5 \cdot \tau_{nom} = 1.5 \cdot V_0 / z$)
 - Bei **dünnen Platten**, welche gemäss SIA 262 ohne Schubbewehrung ausgeführt werden dürfen, wird somit **implizit die Zugfestigkeit des Betons berücksichtigt** (die in der Regel sogar etwas über dem für unbedeutende Bauteile zulässigen Wert liegt). Dies kann mit folgenden Gründen gerechtfertigt werden:
 - **Höhere Redundanz** als Stabtragwerke (zweiachsiges Tragwerk)
 - **Schubbeanspruchung** i.d.R. **geringer** (ausser in der Umgebung konzentrierter Krafteinleitungen)
 - **Bei Erstrissbildung** unter moderater Schubbeanspruchung **kein Versagen** (sofern Rissrauigkeit ausreicht und Längsbewehrung Reserven aufweist)
- Im Gegensatz zu Stabtragwerken (Mindestbügelbewehrung zwingend) kann daher **bei dünnen Platten oft auf eine Schubbewehrung verzichtet** werden



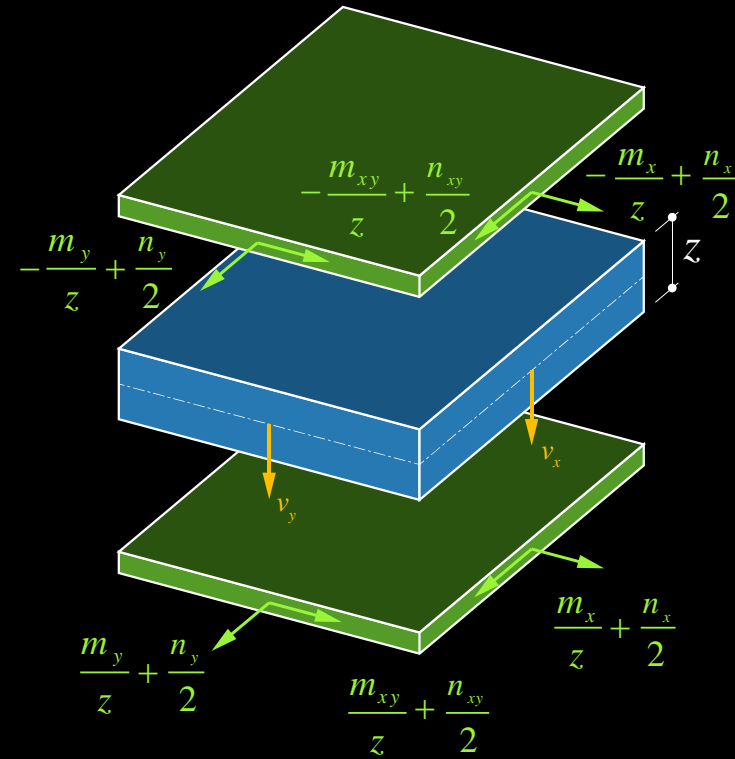
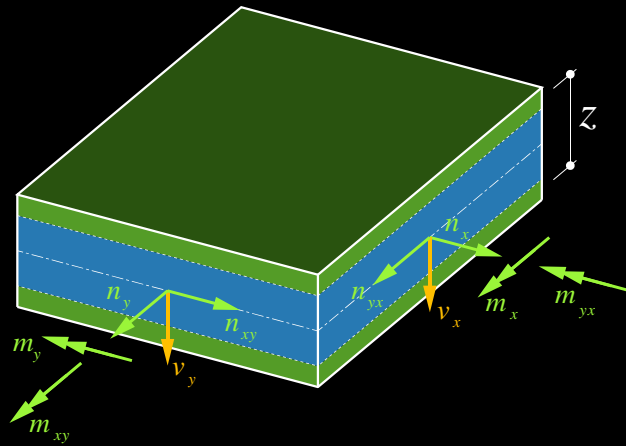
$$\sigma_1 = \tau_{xz} = \frac{V_d}{b_w \cdot z}$$



- NB: Längsdruckspannungen bewirken eine Reduktion der Hauptzugspannung. In früheren Ausgaben der SIA 262 (damals SIA 162) wurde der Schubwiderstand vorgespannter Träger auf dieser Basis überprüft.

Platten – Einfluss von Querkräften

Sandwichmodell



Gleichgewichtslösung (allgemeine Schalenbeanspruchung):

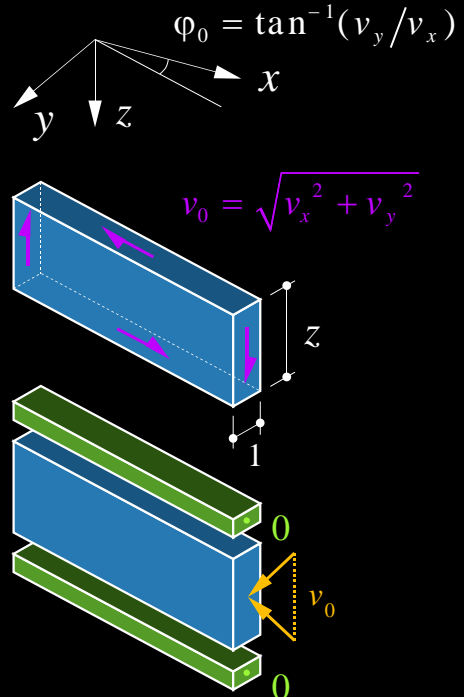
- **Sandwichdeckel** übernehmen **Biege- und Drillmomente** sowie allfällige **Membrankräfte**
 → ebene Beanspruchung, Behandlung als Scheibenelemente mit entsprechender Bewehrung
 (→ siehe Fließbedingungen für Scheibenelemente)
- **Sandwichkern** übernimmt **Querkräfte**
 → Sandwichkern trägt Hauptquerkraft v_0 in der Richtung φ_0 ab und kann in dieser Richtung wie der Steg eines Trägers behandelt werden

NB: Hohe Membran(druck)kräfte: Kern auch dafür nutzbar (Interaktion mit v beachten)

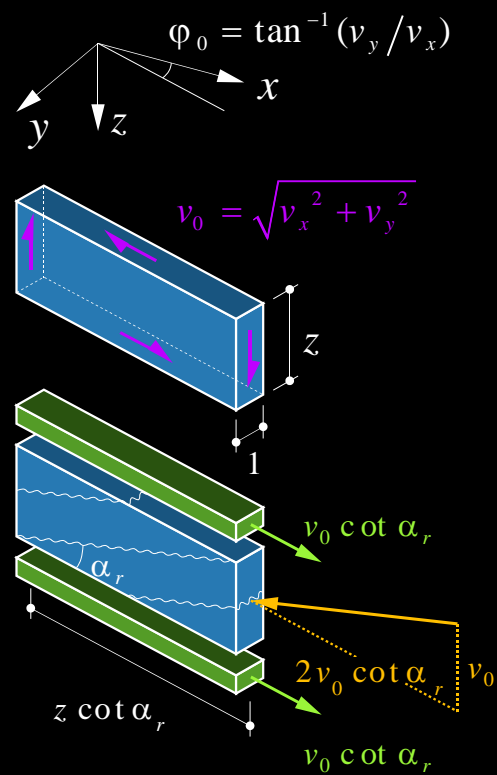
Platten – Einfluss von Querkräften

Sandwichmodell – Kern

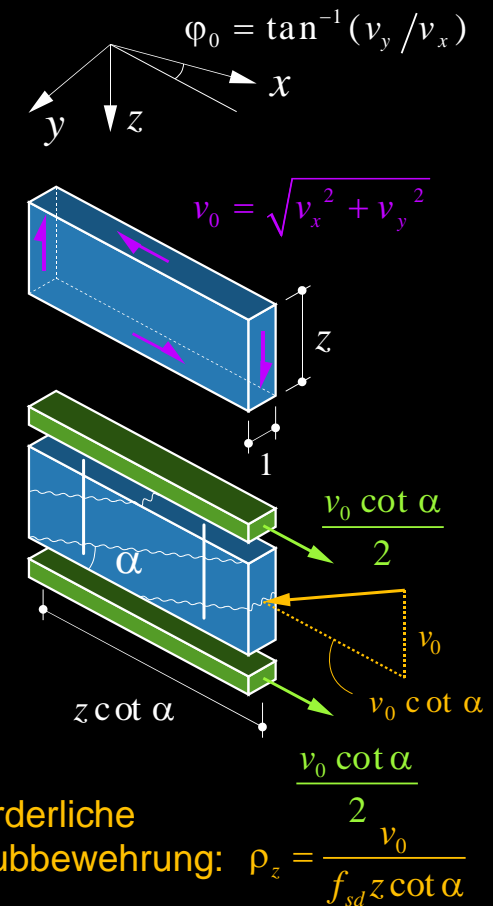
ungerissen (homogen)



gerissen unbewehrt



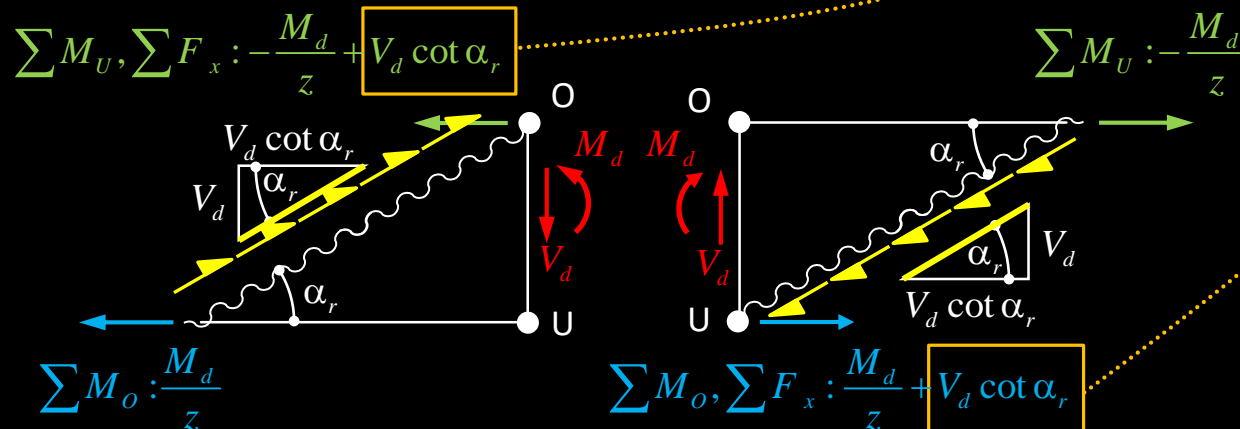
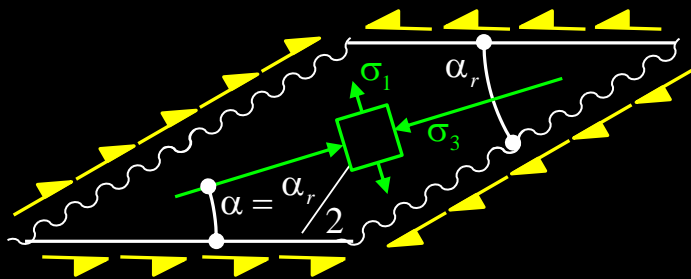
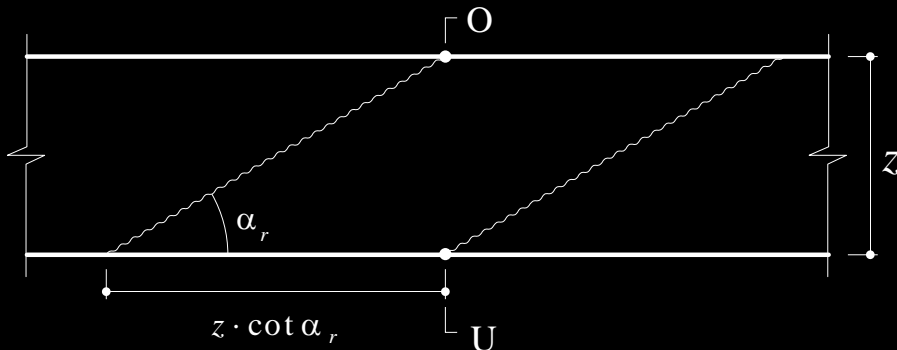
gerissen bewehrt



- Sandwichkern übernimmt Querkräfte
 - Sandwichkern trägt Hauptquerkraft v_0 in der Richtung φ_0 ab und kann in dieser Richtung wie der Steg eines Trägers behandelt werden; Zugkräfte in der Plattenebene sind durch die Sandwichdeckel aufzunehmen (zusätzliche Membranbeanspruchung)

Platten – Einfluss von Querkräften

Gerissener Kern mit Schubspannung in Rissen



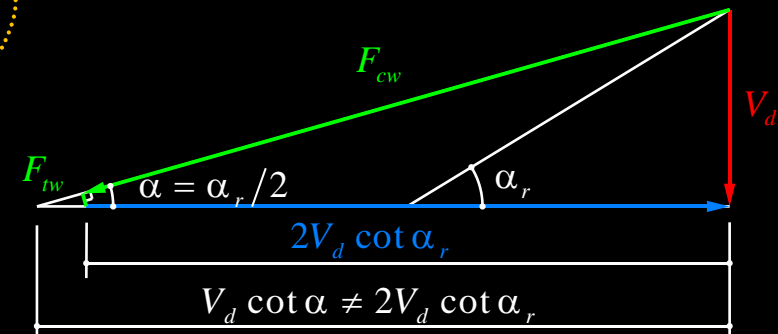
In dünnen Platten tritt bei **Erstrissbildung** unter moderater Schubbeanspruchung **kein Versagen** auf, sofern die **Risssrauigkeit** ausreicht und die **Längsbewehrung** Reserven aufweist.

