Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Prof. Dr. Walter Kaufmann
Institut für Baustatik und Konstruktion
D-BAUG, Studiengang Bauingenieurwissenschaften

Stahlbeton I+II – Sessionsprüfung

(101-0126-01J)

Beispiel-Prüfung 4

Musterlösung

Name, Vorname: ______________________________

Studierenden-Nr.: ______________________________

Bemerkungen

1. Sofern nichts anderes angegeben ist, wird von Beton C30/37 (D_{max} = 32 mm, E_c = 33 GPa), Betonstahl B500B und einer Bewehrungsüberdeckung c_{nom} = 35 mm ausgegangen.

2. Der Abbiegeradius der Bügel und die Rippen der Bewehrungsstäbe dürfen für die Ermittlung der statisch wirksamen Höhe *d* vernachlässigt werden.

3. Für jede Aufgabe soll ein separater Papierbogen A3 verwendet werden.

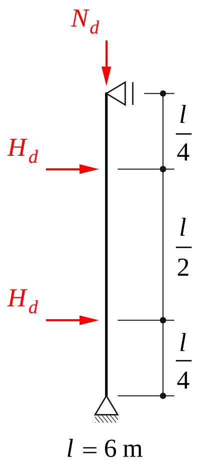
4. Sämtliche Unterlagen (Aufgabenstellung, Lösungsblätter) sind nach Prüfungsende mit Namen zu versehen und abzugeben.

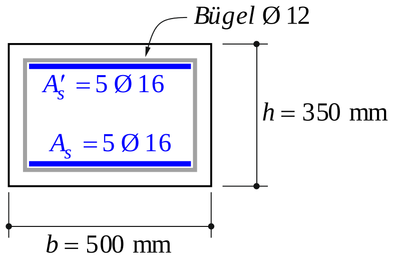
Hilfstabellen

	Ø [mm]	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**20**	**22**	**26**	**30**
	A_s [mm^2]	50	79	113	154	201	254	314	380	531	707
a_s [mm^2/m]	s = 100 mm	503	785	1130	1540	2010	2544	3141	3801	5309	7069
	s = 125 mm	402	628	904	1232	1608	2036	2513	3041	4247	5655
	s = 150 mm	335	523	753	1027	1340	1696	2094	2534	3539	4712
	s = 200 mm	251	393	565	770	1005	1272	1571	1901	2655	3534

Aufgabe 1

a) <u>*M*-*N*-Interaktionsdiagramm</u>





$$d' = 35 + 12 + \frac{16}{2} = 55 \text{ mm}$$

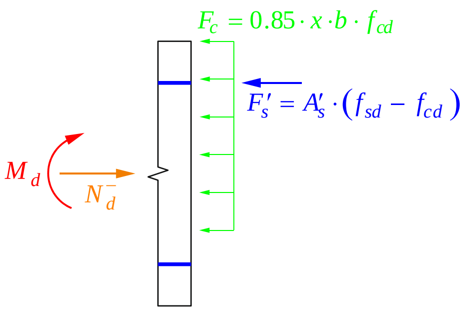
$$d = 355 - 55 = 295 \text{ mm}$$

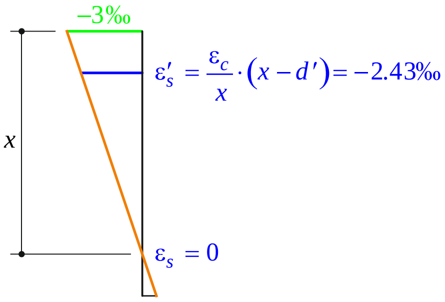
$$A_s = A_s' = 5 \cdot \frac{16^2 \cdot \pi}{4} = 1005 \text{ mm}^2$$

① *reiner Druck* $\quad \varepsilon_c = \varepsilon_s = \varepsilon_s' = -3‰$

$$N_{Rd}^{-} = b \cdot h \cdot f_{cd} + (A_s + A_s') \cdot (f_{sd} - f_{cd}) = 350 \cdot 500 \cdot 20 + (1005 + 1005) \cdot (435 - 20) = 4334 \text{ kN}$$

② $x = d = 295$ mm





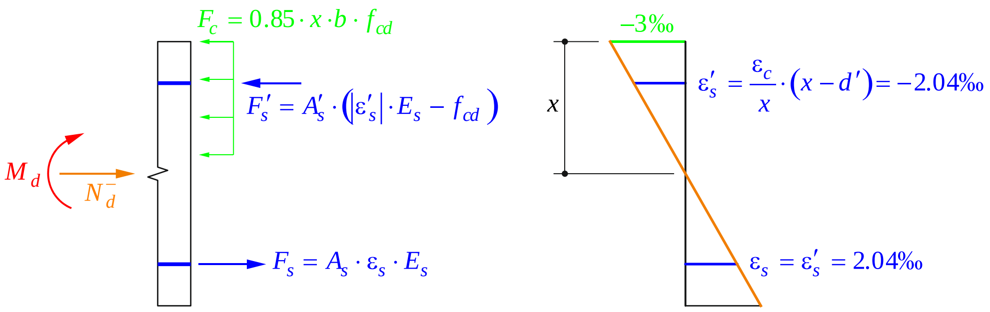
Beton im Bruch $\quad F_c = 0.85 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = 0.85 \cdot 295 \cdot 500 \cdot 20 = 2507 \text{ kN}$

obere Bewehrung fliesst $\quad F_s' = A_s' \cdot (f_{sd} - f_{cd}) = 1005 \cdot (435 - 20) = 417 \text{ kN}$

$\sum N = 0: \quad N_{Rd}^{-} = F_c + F_s' = 2507 + 417 = 2925 \text{ kN}$

$$\sum M = 0: \quad M_{Rd} = F_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{0.85 \cdot x}{2}\right) + F_s' \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = 2507 \cdot \left(175 - \frac{0.85 \cdot 295}{2}\right) + 417 \cdot (175 - 55) = 175 \text{ kNm}$$

③ $x = \frac{h}{2} = 175 \text{ mm}$



Beton im Bruch $F_c = 0.85 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = 0.85 \cdot 175 \cdot 500 \cdot 20 = 1488 \text{ kN}$

obere Bewehrung elastisch $F_s' = A_s' \cdot (\varepsilon_s' \cdot E_s - f_{cd}) = 1005 \cdot (2.04 \cdot 205 - 20) = 404 \text{ kN}$

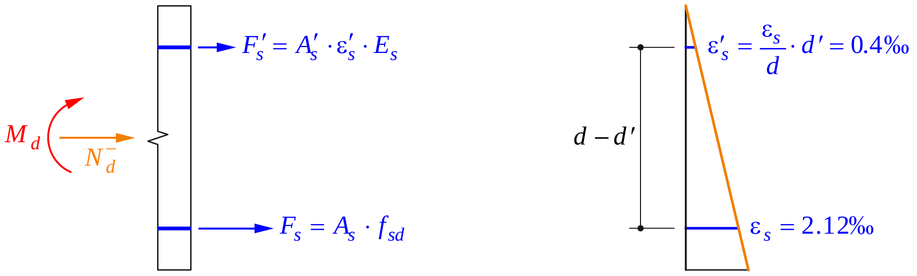
untere Bewehrung elastisch $F_s = A_s \cdot \varepsilon_s \cdot E_s = 1005 \cdot 2.04 \cdot 205 = 424 \text{ kN}$

$\sum N = 0:$ $N_{Rd}^- = F_c + F_s' - F_s = 1488 + 404 - 424 = 1468 \text{ kN}$

$\sum M = 0:$ $M_{Rd} = (F_s + F_s') \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + F_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{0.85 \cdot x}{2}\right) = (424 + 404) \cdot (295 - 175) + 1488 \cdot \left(175 - \frac{0.85 \cdot 175}{2}\right)$

$= 249 \text{ kNm}$

④ $x = 0$



obere Bewehrung elastisch $F_s' = \varepsilon_s' \cdot E_s \cdot A_s' = 0.4 \cdot 205 \cdot 1005 = 81 \text{ kN}$

untere Bewehrung fliesst $F_s = f_{sd} \cdot A_s = 435 \cdot 1005 = 437 \text{ kN}$

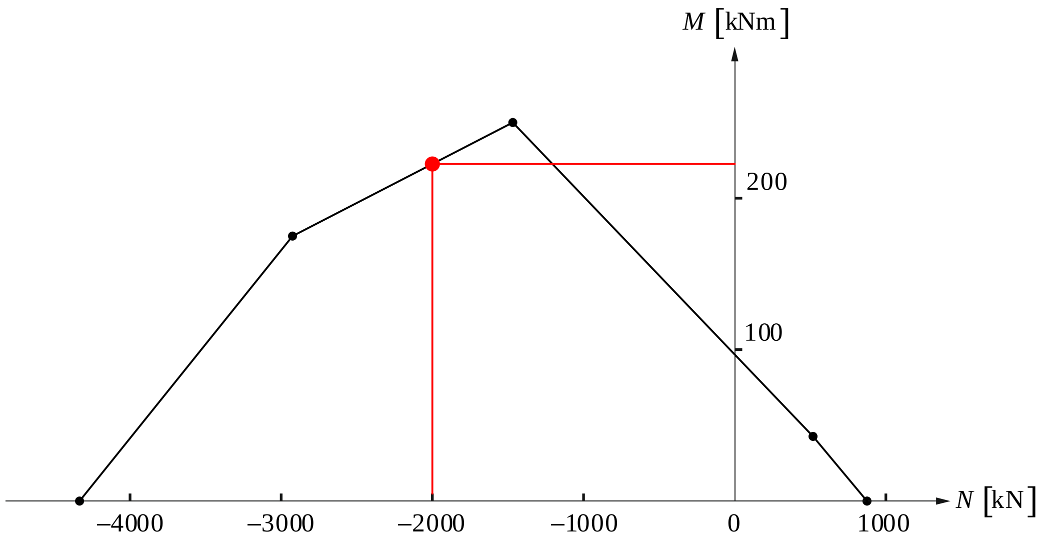
$\sum N = 0:$ $N_{Rd}^+ = F_s + F_s' = 437 + 81 = 518 \text{ kN}$

$\sum M = 0:$ $M_{Rd} = F_s \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - F_s' \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = (437 - 81) \cdot (295 - 175) = 42.7 \text{ kNm}$

⑤ *reiner Zug* $\varepsilon_s = \varepsilon_s' = 2.12‰$

$N_{Rd}^+ = (A_s + A_s') \cdot f_{sd} = (1005 + 1005) \cdot 435 = 875 \text{ kN}$

M-N-Interaktionsdiagramm



b) maximal zulässige Horizontalkraft

Biegewiderstand bei $N_d = 2000$ kN

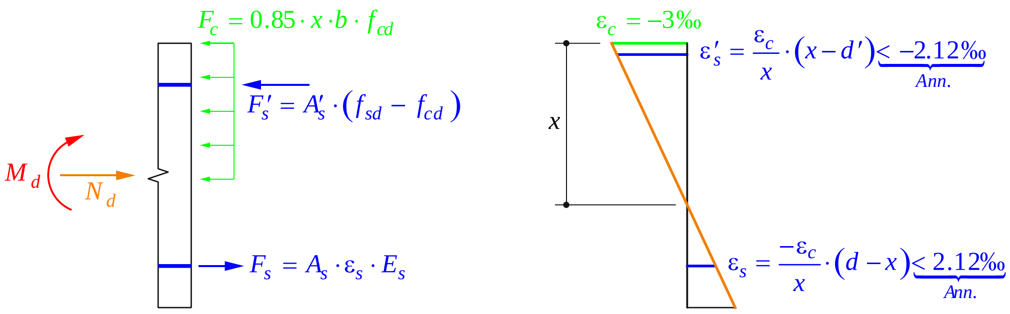
$\rightarrow$ *aus Diagramm*: $M_{Rd} = 220$ kNm