Gurtkraft infolge V_d doppelt so gross wie beim Fachwerkmodell (mit Bügeln)

→ «**doppeltes Versatzmass**» $z \cot \alpha$ statt $\frac{z}{2} \cot \alpha_r$

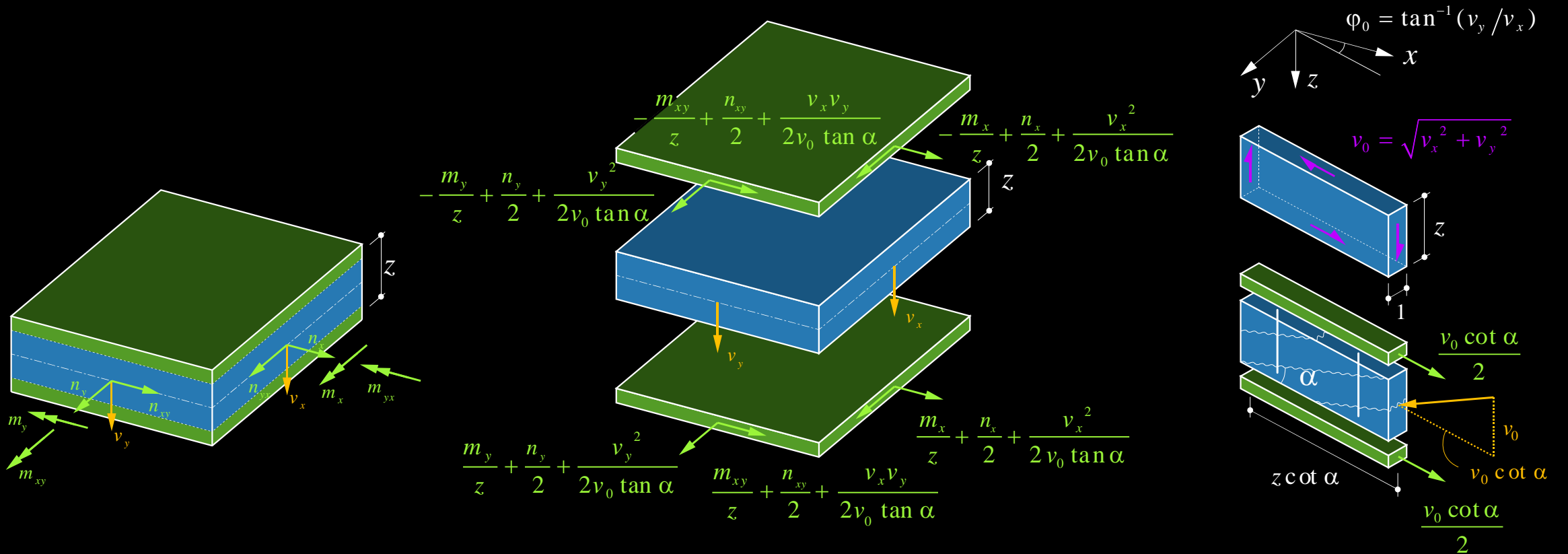
$$\alpha = \alpha_r / 2$$

$\cot \alpha \approx 2 \cot \alpha_r$ aber nicht exakt



Platten – Einfluss von Querkräften

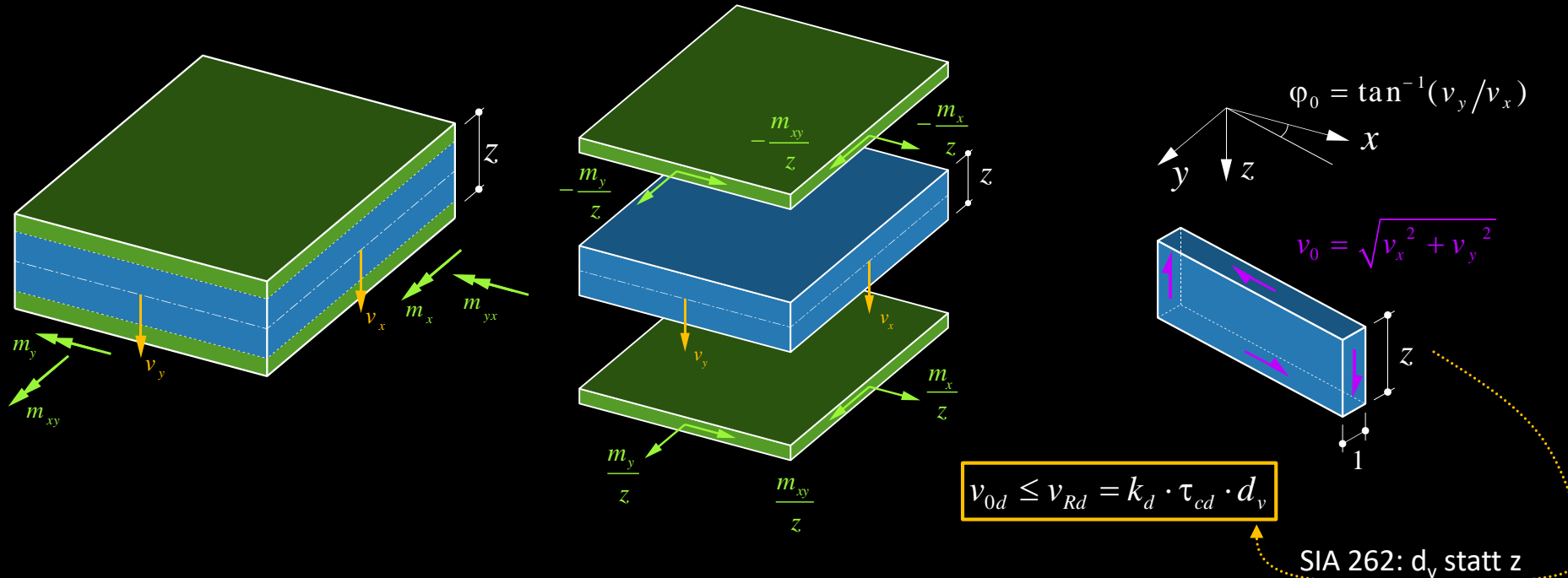
Sandwichmodell – Kern gerissen, bewehrt



Erforderliche
Schubbewehrung: $\rho_z = \frac{v_0}{f_{sd} z \cot \alpha}$

Platten – Einfluss von Querkräften

Sandwichmodell – reine Biegebeanspruchung, ungerissener Kern



→ Platten unter **reiner Biegebeanspruchung ohne Schubbewehrung**:

$$n_x = n_y = n_{xy} = 0, v_{0d} \leq v_{Rd} = k_d \tau_{cd} d_v$$

→ Terme mit n_x, n_y, n_{xy} entfallen

→ Terme mit v_x, v_y entfallen bei Annahme eines **ungerissenen Kerns**.

→ **Mit Rissverzahnung gem. Folie 6 ist dagegen mindestens die doppelte Längsbewehrung (2·Terme mit v_x, v_y) infolge Querkraft erforderlich → Bewehrung in Platten ohne Bügel nicht zu früh abstufen!**

Platten – Einfluss von Querkräften

Querkraftwiderstand von Platten ohne Schubbewehrung nach SIA 262

Nomineller Schubwiderstand ohne Schubbewehrung (→ «ungerissener Sandwichkern» gem. Folie 3):

$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \quad \text{mit} \quad \tau_{cd} = \frac{0.3\eta_t \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c}$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} \quad \text{mit} \quad k_g = \frac{48}{16 + D_{max}}$$

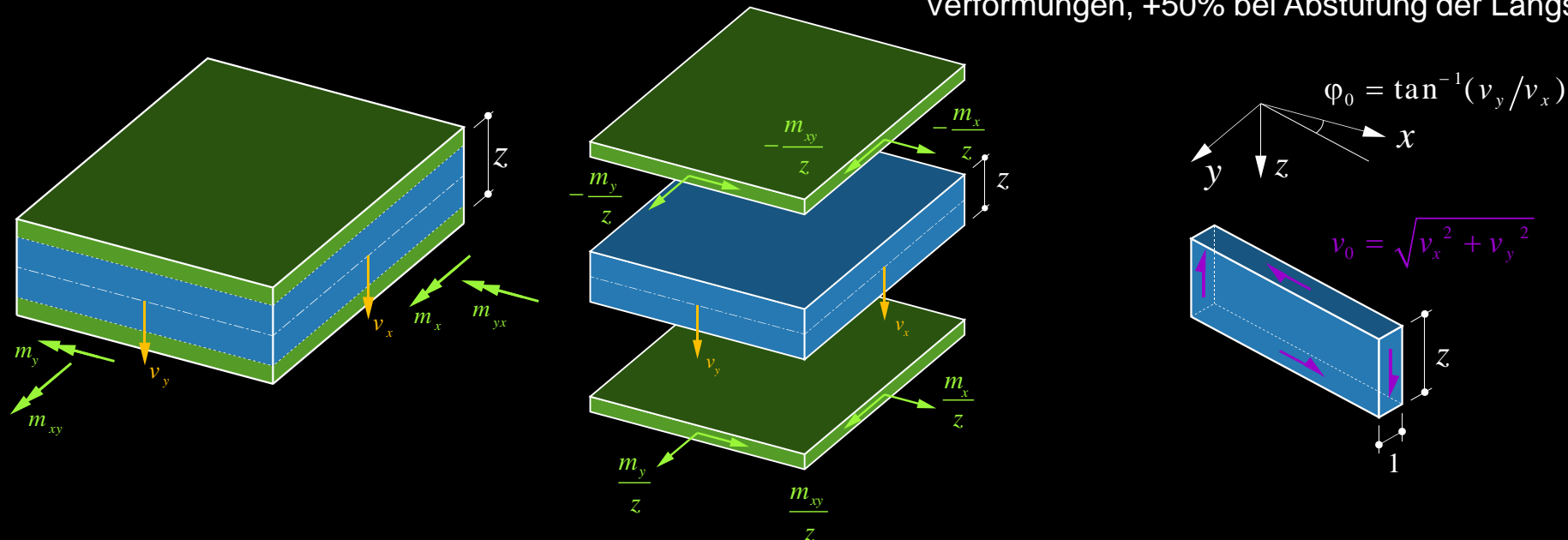
$$\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \frac{m_d}{m_{Rd}} \quad \text{resp.} \quad \varepsilon_v = 1.5 \frac{f_{sd}}{E_s}$$

k_d : Abminderungsfaktor für Bauteilabmessung, Ausnutzung der Längsbewehrung und Maximalkorn (Rissverzahnung)

d_v : Wirksame stat. Höhe unter Berücksichtigung von Querschnitts-Unstetigkeiten

$$D_{max}: \begin{cases} D_{max} & \text{falls } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \\ D_{max} \cdot (60/f_{ck})^4 & \text{falls } f_{ck} > 60 \text{ MPa}^* \end{cases}$$

ε_v : Dehnung der Biegebewehrung (1.5 f_{sd}/E_s gilt für plastische Verformungen, +50% bei Abstufung der Längsbewehrung)



Platten – Einfluss von Querkräften

Querkraftwiderstand von Platten ohne Schubbewehrung nach SIA 262

Nomineller Schubwiderstand ohne Schubbewehrung (→ «ungerissener Sandwichkern» gem. Folie 3):

$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \quad \text{mit} \quad \tau_{cd} = \frac{0.3\eta_t \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c}$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} \quad \text{mit} \quad k_g = \frac{48}{16 + D_{max}}$$