Knicklänge $l_{cr} = l = 6$ m

Anfangsimperfektion

$$e_{0d} = \max\begin{cases} \dfrac{d}{30} = \dfrac{295}{30} = 9.8 \text{ mm} \\ \dfrac{l_{cr}}{\sqrt{l}\cdot 200} = \dfrac{6000}{\sqrt{6}\cdot 200} = \underline{12 \text{ mm}} \end{cases}$$

QS-Analyse



$$\sum N = 0: \quad N_d = 2000\ kN = \underbrace{0.85 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd}}_{F_c} + \underbrace{(f_{sd} - f_{cd}) \cdot A_s'}_{F_s'} + \underbrace{\frac{\varepsilon_c}{x} \cdot (d - x) \cdot E_s \cdot A_s}_{F_s}$$

Betondruckzonenhöhe $\rightarrow \quad x = 214$ mm

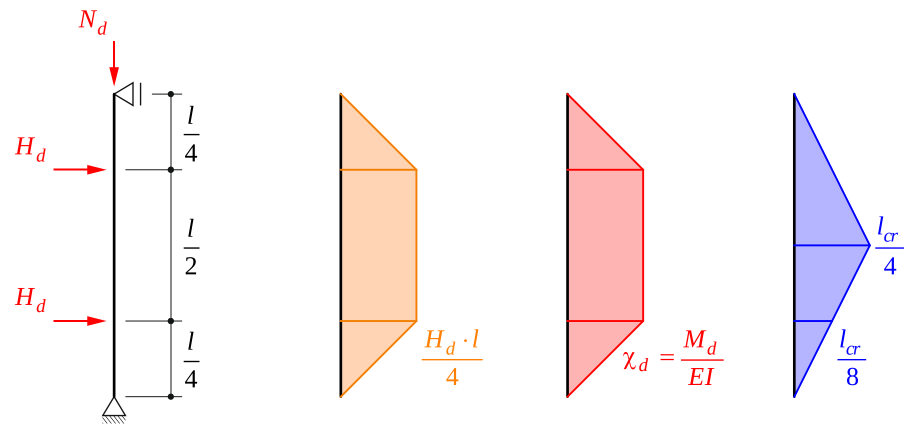
Krümmung $\chi = \dfrac{-\varepsilon_c}{x} = 14\ \dfrac{\text{mrad}}{\text{m}}$ (Kontrolle der Annahmen: $\varepsilon_s' = -2.23‰$, $\varepsilon_s = 1.14‰$)

Verformung 2. Ordnung $$e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} = 14 \cdot \frac{6^2}{\pi^2} = 51\,\text{mm}$$

totales Moment $$M_d = N_d \cdot \left(e_{0d} + e_{2d}\right) + \frac{H_d \cdot l}{4} = M_{Rd}$$

zulässige Horizontalkraft $$\rightarrow \quad H_d = \frac{4}{l} \cdot \left[M_{Rd} - N_d \cdot \left(e_{0d} + e_{2d}\right)\right] = \frac{4}{6} \cdot \left[220 - 2000 \cdot \left(0.012 + 0.051\right)\right] = 63\,\text{kN}$$

c) <u>Integrationskonstante *c*</u>



Verformung infolge einwirkendem Moment $$w = 2 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \chi_d \cdot \frac{l_{cr}}{8} \cdot \frac{l_{cr}}{4} + \frac{1}{2} \cdot \chi_d \cdot \left(\frac{l_{cr}}{8} + \frac{l_{cr}}{4}\right) \cdot \frac{l_{cr}}{4}\right] = \chi_d \cdot l_{cr}^2 \cdot \frac{11}{96}$$

$$\rightarrow \quad c\left(H_d\right) = \frac{96}{11} \approx 8.7$$

Biegesteifigkeit $$EI_d = \frac{M_{Rd}}{\chi_d} = \frac{220}{0.014} = 15714\,\text{kNm}^2$$

Euler-Knicklast $$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI_d}{l_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 15714}{6^2} = 4308\,\text{kN}$$

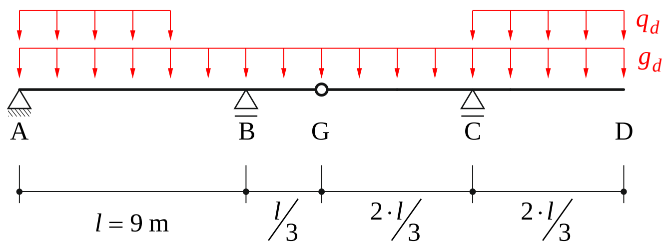
$$\alpha = \frac{N_d}{N_{cr}} = \frac{2000}{4308} = 0.464$$

Effektive Integrationskonstante $$c_{eff} = \alpha \cdot \pi^2 + (1-\alpha) \cdot \frac{N_d \cdot e_{0d} + \frac{H_d \cdot l}{4}}{\frac{N_d \cdot e_{0d}}{\pi^2} + \frac{H_d \cdot l}{4 \cdot c\left(H_d\right)}} = 9.37 < \pi^2 = 9.87$$

Effektive Integrationskonstante *c* kleiner als π^2: Die Berechnung ist leicht weniger konservativ, da die Effekte 2. Ordnung unterschätzt werden.