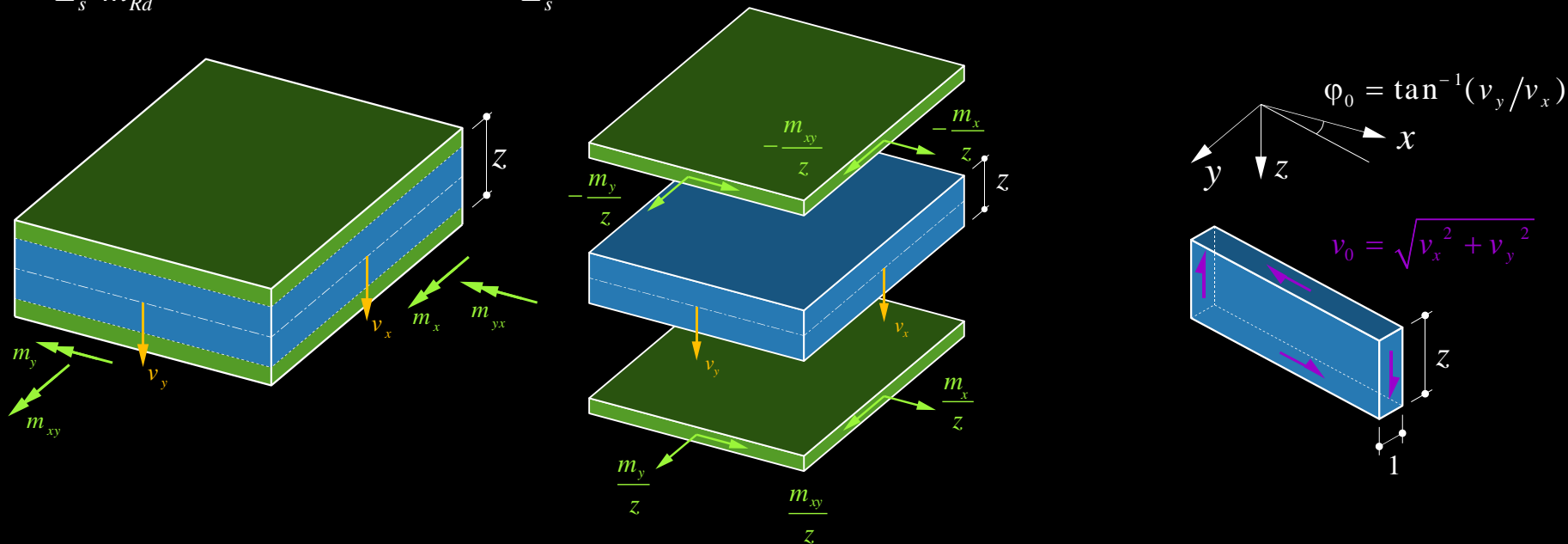
$$\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \frac{m_d}{m_{Rd}} \quad \text{resp.} \quad \varepsilon_v = 1.5 \frac{f_{sd}}{E_s}$$

(Vor-)Bemessung, B500B, $D_{max} = 32$ mm:

$k_g = 1.0$; $m_d/m_{Rd} = 1.0$ (keine plast. Umlagerungen)

→ $\varepsilon_v = f_{sd}/E_s = 2.12\%$

$$\rightarrow v_{Rd} = \frac{\tau_{cd} \cdot d_v}{1 + \frac{d}{471 \text{ mm}}}$$



Platten – Einfluss von Querkräften

Querkraftwiderstand von Platten ohne Schubbewehrung nach SIA 262

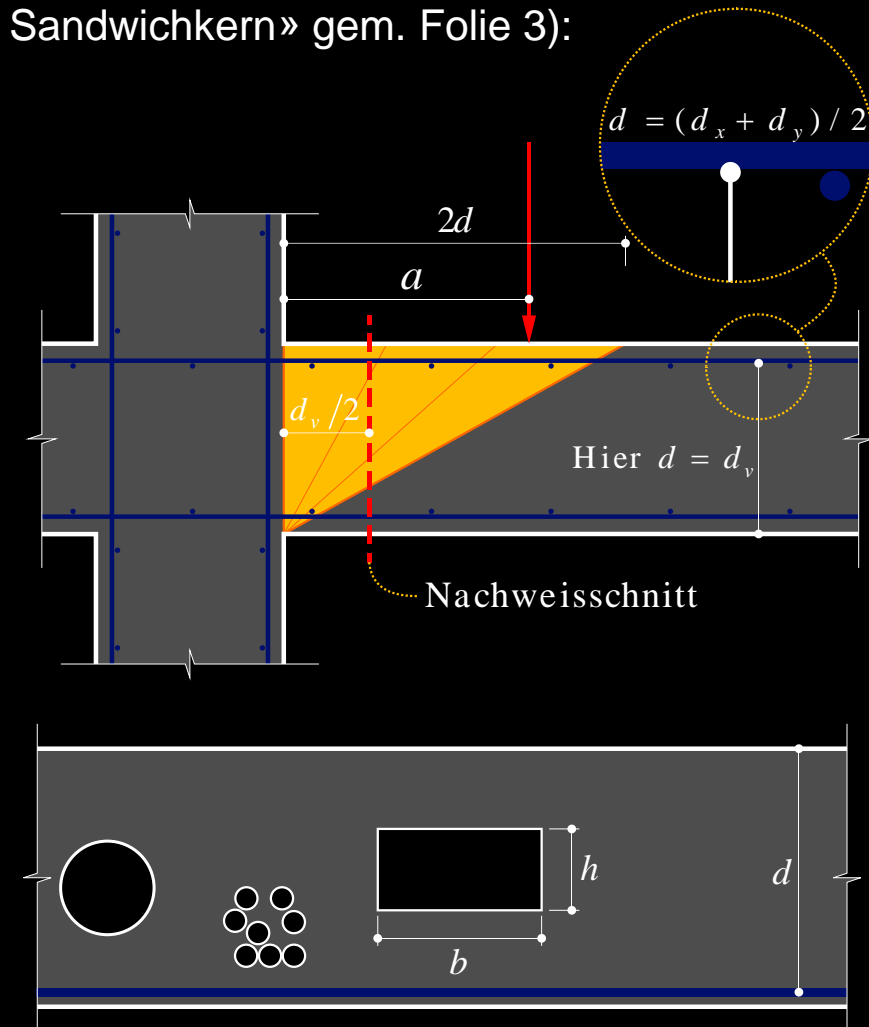
Nomineller Schubwiderstand ohne Schubbewehrung (→ «ungerissener Sandwichkern» gem. Folie 3):

$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \quad \text{mit} \quad \tau_{cd} = \frac{0.3\eta_t \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c}$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} \quad \text{mit} \quad k_g = \frac{48}{16 + D_{\max}}$$

$$\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \frac{m_d}{m_{Rd}} \quad \text{resp.} \quad \varepsilon_v = 1.5 \frac{f_{sd}}{E_s}$$

- Nachweis im **Abstand $d_v/2$ vom Auflagerrand** resp. Rand der Last, ggf. bei Bewehrungsabstufungen
- **Abminderung von Einzellasten** im Abstand $a < 2d$ vom Auflagerrand mit Faktor $a/(2d)$ zulässig
- **Einlagen, Leitungen:**
 Durchmesser / Breite / Höhe $> d/6$
 (bei Leitungsbündeln:
 Abmessung des gesamten Bündels)
 → Reduktion von d_v um grösste Abmessung der Einlage
 resp. Leitung ($d_v = d - \max(b; h)$)



Platten – Einfluss von Querkräften

Querkraftwiderstand von Platten ohne Schubbewehrung nach SIA 262

Nomineller Schubwiderstand ohne Schubbewehrung (→ «ungerissener Sandwichkern» gem. Folie 3):

$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \quad \text{mit} \quad \tau_{cd} = \frac{0.3\eta_t \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c}$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} \quad \text{mit} \quad k_g = \frac{48}{16 + D_{\max}}$$

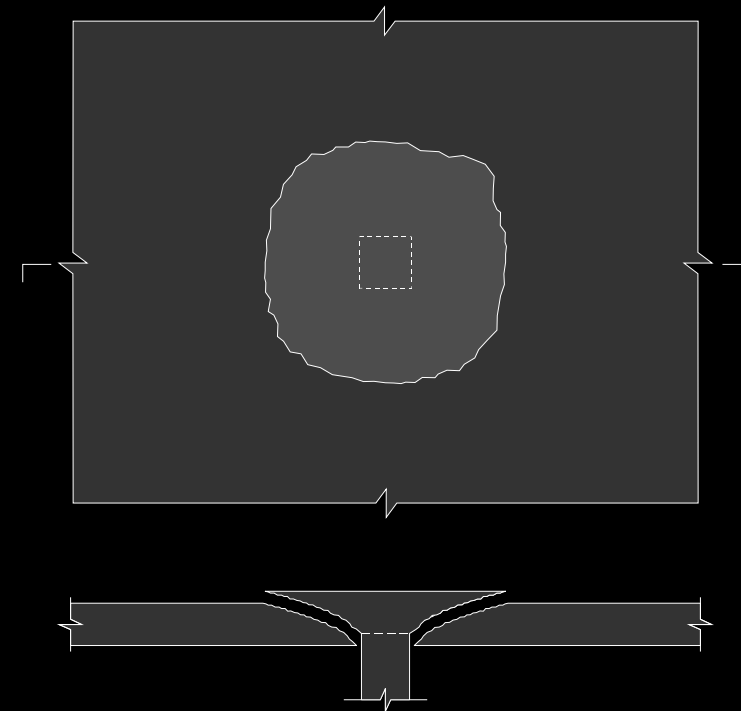
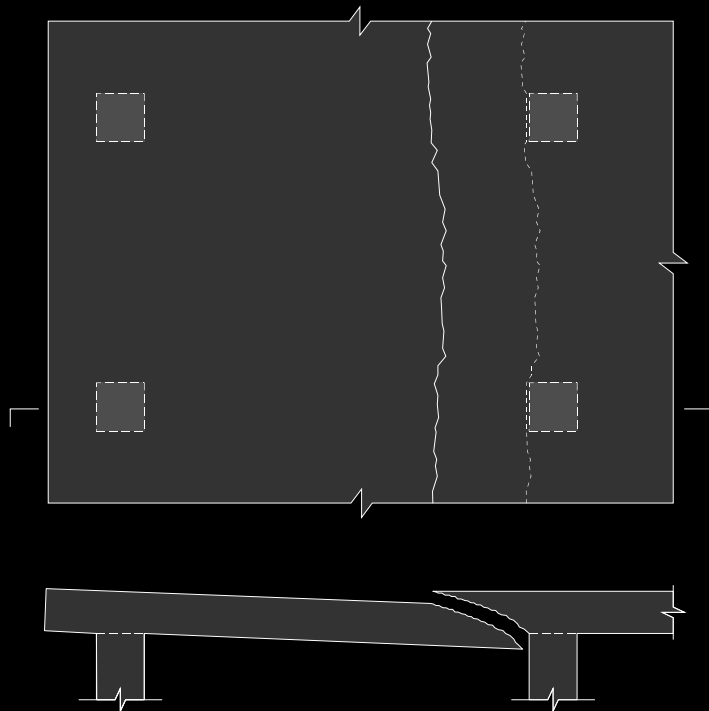
$$\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \frac{m_d}{m_{Rd}} \quad \text{resp.} \quad \varepsilon_v = 1.5 \frac{f_{sd}}{E_s}$$

- Platte mit **Vorspannung oder Normalkraft**, mit Dekompressionsmoment m_{Dd} : $\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \frac{m_d - m_{Dd}}{m_{Rd} - m_{Dd}}$
- ... m_{Dd} = Langzeitwert des Dekompressionsmoments (siehe auch Kapitel Durchstanzen) unter Berücksichtigung von Normalkraftzwängungen
... m_d = inkl. Zwangsschnittgrößen (u.a. Sekundärmomente aus Vorspannung)
- Deutliche **Abweichung der Hauptrichtung** φ_0 der Querkraft von der Richtung der Hauptbewehrung um Winkel ϑ :
- Vergrößerung der Dehnung ε_v mit Faktor $\frac{1}{\sin^4 \vartheta + \cos^4 \vartheta}$ (d.h. im schlimmsten Fall, $\vartheta = 45^\circ$: Faktor 2)

Platten – Einfluss von Querkräften

Platten ohne Schubbewehrung – Versagensmechanismen

- Auftreten von Versagensmechanismen gemäss Abbildung links ist bei dünnen Platten wenig wahrscheinlich. Kritisch können jedoch hoch beanspruchte und primär in eine Richtung tragende Platten(streifen) sein, beispielsweise Tagbautunneldecken.
- Im Bereich von Krafteinleitungen, namentlich im Stützenbereich von Flachdecken, treten im Allgemeinen hohe Schubbeanspruchungen auf. Bei fehlender Schubbewehrung kann dies zu **schlagartigem, sprödem Versagen** des Krafteinleitungsbereiches führen (**Durchstanzen**).



Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen

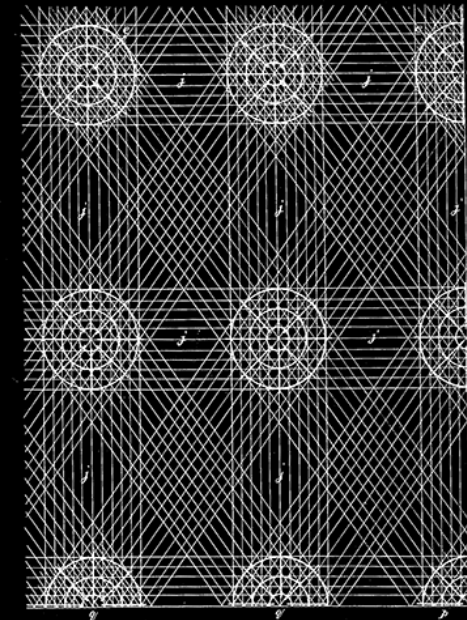
- Flachdecken: Lastkonzentration bei den Stützen, v_0 und (m_x, m_y) maximal, Biegemomente mit grossem Gradienten (elastisch: bei Punktstützung $m_x, m_y \rightarrow \infty$)
- Pilzdecken aus Sicht des Kraftflusses deutlich besser
- Pionierzeit des Betonbaus: Flachdecken als neue Konstruktionsart → Pilzdeckensysteme Maillart / Turner



Belastungsversuch R. Maillart (1908)

C. A. P. TURNER.
STEEL SKELETON CONCRETE CONSTRUCTION.
APPLICATION FILED OCT. 19, 1910. Patented Feb. 21, 1911.
985,119. 3 SHEETS-SHEET 3.

Fig. 7



Witnesses:
Jas. C. Hutchinson
Agnes T. Hayes
Inventor:
Claude A. P. Turner
By: Chas. J. Williamson
Attorney

Patentschrift C.A.P. Turner (1911)

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen

- **Flachdecken ohne Schubbewehrung**: sehr spröder Bruch, Kettenreaktion
- **Einstellhallen** besonders gefährdet: Fahrzeugbrand, Korrosion, unplanmässig hohe Erdüberdeckung
- Durchstanzwiderstand nach SIA 262 (2003) deutlich geringer als früher, in Teilrevision 2013 noch detaillierter
→ **viele alte Bauwerke ungenügend**

Gretzenbach (2004)



Wolverhampton (1997)

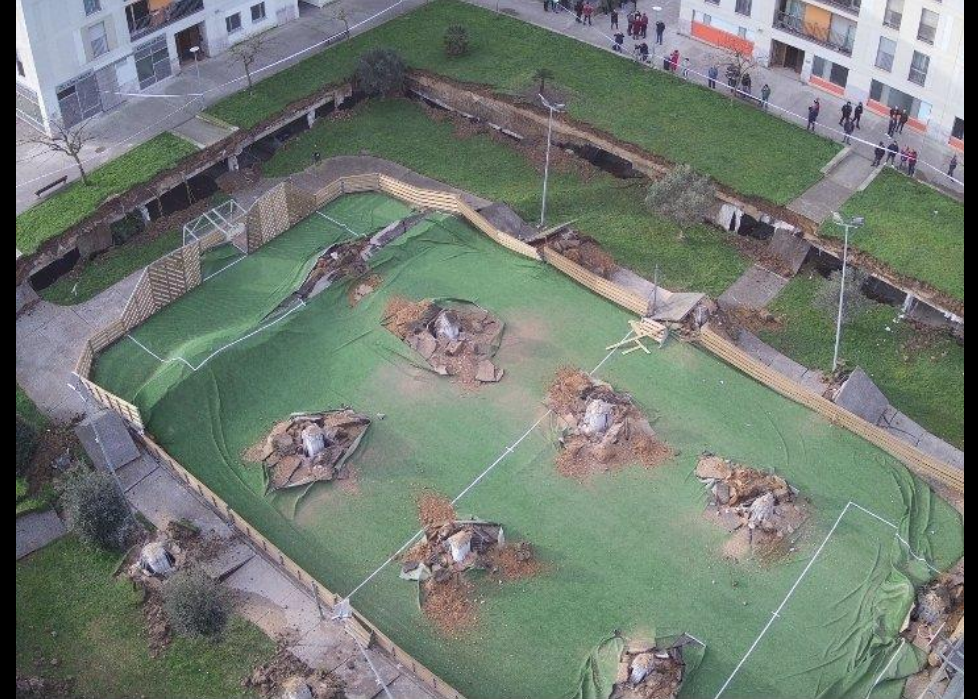


Bluche (1981)



Platten – Einfluss von Querkräften

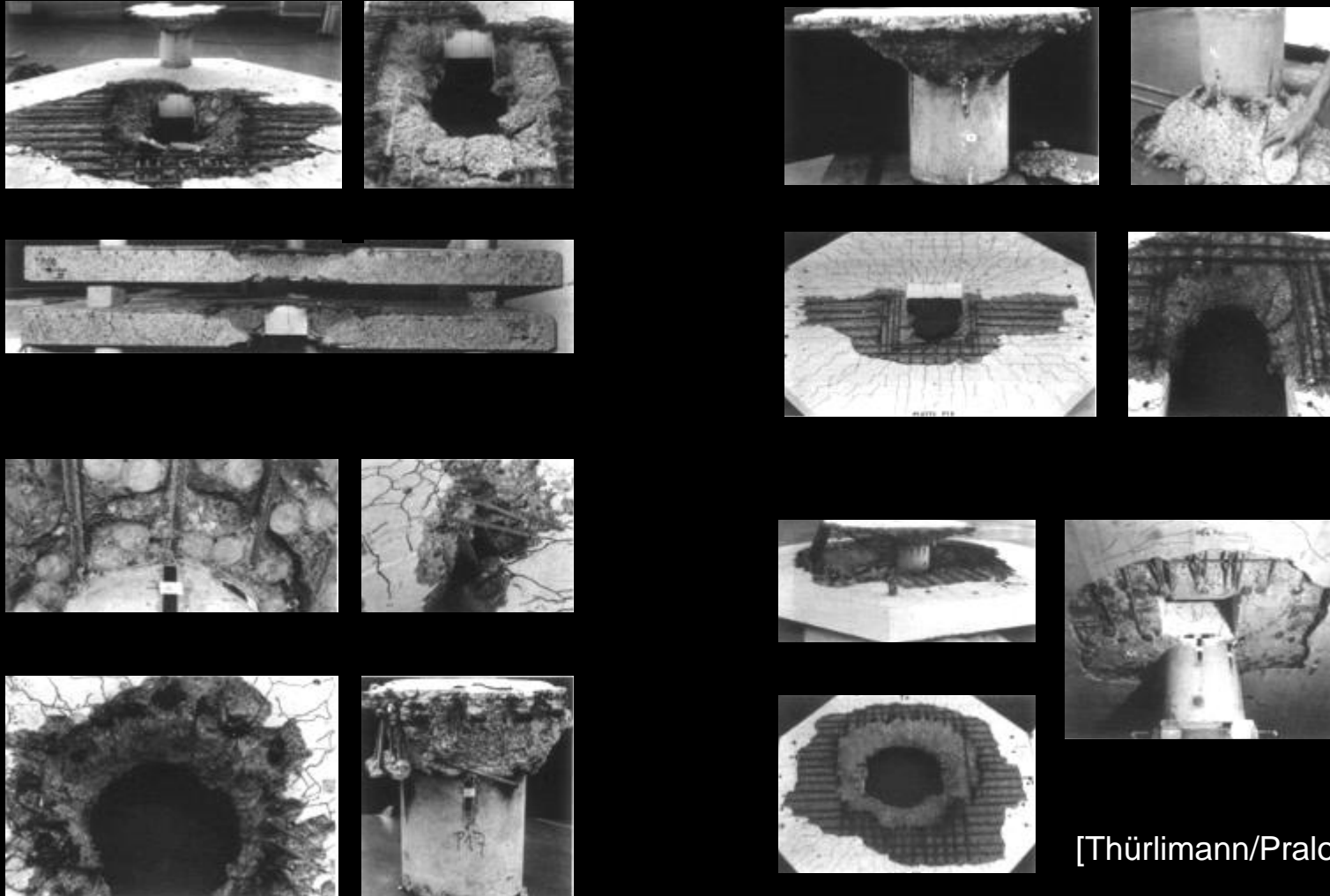
Santander (2020)



Platten – Einfluss von Querkräften

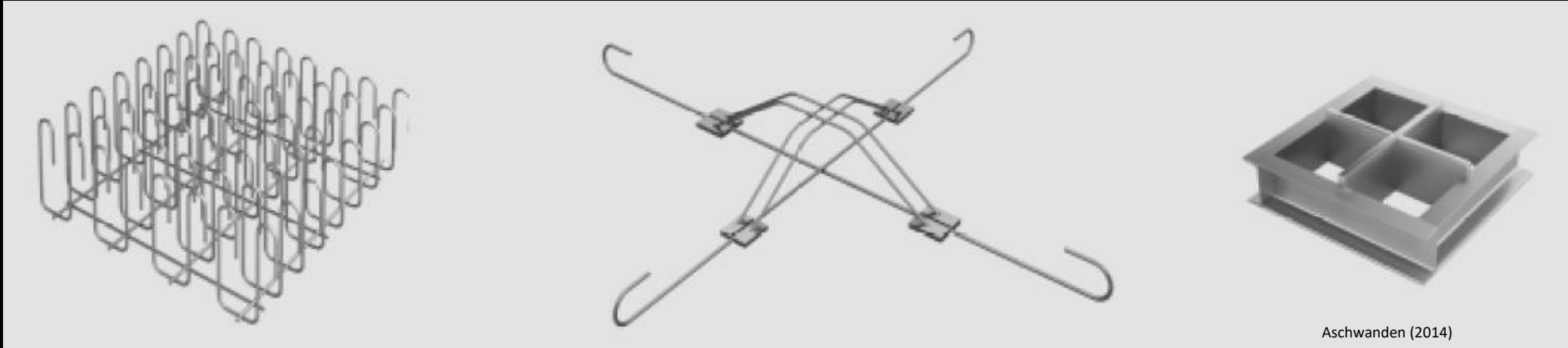
Durchstanzen

Schon früh viele experimentelle Untersuchungen weltweit, u.a. ETH Zürich, EMPA



Platten – Einfluss von Querkräften

Konzeptionelle Lösung des Problems: Durchstanzbewehrung

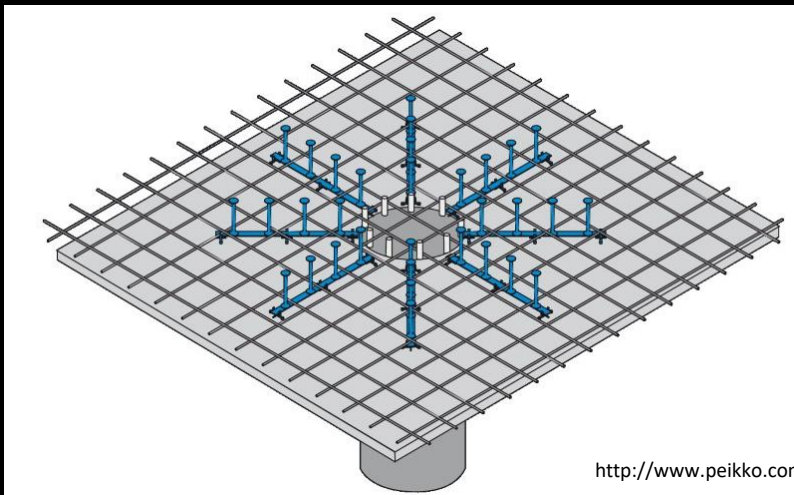


Bügelkorb

aufgebogene Bewehrung

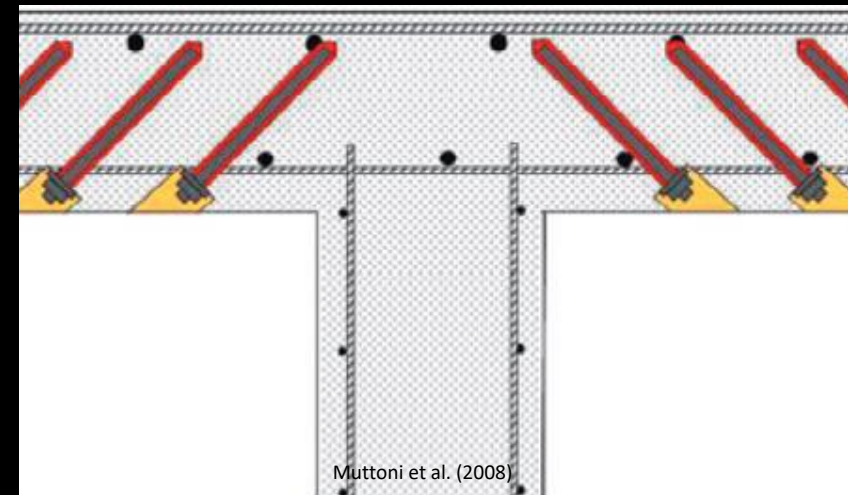
Stahlpilze

Aschwanden (2014)



<http://www.peikko.com>

Dübelleisten



Muttoni et al. (2008)