Aufgabe 2

a) Schnittgrössen

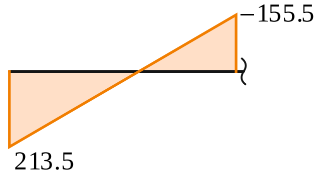


max. Feldmoment zwischen A & B

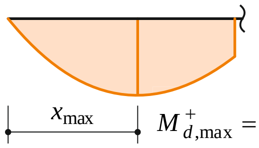
$$A_v = g_d \cdot l \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9}\right) + q_d \cdot l \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{9}\right) = \frac{4 \cdot g_d \cdot l}{9} + \frac{11 \cdot q_d \cdot l}{18} = 213.5 \text{ kN}$$

$$x_{\max} = \frac{A_v}{g_d + q_d} = \frac{213.5}{8+33} = 5.207 \text{ m}$$

V_d [kN]



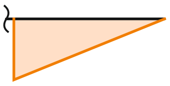
M_d [kNm]



$$M^+_{d,\max} = A_v \cdot \frac{x_{\max}}{2} = 556 \text{ kNm}$$

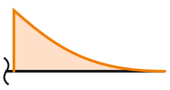
max. Stützenmoment und max. Querkraft bei Auskragung

V_d [kN]



$$V_{d,\max} = (g_d + q_d) \cdot \frac{2 \cdot l}{3} = (8+33) \cdot 6 = 246 \text{ kN}$$

M_d [kNm]



$$M_{d,\max} = \frac{g_d + q_d}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot l}{3}\right)^2 = \frac{8+33}{2} \cdot 6^2 = 738 \text{ kNm}$$

b) Tragsicherheit

Biegetragsicherheit

→ Stützenmoment massgebend!

erforderliche Biegebewehrung $A_{s,erf} \approx \dfrac{M_d^-}{0.8 \cdot h \cdot f_{sd}} = \dfrac{738}{0.8 \cdot 800 \cdot 435} = 2651\ \text{mm}^2$

$\text{Wahl:}\quad 4\,Ø\,30 \quad \rightarrow \quad A_s = 4 \cdot \dfrac{30^2 \cdot \pi}{4} = 2828\ \text{mm}^2$

statische Höhe $d = 800 - 35 - 10 - \dfrac{30}{2} = 740\ \text{mm}$

Betondruckzonenhöhe $x = \dfrac{A_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = \dfrac{2828 \cdot 435}{0.85 \cdot 400 \cdot 20} = 181\ \text{mm} < \begin{cases} h_f = 200\ \text{mm} \\ 0.35 \cdot d = 259\ \text{mm} \end{cases}$

Biegewiderstand $M_{Rd}^- = A_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \dfrac{0.85 \cdot x}{2}\right) = 2828 \cdot 435 \cdot \left(740 - \dfrac{0.85 \cdot 181}{2}\right) = 816\ \text{kNm} > M_d = 738\ \text{kNm}$

Querkrafttragsicherheit

innerer Hebelarm $z = d - \dfrac{0.85 \cdot x}{2} = 663\ \text{mm}$

Mindestbewehrung $a_{s,\min} = \rho_{\min} \cdot b_w = 0.2\% \cdot 200 = 400\ \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Druckfeldneigung $\alpha = 45°$ (Wahl)

erforderliche Bügelbew. $a_{sw,erf} = \dfrac{V_d}{f_{sd} \cdot z \cdot \cot(\alpha)} = \dfrac{246}{435 \cdot 663 \cdot \cot(45°)} = 853\ \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

$\text{Wahl:}\quad Ø\,10\ @\ 150\ \text{mm, 2-schnittig} \quad \rightarrow \quad a_s = 1047\ \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}} > a_{s,\min}$

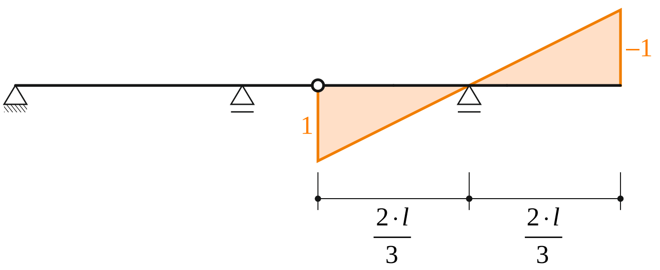
Bügelwiderstand $V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{sd} \cdot z \cdot \cot(\alpha) = 1047 \cdot 435 \cdot 663 \cdot \cot(45°) = 302\ \text{kN}$

Betondruck $V_{Rd,c} = b_w \cdot k_c \cdot f_{cd} \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = 200 \cdot 0.55 \cdot 20 \cdot 663 \cdot \sin(45°) \cdot \cos(45°) = 729\ \text{kN}$

Querkraftnachweis $V_{Rd} = \min\{V_{Rd,s}; V_{Rd,c}\} = 302\ \text{kN} > V_d = 246\ \text{kN}$.

c) <u>massgebende Querkraft</u>

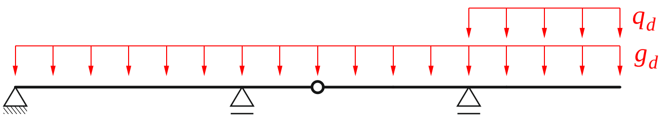
Einflusslinie für V_d^G



→ EG kompensiert sich,

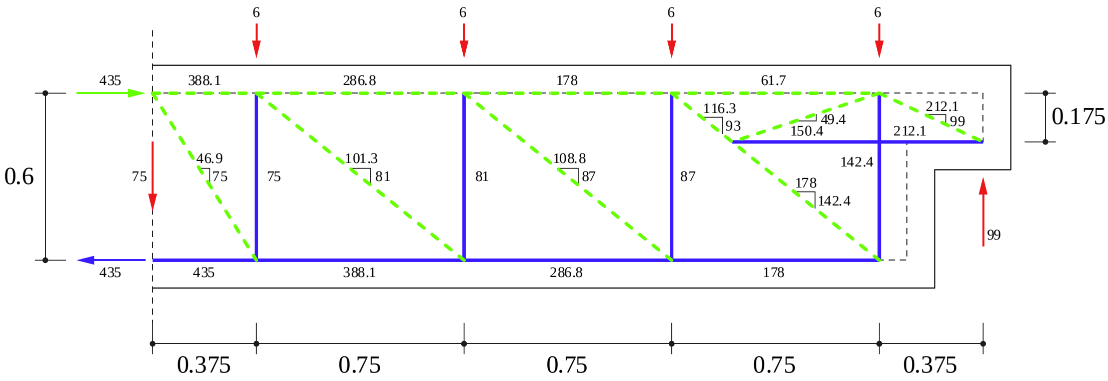
nur NL Einfluss auf V_d^G !

massgebende Laststellung



$$V_{d,\min}^G = -1 \cdot q_d \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot l}{3} = -99 \text{ kN}$$

d) <u>Fachwerkmodell</u>



e) <u>Bemessung der Stegbewehrung</u>

Bügelbewehrung $\quad a_{s,erf} = \frac{87}{435 \cdot 0.75} = 267 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} < a_{s,\min}$

Mindestbewehrung : Ø8 @ 200 mm, 2 – schnittig $\quad \rightarrow \quad a_{sw} = 2 \cdot \frac{8^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.2} = 503 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

$$V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{sd} \cdot z \cdot \cot(\alpha) = 503 \cdot 435 \cdot 0.75 = 164 \text{ kN} > V_d = 87 \text{ kN}$$

Konzentrierte Aufhängebewehrung

$A_{s,erf} = \frac{142.4}{435} = 327 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \quad 2\,Ø16: \quad A_s = 2 \cdot \frac{16^2 \cdot \pi}{4} = 402 \text{ mm}^2$

$$F_{w,Rd} = 435 \cdot 402 = 175 \text{ kN} > 142.4 \text{ kN}$$

Längszugverankerung

$A_{s,erf} = \frac{212.1}{435} = 488 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \quad 2\,Ø18: \quad A_s = 2 \cdot \frac{18^2 \cdot \pi}{4} = 509 \text{ mm}^2$

$$F_{t,Rd} = 435 \cdot 509 = 221 \text{ kN} > 212.1 \text{ kN}$$

Aufgabe 3

a) Spanngliedgeometrie

Rechtes Randfeld

Umlenkkräfte im rechten Randfeld $u_{\infty,r} = \frac{2 \cdot P_\infty \cdot k_r}{(l_2 - a_r)^2} = \frac{8 \cdot P_\infty \cdot f_r}{l_2^2}$

erforderliche Vorspannkraft $P_\infty = 0.85 \cdot 0.7 \cdot 2 \cdot P_{pk} = 0.85 \cdot 0.7 \cdot 2 \cdot 3906 = 4648\ \mathrm{kN}$

$\rightarrow \quad u_{\infty,r} = \frac{8 \cdot 4648 \cdot 1.1065}{22^2} = 85\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$

ständige Lasten $g_k = g_{0k} + g_{Ak} = \gamma_c \cdot A_c + g_{Ak} = 25 \cdot 2 \cdot 178 + 30.55 = 85\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$

$\rightarrow \underline{u_{\infty,r} = 85\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cong g_k = 85\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}}$ i.O.

Linkes Randfeld

Bedingungen $u_{\infty,l} = u_{\infty,r} \quad \rightarrow \quad f_2 = \frac{u_{\infty,r} \cdot l_1^2}{8 \cdot P_\infty} = 0.741\ \mathrm{m}$

$$f_{0,l} = z_{sp} - \Delta + k_l \quad (\mathrm{I})$$

$$\Delta = \max\left\{c_{nom,p};\ c_{nom,s} + \varnothing_w\right\} + \frac{\varnothing_H}{2} + e = 99.5\ \mathrm{mm}$$

$$a = \frac{f_{0,l}}{f_{0,l} - k_l} \cdot \left(l_1 - \sqrt{\frac{k_l}{f_{0,l}} \cdot \left(l_1^2 + 2 \cdot R_{\min} \cdot k_l\right) - 2 \cdot R_{\min} \cdot k_l} \right) \quad (\mathrm{II})$$

$$\text{mit } R_{\min} = 3\ \mathrm{m} \cdot \sqrt{\frac{P_{pk}}{\mathrm{MN}}} = 5.93\ \mathrm{m}$$

$$u_\infty = \frac{2 \cdot P_\infty \cdot k_l}{(l_1 - a_l)^2} \quad (\mathrm{III})$$

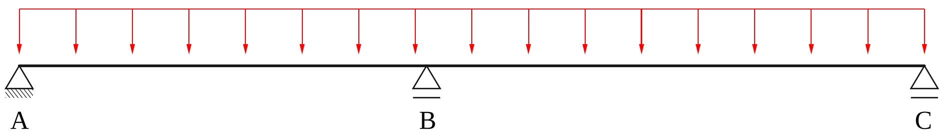
$(\mathrm{I}), (\mathrm{II}), (\mathrm{III}) \quad \rightarrow \quad \underline{k_l = 475.1\ \mathrm{mm}}, \quad \underline{f_{0,l} = 960.8\ \mathrm{mm}}, \quad \underline{a_l = 10'792\ \mathrm{mm}},$