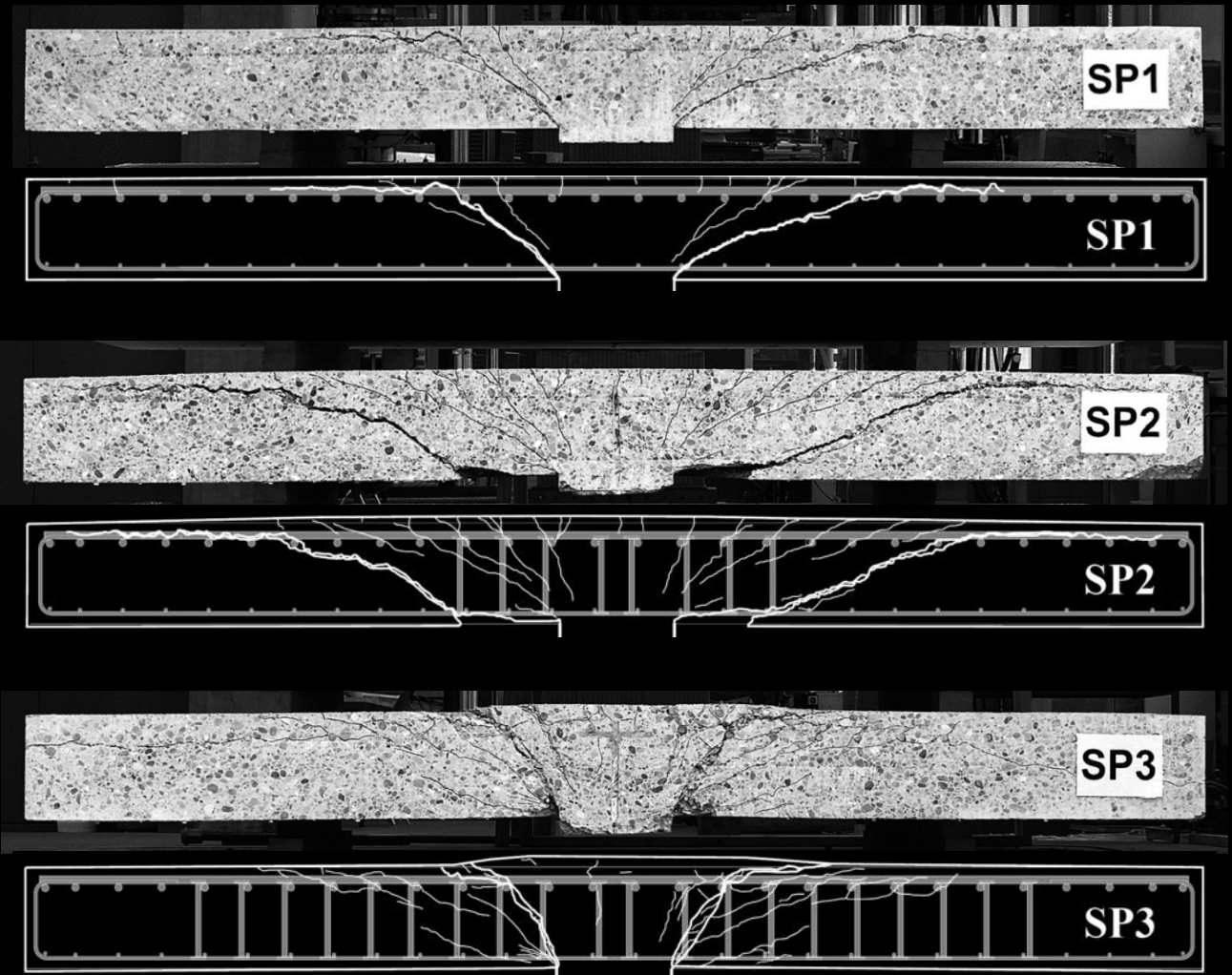
Verstärkungsanker

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen: Versagensarten

- Versagen im «inneren Rundschnitt»
(hier ohne Durchstanzbewehrung)
- Versagen im «äusseren Rundschnitt»
(innerer Bereich mit Durchstanzbewehrung)
- Druckstrebenversagen
(mit Durchstanzbewehrung)

Beispiel: Versuche von Etter, Heinzmann, Jäger, Marti (2009)
IBK-Bericht 324



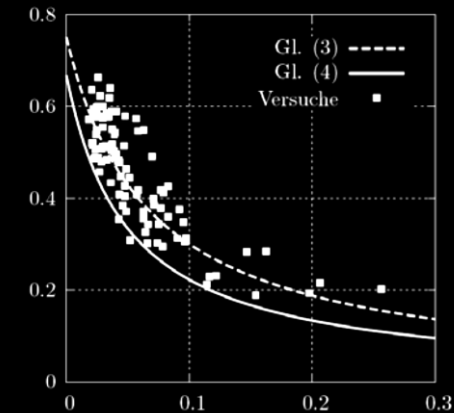
Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen: Modellvorstellung

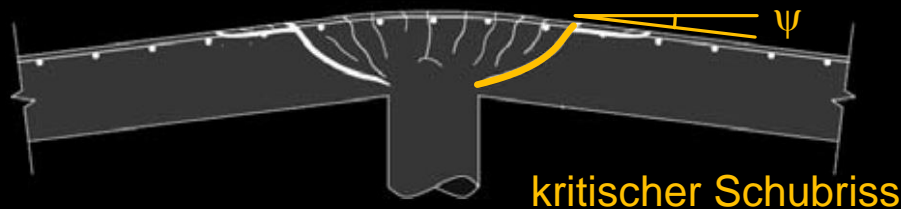
- Forschungsschwerpunkt u.a. von Prof. Muttoni in Lausanne, seit 2000 diverse Versuchsreihen (u.a. mit Fernández Ruiz, Guandalini, Guidotti, Lips, Kunz)



[EPFL - ibeton]



- Massgebender Einfluss: **Verzerrungszustand im Stützenbereich** (→ Biegeverformungen, wurde z. Bsp. bereits 1960 von Kinnunen / Nylander erkannt und war auch in SIA 162/1968 («Richtlinie 18») berücksichtigt, aber in Norm SIA 162/1989 nicht enthalten).
- Modellvorstellung für Platten ohne Schubbewehrung (Basis der Bemessung nach SIA 262 und *fib* Model Code 2010): **Versagen, wenn massgebender diagonaler Riss («kritischer Schubriss») sich so weit geöffnet hat, dass Schub nicht mehr übertragen werden kann (Versagenskriterium eng verwandt mit Beziehungen für «compression softening»):**



Krümmungen infolge Biegung vernachlässigt

→ **Rissöffnung** ~ **Plattenrotation** ψ · **stat. Höhe** d

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten nach SIA 262

Konzeptionelle Bestimmungen

- Das **Verformungsvermögen** von durch konzentrierte Kräfte belasteten Platten kann mit folgenden Massnahmen gewährleistet werden:

→ entweder **rechnerische Plattenrotation(skapazität)** $\psi > 0.02$ bei Erreichen der Durchstanzlast sicherstellen (Biegebewehrung nicht überdimensionieren, genügend grosse gestützte Fläche und Plattendicke wählen)

→ oder **Anordnung einer Durchstanzbewehrung** mit $V_{Rd,s} \geq V_d/2$ (*)

Andernfalls sind die **aufgezwungenen Verformungen** bei der Bemessung zu berücksichtigen (Zwangsschnittkräfte infolge Temperaturänderungen, differentiellen Setzungen, Schwinden etc.)

→ in der Regel starke Vergrösserung der Beanspruchung, sehr schwierig zu quantifizieren: vermeiden!

(*) nach fib Model Code 2010: $V_{Rd,s} \geq V_d/2$ mit $\sigma_{sd} = f_{sd}$ (SIA 262: nicht angegeben)

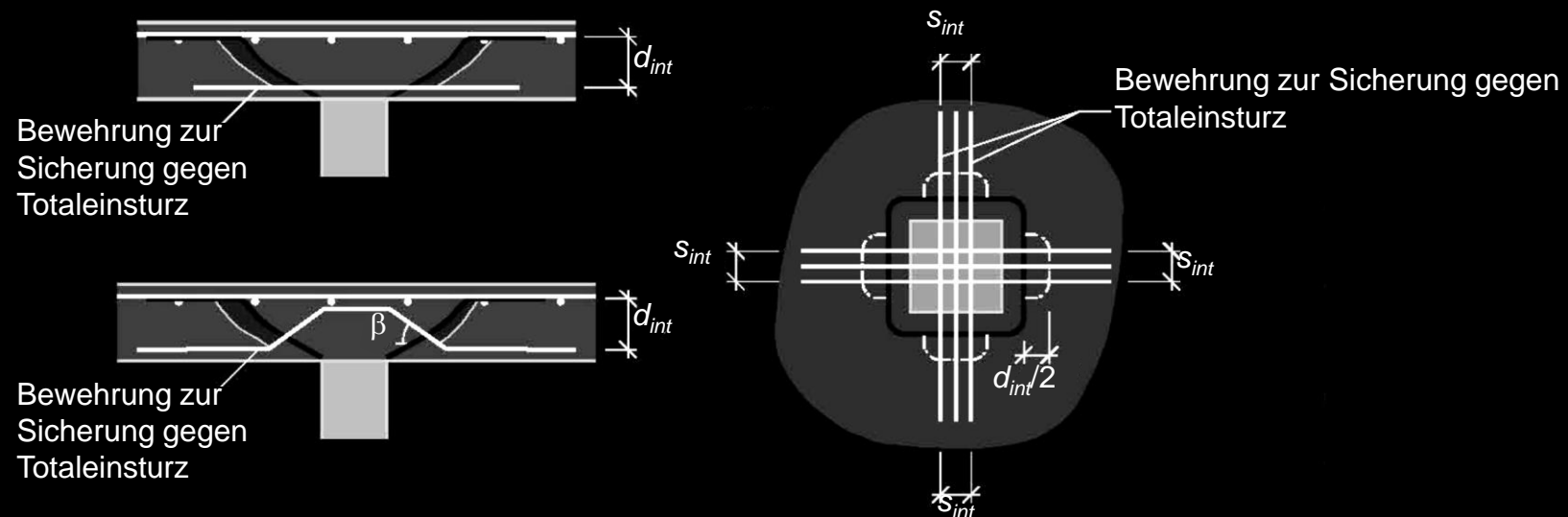
Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten nach SIA 262

Konzeptionelle Bestimmungen

- Um einen **progressiven Kollaps** (durch unvorhersehbares Durchstanzen) zu vermeiden, ist mindestens eine der folgenden Massnahmen zu treffen:
 - Anordnung einer Durchstanzbewehrung mit $V_{d,s} \geq V_d/2$ (*)
 - Anordnung einer Sicherung gegen Totaleinsturz (Details siehe SIA 262, 4.3.6.7)

(*) nach fib Model Code 2010: $V_{Rd,s} \geq V_d/2$ mit $\sigma_{sd} = f_{sd}$ (SIA 262: nicht angegeben)



Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten nach SIA 262

Nachweisformat

Der Durchstanzwiderstand wird auf Basis der nominellen Schubbeanspruchung wie folgt ermittelt:

$$V_{Rd,c} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u$$

$$\text{mit } \tau_{cd} = \frac{0.3\eta_t \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c}$$

- k_r Beiwert für Bauteilabmessung, Plattenrotation und Maximalkorn
- d_v Wirksame stat. Höhe in mm
- u Nachweisschnitt