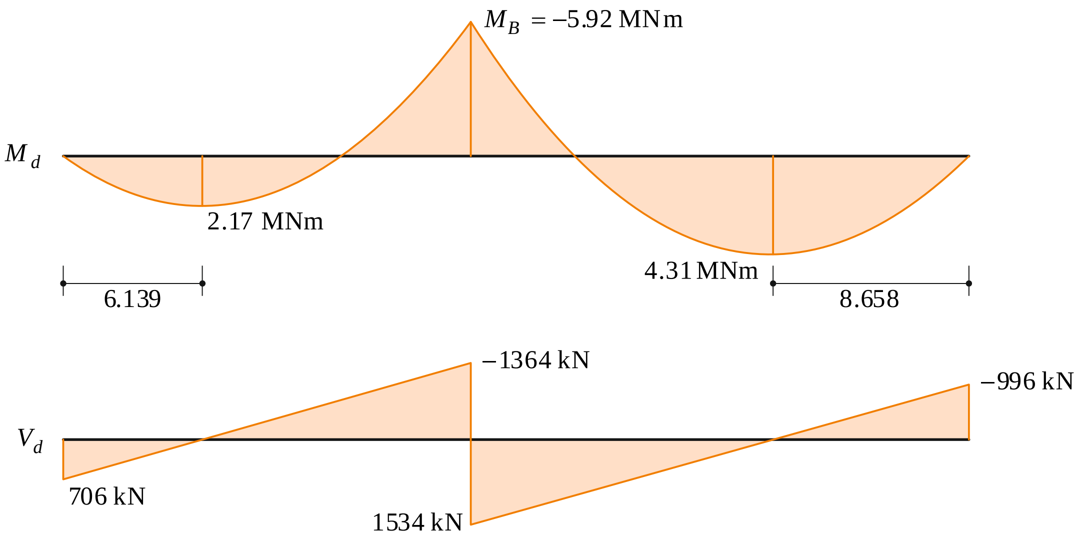
$\underline{b_l = 2 \cdot R_{\min} \cdot \frac{f_{0,l}}{a_l} = 1056\ \mathrm{mm}}, \quad \underline{c_l = 2 \cdot R_{\min} \cdot \frac{f_{0,l}^2}{a_l^2} = 94.0\ \mathrm{mm}}$

b) Schnittgrössen auf charakteristischem Niveau und $t \to \infty$

Schnittgrössen aus äusseren Einwirkungen

charakteristische Lasten $\quad q = g_{0k} + g_{Ak} + q_k = 30 + 85 = 115\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$





Auflagerreaktionen

$$A = \frac{q}{l_1} \cdot \left(\frac{l_1^2}{2} - \frac{l_1^3 + l_2^3}{8 \cdot (l_1 + l_2)} \right) = q \cdot 6.139\ \text{m} = 706\ \text{kN}$$

$$C = \frac{q}{l_2} \cdot \left[\frac{l_2^2}{2} - \frac{l_1^3 + l_2^3}{8 \cdot (l_1 + l_2)} \right] = q \cdot 8.659\ \text{m} = 996\ \text{kN}$$

$$B = q \cdot (l_1 + l_2) - A - C = q \cdot 25.202\ \text{m} = 2898\ \text{kN}$$

Moment in B

$$M_B = -q \cdot \frac{l_1^3 + l_2^3}{8 \cdot (l_1 + l_2)} = -51.5\ \text{m}^2 \cdot q = -5923\ \text{kNm}$$

max. Moment im linken Feld

$$M_1 = A \cdot 6.139\ \text{m} - q \cdot \frac{(6.139\ \text{m})^2}{2} = 2167\ \text{kNm}$$

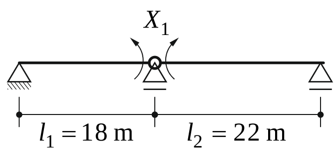
max. Moment im rechten Feld

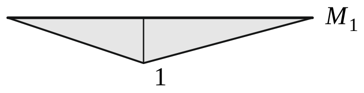
$$M_2 = C \cdot 8.659\ \text{m} - q \cdot \frac{(8.659\ \text{m})^2}{2} = 4311\ \text{kNm}$$

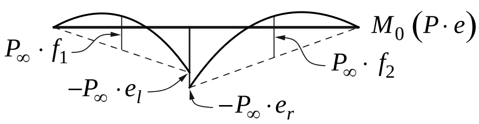
Zwangsschnittgrössen

Vorspannkraft $P_\infty = 0.85 \cdot 0.7 \cdot 2 \cdot P_{pk} = 4648 \text{ kN}$

GS & ÜG







Verformungen

$$\delta_{11} = \int M_1 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot \frac{l_1 + l_2}{EI}$$

$$\delta_{10} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{P_\infty \cdot f_1 \cdot l_1}{EI} - \frac{1}{3} \cdot \frac{P_\infty \cdot f_2 \cdot l_2}{EI} - \frac{1}{3} \cdot \frac{P_\infty \cdot e_l \cdot l_1}{EI} - \frac{1}{3} \cdot \frac{P_\infty \cdot e_r \cdot l_2}{EI}$$

Kompatibilität

$$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} \cdot X_1 = 0$$

$$\rightarrow \qquad X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = P_\infty \cdot \frac{l_1 \cdot \left(f_1 + e_l\right) + l_2 \cdot \left(f_2 + e_r\right)}{l_1 + l_2}$$

mit $e \cong f_0 - k + c$ $\qquad e_l = -579.7 \text{ mm}$ $\qquad e_r = -613.1 \text{ mm}$

Zwangsmoment $\rightarrow$ $M_{ps} = X_1 = 4648 \cdot \dfrac{18 \cdot \left(0.741 - 0.5797\right) + 22 \cdot \left(1.1065 - 0.6131\right)}{18 + 22} = 1599 \text{ kNm}$

c) Spannungsnachweis

Spannung an äusseren QS-Rändern $\sigma_c = \dfrac{N}{A_c} + \dfrac{M\left(P\right) + M_{ps} + M\left(g,q\right)}{I_c} \cdot z$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{c,\sup} \\ \sigma_{c,\inf} \end{pmatrix} = \frac{-4648 \cdot 10^3}{2.178 \cdot 10^6} + \frac{-4648 \cdot 10^3 \cdot \left(-485.5\right) + 1599 \cdot 10^6 - 5.92 \cdot 10^9}{6.105 \cdot 10^{11}} \cdot \begin{pmatrix} -585 \\ 915 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.16 \\ -5.22 \end{pmatrix} \text{MPa}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{c,\sup} \\ \sigma_{c,\inf} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.16 \\ -5.22 \end{pmatrix} \text{MPa} < 0 \text{MPa}$$

→ dekomprimiert nicht!

d) Tragsicherheit

Einwirkung auf Bemessungsniveau $q_d = \gamma_G \cdot (g_{0k} + g_{Ak}) + \gamma_Q \cdot q_k = 1.35 \cdot (54.45 + 30.55) + 1.5 \cdot 30 = 159.8 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

massgebendes Moment $M_d = -q_d \cdot 51.5 \, \text{m}^2 = -8230 \, \text{kNm}$

Biegewiderstand nur infolge Vorspannkabel

$$M_{Rd,P} = A_p \cdot f_{pd} \cdot \left(d_p - \frac{A_p \cdot f_{pd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 2 \cdot 2100 \cdot 1390 \cdot \left(1400.5. - \frac{2 \cdot 2100 \cdot 1390}{2 \cdot 1890 \cdot 20} \right) = 7730 \, \text{kNm}$$

statische Höhe $d_p = h - c_{nom,p} - \frac{\varnothing_H}{2} - e = 1500 - 45 - \frac{87}{2} - 11 = 1400.5 \, \text{mm}$

$$d_s = h - c_{nom,s} - \varnothing_w - \frac{\varnothing_x}{2} = 1500 - 35 - 10 - \frac{20}{2} = 1445 \, \text{mm (Annahme: } \varnothing_x = 20 \, \text{mm)}$$

erforderliche schlaffe Bewehrung $A_{s,erf} = \frac{M_{Rd,P} - M_d}{d \cdot f_{sd}} = \frac{8230 - 7730}{1.445 \cdot 435} = 795 \, \text{mm}^2$

$$\text{Wahl:} \quad 2 \, \varnothing \, 20 \; \textit{pro Steg} \quad \rightarrow \quad A_s = 4 \cdot \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 1256 \, \text{mm}^2$$

Betondruckzonenhöhe $x = \frac{A_p \cdot f_{pd} + A_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = 199 \, mm < t = 280 \, \text{mm}$

Kontrolle der Dehnungen $\chi = \frac{\varepsilon_{c2d}}{x} = \frac{3‰}{199} = 15.1 \, \frac{\text{mrad}}{\text{m}}$

$$\varepsilon_s = \chi \cdot (d_s - x) = 18.8‰ < \varepsilon_{ud} = 45‰$$

$$\varepsilon_p = \chi \cdot (d_p - x) + \Delta\varepsilon = 18.1‰ + 6‰ = 24.1‰ > \varepsilon_{ud} = 20‰$$ nicht i.O.

→ mehr Bewehrung für Gewährleistung der Duktilität notwendig!

zusätzliche schlaffe Bewehrung $\text{Wahl:} \quad 2 \times 8 \, \varnothing \, 20: \quad \rightarrow \quad A_s = 5024 \, \text{mm}^2$

Betondruckzonenhöhe $x = \frac{A_p \cdot f_{pd} + A_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = 249.7 \, \text{mm} < \begin{cases} t = 280 \, \text{mm} \\ 0.35 \cdot d = 490 \, \text{mm} \end{cases}$

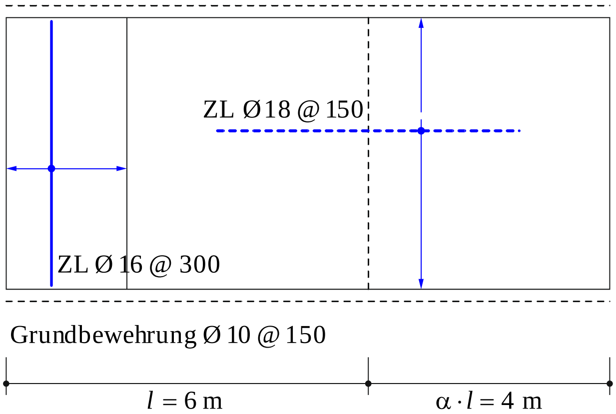
Kontrolle der Dehnungen $\chi = \frac{3‰}{249.7} = 12 \, \frac{\text{mrad}}{\text{m}}$ $\varepsilon_s = \chi \cdot (d_s - x) = 14.4‰ < \varepsilon_{ud} = 45‰$

$$\varepsilon_p = \chi \cdot (d_p - x) + \Delta\varepsilon = 19.8‰ < \varepsilon_{ud} = 20‰$$

Biegewiderstand $M_{Rd} = A_p \cdot f_{pd} \cdot \left(d_p - \frac{0.85 \cdot x}{2} \right) + A_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d_s - \frac{0.85 \cdot x}{2} \right) = 10.48 \, \text{MNm}$

Nachweis $\rightarrow \quad M_{Rd} = 10.48 \, \text{MNm} > M_d = 8.23 \, \text{MNm}$

Aufgabe 4



a) Mindestbewehrung

statische Höhe $d = h - c_{nom} - Ø = 300 - 35 - 10 = 255 \text{ mm}$

Bewehrung $a_s = \dfrac{Ø^2 \cdot \pi}{4 \cdot s} = \dfrac{10^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.15} = 524 \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Biegewiderstand $m_{Rd,\min} = a_{s,\min} \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \dfrac{a_{s,\min} \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 524 \cdot 435 \cdot \left(255 - \dfrac{524 \cdot 435}{2 \cdot 1000 \cdot 20} \right) = 56.8 \dfrac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Rissmoment $m_r = 1.3 \cdot f_{ctm} \cdot \dfrac{h^2 \cdot b}{6} = 1.3 \cdot 2.9 \cdot \dfrac{300^2 \cdot 1000}{6} = 56.6 \dfrac{\text{kNm}}{\text{m}} \qquad (k_t = 1)$