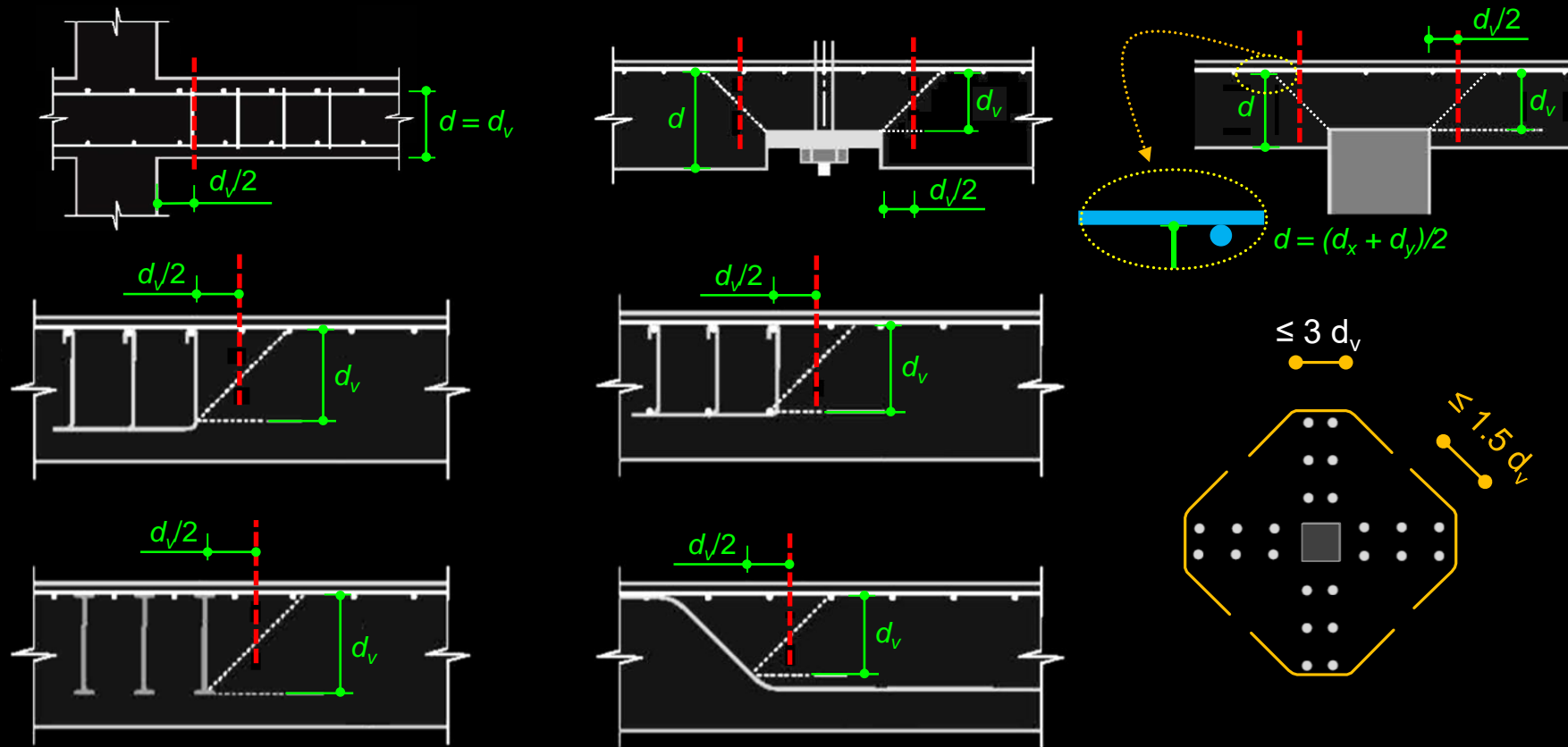
Der Beiwert k_r hängt in erster Linie von der Ausnützung der Biegebewehrung über der Stütze, auf der Breite b_s des nominellen «Stützstreifens», ab.

Nachfolgend werden zuerst die geometrischen Grössen (**wirksame statische Höhe d_v** , **Nachweisschnitt u** , **Breite des Stützstreifens b_s**) und anschliessend der **Beiwert k_r** erläutert.

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen: Nachweisschnitt und Stützstreifen

- **Wirksame stat. Höhe d_v** gem. Abbildungen unten
- Wirksame stat. Höhe d_v bei der **Festlegung des Nachweisschnitts** zu beachten

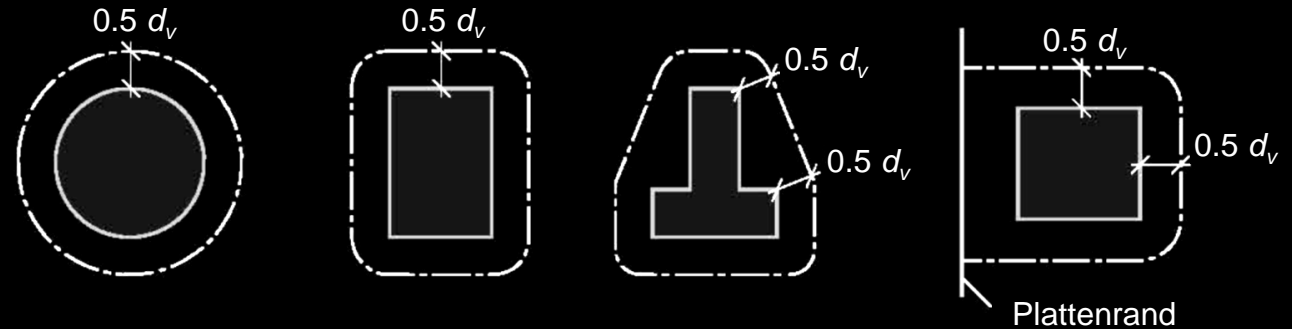


Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen: Nachweisschnitt und Stützstreifen

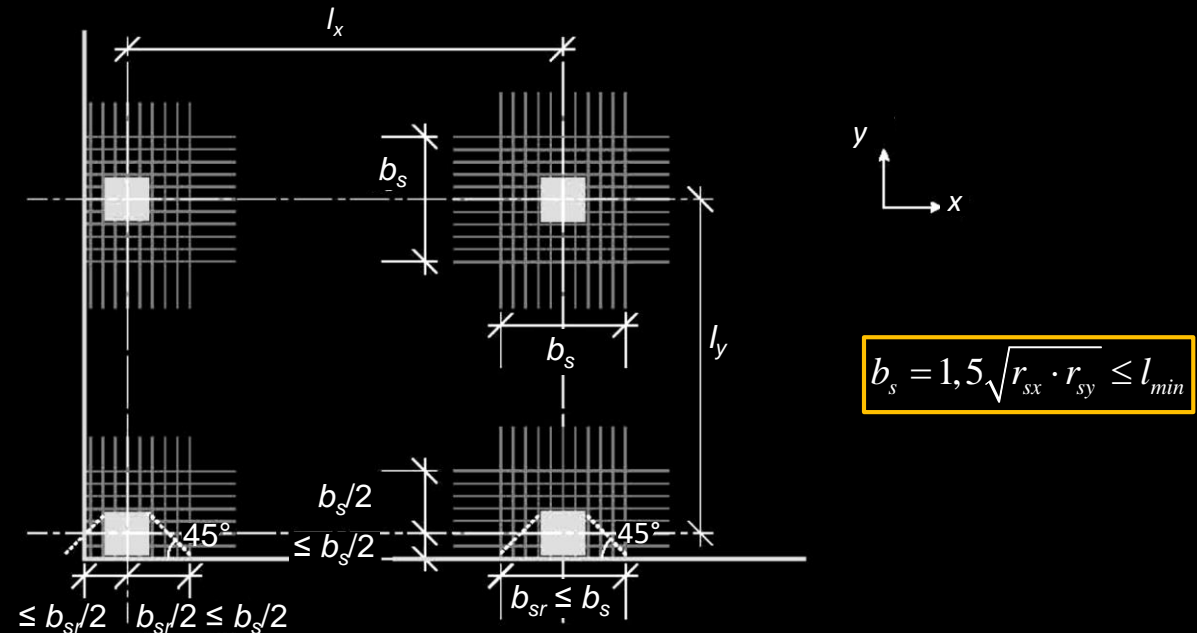
Nachweisschnitt (Länge u)

NB: Einwirkungen innerhalb des Nachweisschnitts dürfen vom Bemessungswert der Querkraft in Abzug gebracht werden (Eigengewicht, Sohldruckspannungen, Umlenkkräfte aus Vorspannung etc.)



Stützstreifen (Breite b_s)

NB: Massgebende Biegebeanspruchung und Biege Widerstand: Mittelwert über Breite des Stützstreifens

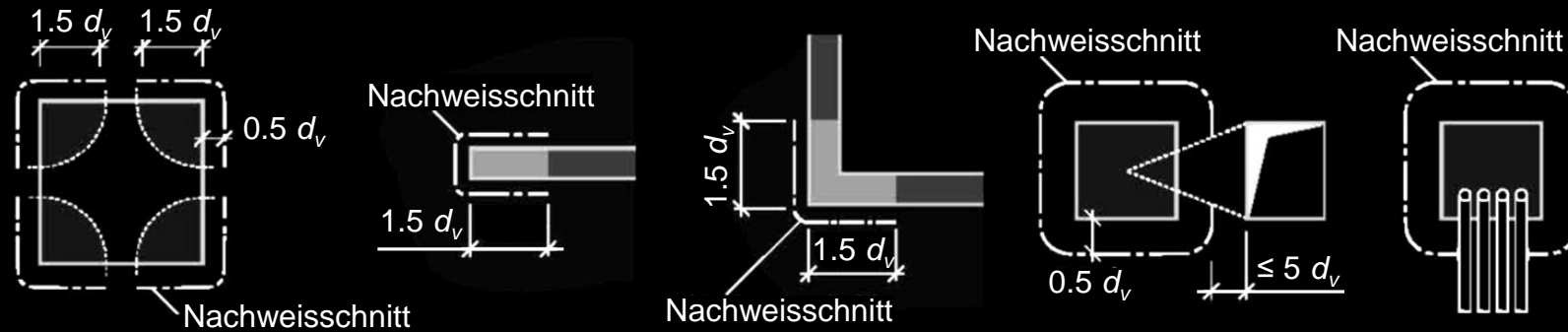


Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen: Nachweisschnitt

Abminderung der Länge des Nachweisschnitts zur Berücksichtigung nicht konstanter Verteilung der Querkraftbeanspruchung

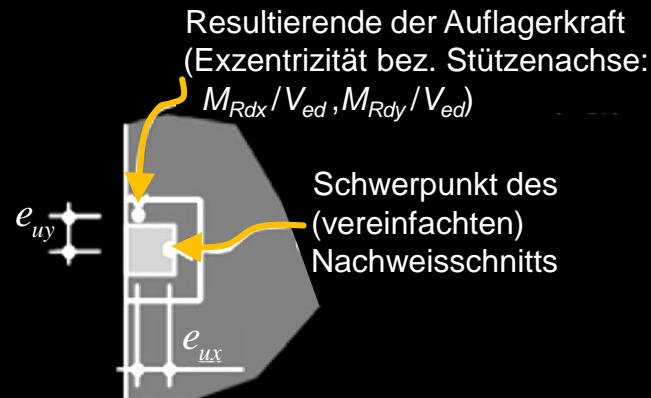
- Berücksichtigung der Lastkonzentrationen in Ecken, Aussparungen, Leitungen etc. (Leitungen im Abstand $< 5d_v$ nur in radialer Richtung zulässig)!



- Zusätzliche Abminderung des Nachweisschnitts bei Momentenübertragung Stütze-Platte durch Beiwert k_e (Ausrundungen des Nachweisschnitts vereinfachend als Ecken):

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b}}$$

$$e_u = \sqrt{e_{ux}^2 + e_{uy}^2}$$



Näherung für regelmässig gestützte Flachdecken, Stützen biegesteif angeschlossen, keine Aufnahme horizontaler Einwirkungen durch Stützen:

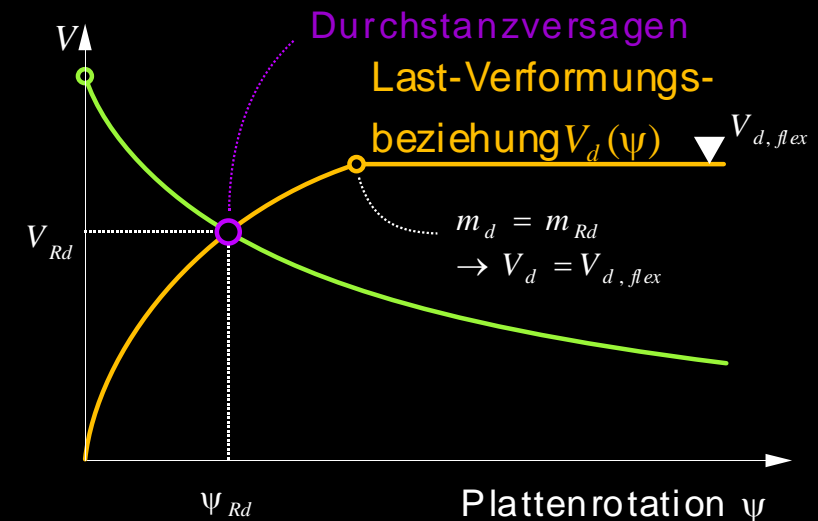
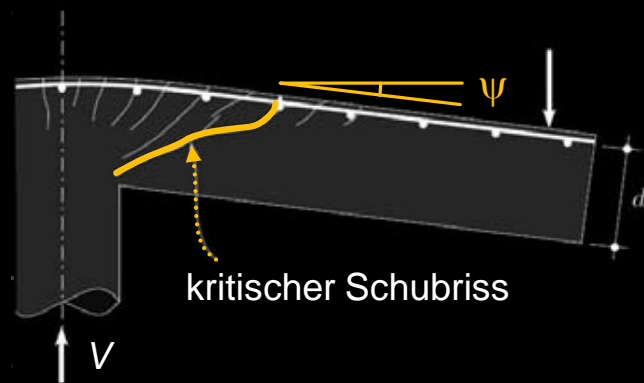
- $k_e = 0.90$ Innenstützen
- $k_e = 0.75$ Wandenden, Wandecken
- $k_e = 0.70$ Randstützen, Innenstützen mit grossen Aussparungen in Stützennähe
- $k_e = 0.65$ Eckstützen

Platten ohne Durchstanzbewehrung

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzen von Platten ohne Durchstanzbewehrung nach SIA 262

- Modellvorstellung: **kritischer Schubriss** versagt, wenn er sich so weit geöffnet hat, dass er die Beanspruchung nicht mehr übertragen kann
- Öffnung des kritischen Schubrisses resp. Bruchwiderstand wird über eine **an Versuchen kalibrierte Beziehung mit der Plattenrotation ψ** verknüpft \rightarrow Bruchkriterium $V_{Rd} = V_{Rd}(\psi)$
- Herleitung einer **analytischen Beziehung $\psi = \psi(m_{sd}/m_{Rd})$** zwischen Plattenrotation ψ und Biegebeanspruchung des Stützstreifens (m_{sd}/m_{Rd}) mit mechanischem Modell, Verknüpfung von m_{sd} mit Stützenreaktion $V_d \rightarrow$ Last-Verformungsbeziehung $V_d = V_d(\psi)$



Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten ohne Durchstanzbewehrung nach SIA 262

$$V_{Rd,c}(\psi) = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u \quad \text{mit} \quad \tau_{cd} = \frac{0.3\eta_t \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c}$$

$$k_r = \frac{1}{0.45 + 0.18 \cdot \psi \cdot d \cdot k_g} \leq 2 \quad \text{mit} \quad k_g = \frac{48}{16 + D_{max}}$$

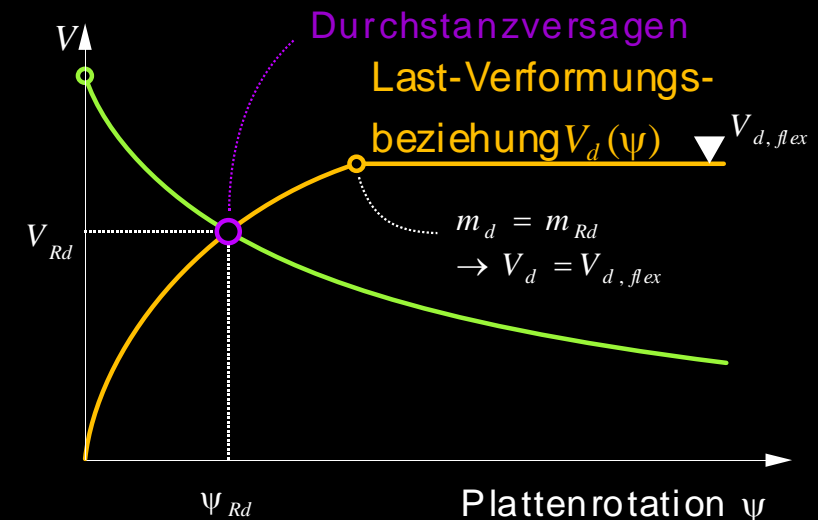
$$\psi = 1.5 \frac{r_s}{d} \frac{f_{sd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{3/2} \quad (m_{sd}, m_{Rd} \text{ und } r_s \text{ für Richtungen } x, y \text{ separat ermitteln, grösster Wert von } \psi \text{ ist massgebend})$$

Bemerkung: Die Last-Verformungsbeziehung muss bei der Bemessung (Kontrolle, ob für eine gegebene Einwirkung V_d eine Durchstanzbewehrung erforderlich ist) nicht ermittelt werden.

Für die Berechnung des tatsächlich vorhandenen Durchstanzwiderstands wird sie jedoch benötigt.

Nähere Angaben siehe folgende Seiten.

- k_r Beiwert für Bauteilabmessung, Plattenrotation und Maximalkorn
- d_v Wirksame stat. Höhe in mm
- u Nachweisschnitt
- ψ Plattenrotation
- r_s Distanz Momentennullpunkt (radiales Moment = 0) ab Stützenachse
- m_{sd} Mittelwert der Biegemomente im Stützstreifen
- $D_{max} \begin{cases} D_{max} & \text{falls } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \\ D_{max} \cdot (60/f_{ck})^4 & \text{falls } f_{ck} > 60 \text{ MPa}^* \end{cases}$



Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten ohne Durchstanzbewehrung nach SIA 262

Bemessung (nur massg. Richtung dargestellt (ψ_d für m_{sd} , m_{Rd} und r_s pro Richtungen x , y ermitteln, kleinerer Wert von V_{Rd} ist massgebend))

Gegeben: V_d , Stützenabmessung (und damit u)

Frage: Ist die Durchstanzsicherheit ohne Schubbewehrung gewährleistet / ist die Plattendicke resp. Biegebewehrung ausreichend?

Vorgehen

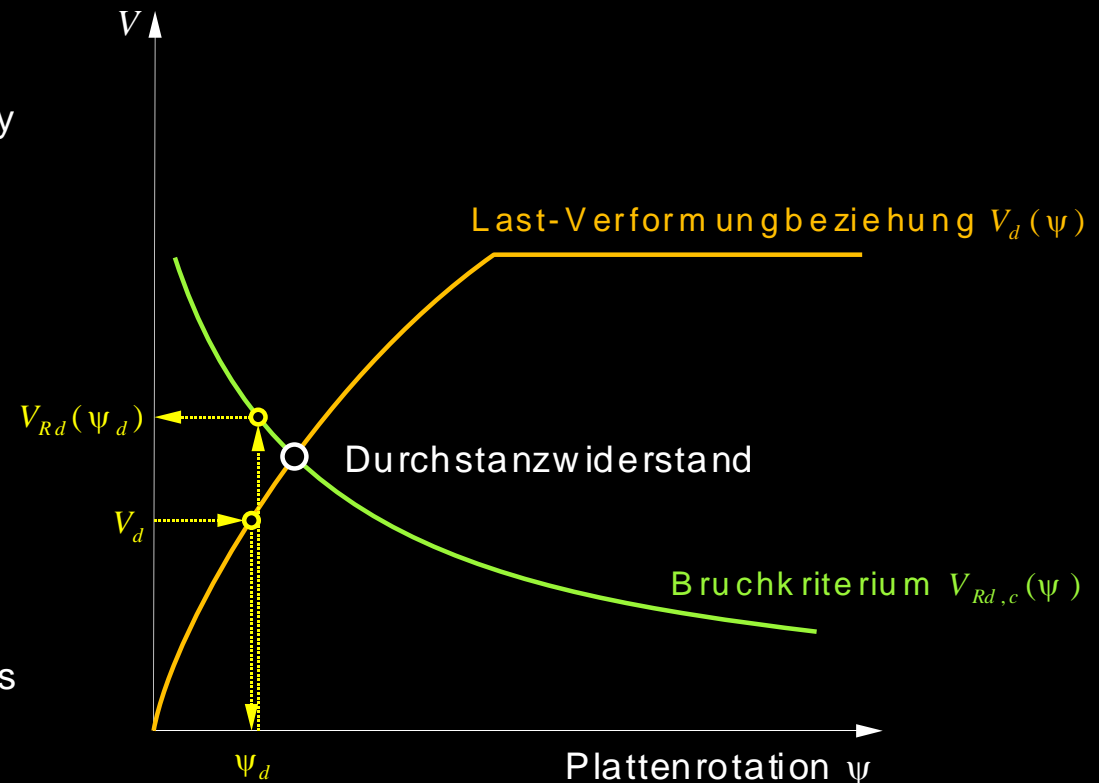
1. Annahme von d und m_{Rd}
2. Ermittlung von r_s und m_{sd} (V_d) $\rightarrow \psi_d \rightarrow V_{Rd}(\psi_d)$ pro Richtung x , y
3. Vergrößerung von d und evtl. m_{Rd} , bis $V_{Rd}(\psi_d) > V_d$ (oder Entscheid: Durchstanzbewehrung anordnen)

NB: Der resultierende Wert von $V_{Rd}(\psi_d)$ ist grösser als der tatsächliche Durchstanzwiderstand V_{Rd} .

Der genaue Wert von V_{Rd} müsste iterativ ermittelt werden (Schnittpunkt der Kurven $V_{Rd}(\psi)$ und $V_d(\psi)$).

Dies ist aber bei der Bemessung unnötig; diese kann ohne Ermittlung der Last-Verformungsbeziehung $V_d(\psi)$ erfolgen.

Die Ermittlung des effektiv vorhandenen Durchstanzwiderstands wird in der Vorlesung Stahlbeton III näher erläutert.



Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten ohne Durchstanzbewehrung nach SIA 262: Näherungsstufen

(a) Regelmässig gestützte Flachdecken $0.5 \leq l_x / l_y \leq 2$, k(l)eine plastische Umlagerungen («normale» Hochbaudecke):

- **Näherungsstufe 1:** $r_{sx} = 0.22 \cdot l_x$, $r_{sy} = 0.22 \cdot l_y$ und $m_{sd} / m_{Rd} = 1.0$
- **Näherungsstufe 2:** $r_{sx} = 0.22 \cdot l_x$, $r_{sy} = 0.22 \cdot l_y$, Abschätzung der Biegebeanspruchung:

$$\begin{array}{ll}
 m_{sd} = V_d \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) & \text{Innenstützen} \\
 m_{sd} = V_d \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) \geq \frac{V_d}{2} & \text{Eckstützen} \\
 m_{sd} = V_d \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) \geq \frac{V_d}{4} & \text{Randstützen} \parallel \text{Rand} \\
 m_{sd} = V_d \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) & \text{Randstützen} \perp \text{Rand}
 \end{array}$$

(b) Flachdecken mit $l_x / l_y < 0.5$ oder $l_x / l_y > 2$, Platten mit komplexer Geometrie oder detaillierte Untersuchung nötig:

- **Näherungsstufe 3:** Ermittlung von r_s (Distanz des Nullpunktes der radialen Momente von der Stützenachse) und m_{sd} (Mittelwert der Biegemomente inklusive der Drillmomente im Stützstreifen) aus elastischer Plattenberechnung; Faktor 1.2 statt 1.5 in Formel für ψ :

$$\psi = \cancel{1.5} \cdot 1.2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{3/2}$$

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten ohne Durchstanzbewehrung nach SIA 262: Auswahl weiterer Bestimmungen (konstruktive Details siehe SIA 262, 5.5.3)

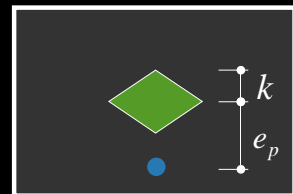
- **Biegewiderstand m_{Rd} = Mittelwert über Stützstreifen**, mit Berücksichtigung Vorspannung.
(Bewehrung muss generell im Abstand $2.5 \cdot d_v$ vom Nachweisschnitt vollständig verankert sein, höchstens aber im Nullpunkt des zugehörigen Biegemoments. Bei Rand- und Eckstützen ist die Bewehrung quer zum Rand vollständig zu verankern).
- **Vorgespannte Platten** mit Dekompressionsmoment m_{Dd} :

$$\psi = (1.5 \text{ oder } 1.2) \frac{r_s}{d} \frac{f_{sd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd} - m_{Dd}}{m_{Rd} - m_{Dd}} \right)^{3/2}$$

- ... m_{Dd} = **Langzeitwert** (Schwinden, Kriechen, Relaxation) unter Berücksichtigung von Zwangsnormalkräften
(für m_{Dd} darf nur der Anteil der Druckkraft berücksichtigt werden, der effektiv im Stützstreifen wirksam ist)
- ... m_{sd} = inkl. **Zwangsschnittgrößen** (u.a. Sekundärmomente aus Vorspannung)
- ... Vorspannung mit ungünstiger Wirkung ist zu berücksichtigen
- ... Vorzeichen von m_{sd} , m_{Rd} und m_{Dd} konsequent einsetzen, sonst resultieren komplett falsche Resultate!

NB1: Das Dekompressionsmoment beträgt allgemein: $m_{Dd} = P \cdot (e_p + k)$. Wird die Vorspannung als Anker- und Umlenkkräfte («auf der Lastseite») berücksichtigt, ist der Beitrag $P \cdot e_p$ an m_{Dd} bereits in der entsprechend reduzierten Biegebeanspruchung m_{sd} berücksichtigt, der Biegewiderstand m_{Rd} ist ebenfalls um den Betrag $P \cdot e_p$ kleiner (nur Spannkraftzuwachs als Widerstand) → in Zähler und Nenner nur Anteil $P \cdot k$ subtrahieren, dabei Ausbreitung von P über Plattenbreite und ggf. Reduktion von P durch Zwangsnormalkräfte beachten.

NB2: Zusätzlich darf der Anteil geneigter Vorspannkräfte an den Durchstanzwiderstand berücksichtigt werden



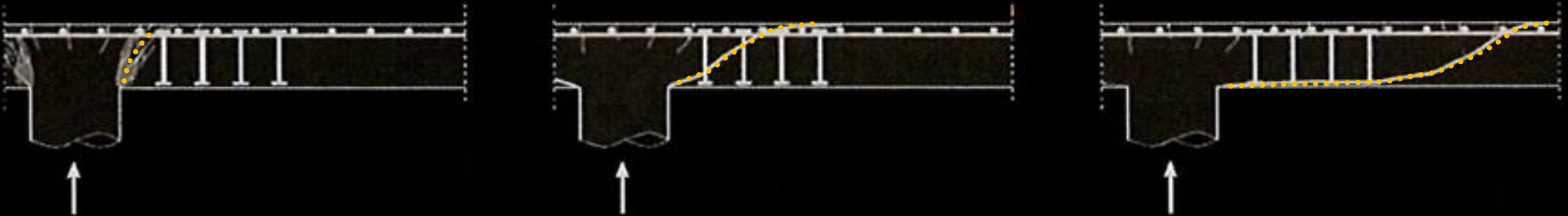
Platten mit Durchstanzbewehrung

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten mit Durchstanzbewehrung nach SIA 262

Bei Platten mit Durchstanzbewehrung sind **folgende Nachweise** zu führen:

- Widerstand der **ersten Betondruckdiagonalen** an der gestützten Fläche
- Widerstand der **Durchstanzbewehrung** (verstärkte Zone)
- Durchstanznachweis (ohne Durchstanzbewehrung) **ausserhalb der verstärkten Zone**



Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten mit Durchstanzbewehrung nach SIA 262

Minimal erforderlicher Widerstand Durchstanzbewehrung:

... resp. damit eine Vernachlässigung von Zwängungen beim Nachweis der Tragsicherheit zulässig ist oder wenn keine Einsturzsicherung angeordnet werden soll:

$$V_{d,s} \geq V_d - V_{Rd,c}$$

$$V_{d,s} \geq \max \left\{ \begin{array}{l} V_d - V_{Rd,c} \\ V_d/2 \end{array} \right\}$$

Widerstand Durchstanzbewehrung (üblicherweise: Neigung $\beta = 90^\circ$):

(A_{sw} : nur Durchstanzbewehrung im Abstand $0.35 \dots 1.0 \cdot d_v$ von der gestützten Fläche zählt)

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{sd} \sin \beta$$

Rechnerische Spannung in der Durchstanzbewehrung:

(f_{bd} : Bemessungswert der Verbundspannung)

(NB: nach fib Model Code 2010: $V_{d,s} \geq V_d/2$ mit $\sigma_{sd} = f_{sd}$)

$$\sigma_{sd} = \frac{E_s \psi}{6} \left(1 + \frac{f_{bd}}{f_{sd}} \frac{d}{\varnothing_{sw}} \right) \leq f_{sd}$$

Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten mit Durchstanzbewehrung nach SIA 262

Widerstand der ersten Betondruckdiagonale:

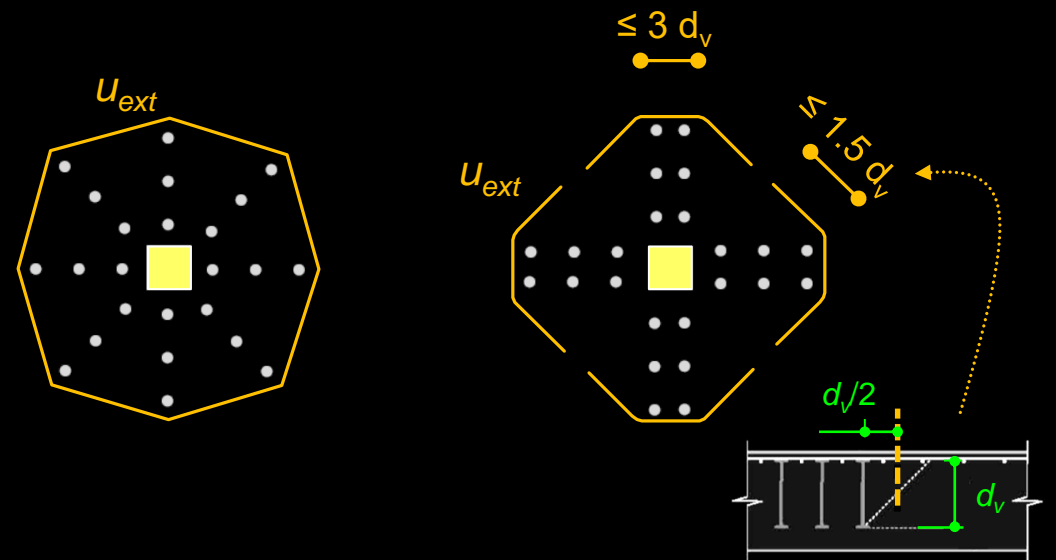
(Faktoren > 2 und nach SIA 262 > 3.5 zulässig, sofern die Wirksamkeit der Bewehrung experimentell nachgewiesen ist)

$$\begin{aligned} V_{Rd,max} &= 2 \cdot k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u \leq 3.5 \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u \\ &= 2 \cdot V_{Rd,c} \quad \text{mit } k_r \leq 1.75 \end{aligned}$$

Durchstanznachweis (ohne Durchstanzbewehrung) ausserhalb der verstärkten Zone

(Gestützte Fläche durch äussere Bewehrungseinheiten definiert, Umfang des Nachweisschnitts gemäss Figur)

$$V_{Rd,c} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \cdot u_{ext}$$



Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten mit Durchstanzbewehrung nach SIA 262: Auswahl weiterer Bestimmungen
(konstruktive Details siehe SIA 262, 5.5.3)

Widerstand der Durchstanzbewehrung:

(A_{sw} : nur Durchstanzbewehrung im Abstand $0.35 \dots 1.0 \cdot d_v$ von der gestützten Fläche)

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{sd} \sin \beta$$

SIA 262 5.5.3.8: Mindestens zwei Schenkel in Radialrichtung

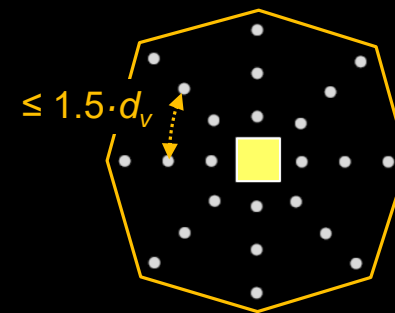
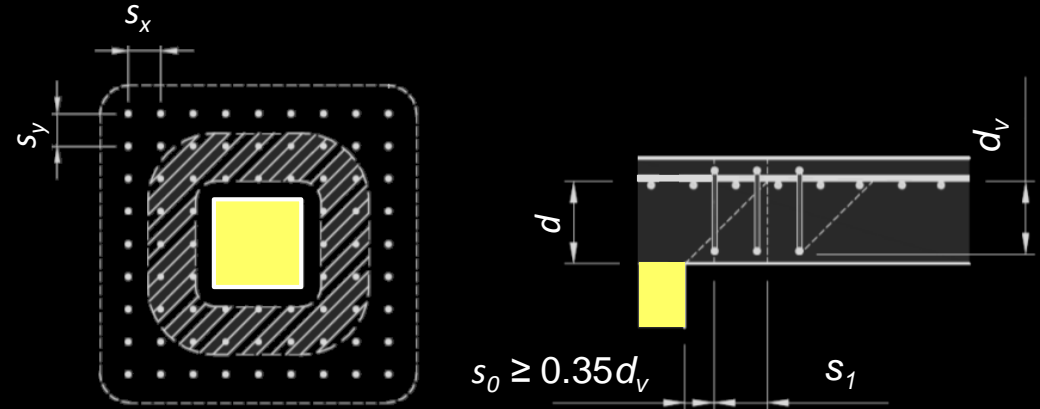
SIA 262 5.5.3.10: vollständige Verankerung in Druck- und Zugzone

Anordnung der Durchstanzbewehrung im Abstand $s_0 < s_1$ von der gestützten Fläche:

- radialer Abstand s_1 und maximale \emptyset , siehe SIA 262, Tab. 20 und Figur 39
- tangentialer Abstand im 2. Ring $\leq 1.5 \cdot d_v$

Generell gleichen Querschnitt A_{sw} pro Ring (affin zu Nachweisschnitt) vorsehen

→ Durchstanzbewehrung in Reihen: gleicher rad. Abstand der Dübel /Bügel

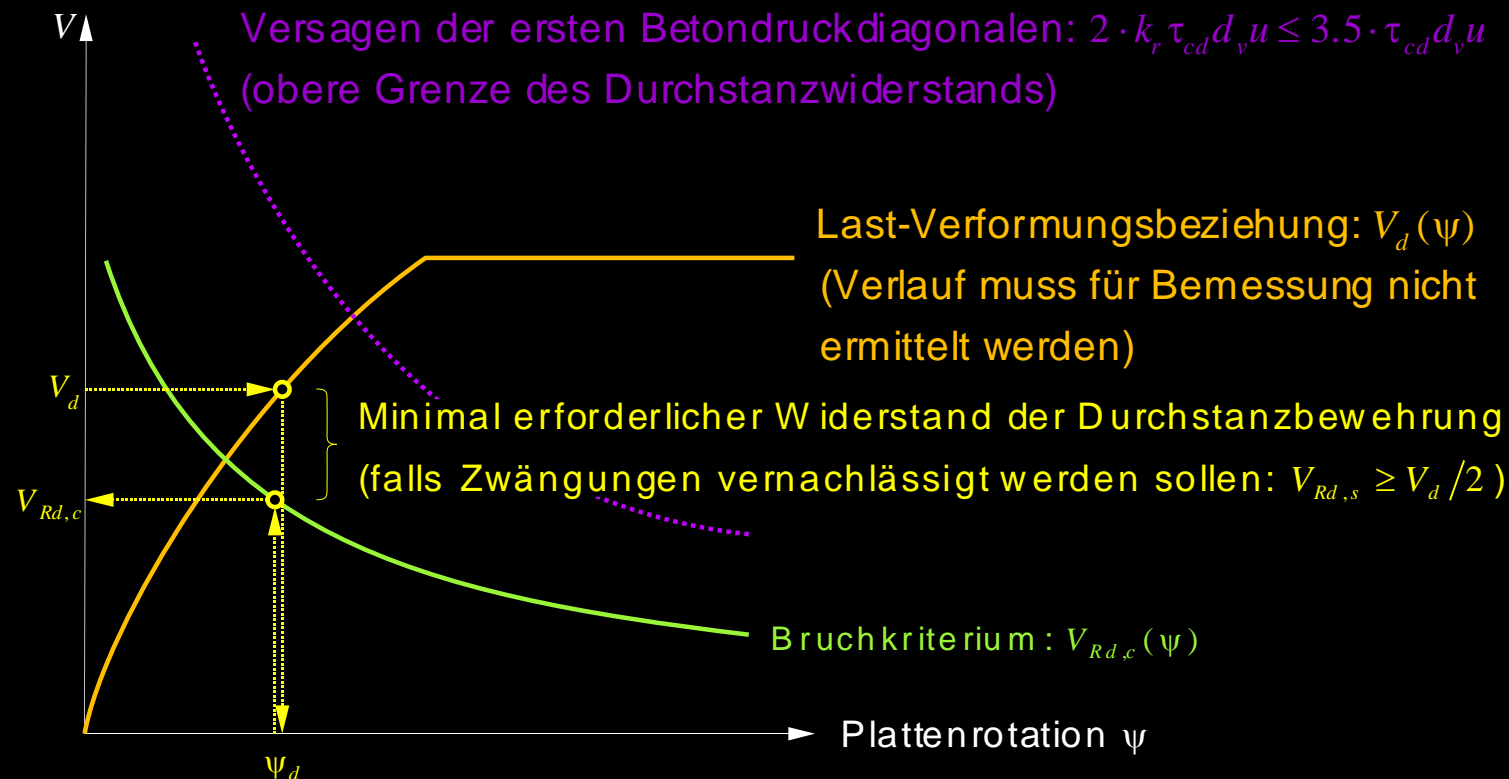


Platten – Einfluss von Querkräften

Durchstanzwiderstand von Platten mit Durchstanzbewehrung nach SIA 262

Bemessung (nur massg. Richtung dargestellt (ψ_d für m_{sd} , m_{Rd} und r_s pro Richtungen x , y ermitteln, kleinerer Wert von V_{Rd} ist massgebend))

1. Ermittlung $V_{Rd,c}$ (= wie Ermittlung V_{Rd} ohne Durchstanzbewehrung, siehe vorne)
2. Erforderlicher Widerstand $V_{Rd,s} \geq V_{d,s} = V_d - V_{Rd,c}$ ($\geq V_d/2$ falls Zwängungen vernachlässigt werden sollen)
3. Kontrolle, dass Versagen der ersten Druckdiagonalen nicht massgebend wird
4. Festlegung Grösse des verstärkten Bereichs (so, dass ausserhalb $V_{Rd,c}$ allein ausreicht)



NB: Die Ermittlung des effektiv vorhandenen Durchstanzwiderstands wird in der Vorlesung «Advanced Structural Concrete» näher erläutert.