Nachweis $m_{Rd,\min} > m_r$

b) Biegewiderstände mit Zulagen

Schnitt B-B ZL Ø16 @ 300: $a_{sy} = a_{s,\min} + \dfrac{Ø_y^2 \cdot \pi}{4 \cdot s_y} = 524 + \dfrac{16^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.3} = 1194 \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

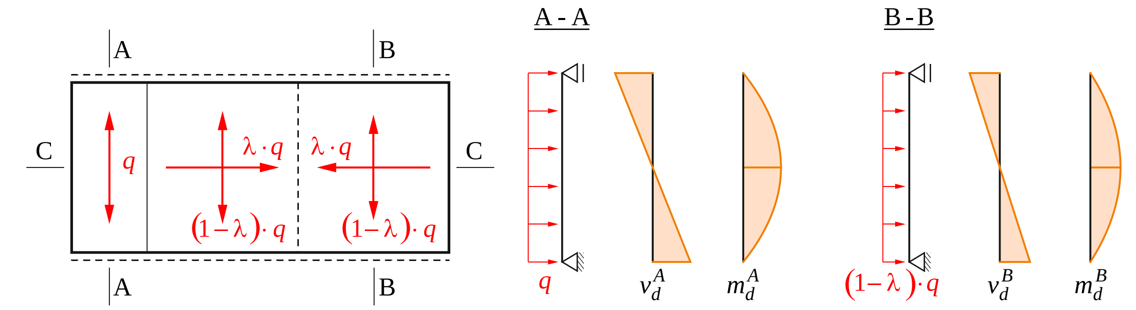
$$m_{yu} = a_{sy} \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{a_{sy} \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 1194 \cdot 435 \cdot \left(255 - \frac{1194 \cdot 435}{2 \cdot 1000 \cdot 20} \right) = 125.6 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

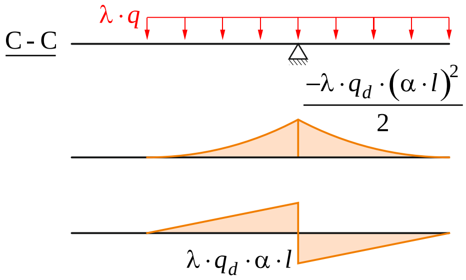
über Auflager ZL Ø18 @ 150: $a'_{sx} = a_{s,\min} + \dfrac{Ø_x^2 \cdot \pi}{4 \cdot s_x} = 524 + \dfrac{18^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.15} = 2220 \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

$$m'_{xu} = a'_{sx} \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{a'_{sx} \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 2220 \cdot 435 \cdot \left(255 - \frac{2220 \cdot 435}{2 \cdot 1000 \cdot 20} \right) = 222.9 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Betondruckzonenhöhe $x = \dfrac{a'_{sx} \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = 56.8 \text{ mm} < 0.35 \cdot d = 89.3 \text{ mm}$

c) Streifenmethode





$$m_d^A = \frac{q_d \cdot b^2}{8} \qquad m_d^B = \frac{(1-\lambda) \cdot q_d \cdot b^2}{8}$$

$$v_d^A = \frac{q_d \cdot b}{2} \qquad v_d^B = \frac{(1-\lambda) \cdot q_d \cdot b}{2}$$

Einwirkungen $\quad g_{0k} = 0.3 \cdot 25 = 7.5\ \text{kPa} \qquad g_{Ak} = 15\ \text{kPa} \qquad q_k = 12\ \text{kPa}$

$$q_d = \gamma_G \cdot (g_{0k} + g_{Ak}) + \gamma_Q \cdot q_k = 1.35 \cdot (7.5 + 15) + 1.5 \cdot 12 = 48.4\ \text{kPa}$$

Biegetragsicherheit

Lastaufteilung wird so gewählt, dass der Biegenachweis über der Querwand gerade erfüllt ist.

$$\frac{\lambda \cdot q_d \cdot (\alpha \cdot l)^2}{2} \le m'_{xu} \quad \rightarrow \quad \lambda \le \frac{2 \cdot m'_{xu}}{q_d \cdot (\alpha \cdot l)^2} = \frac{2 \cdot 222.9}{48.4 \cdot 4^2} = 0.576$$

Biegenachweis über Querwand $\quad m'_d = \frac{0.576 \cdot 48.4 \cdot 4^2}{2} = 222.9\ \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \le m'_{Rd} = 222.9\ \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Biegenachweis in A-A $\quad m_d^A = \frac{q_d \cdot b^2}{8} = \frac{48.4 \cdot 4.5^2}{8} = 122.4\ \frac{\text{kNm}}{\text{m}} < m_{Rd}^A = 125.6\ \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Biegenachweis in B-B $\quad m_d^B = \frac{(1-\lambda) \cdot q_d \cdot b^2}{8} = \frac{(1-0.576) \cdot 48.4 \cdot 4.5^2}{8} = 51.9\ \frac{\text{kNm}}{\text{m}} < m_{Rd}^B = 56.8\ \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Querkrafttragsicherheit

massgebende Querkraft

$$v_{0d}^B = \sqrt{\left(\lambda \cdot q_d \cdot \alpha \cdot l\right)^2 + \left(\frac{(1-\lambda)\cdot q_d \cdot b}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(0.576 \cdot 48.4 \cdot 4\right)^2 + \left(\frac{(1-0.576)\cdot 48.4 \cdot 4.5}{2}\right)^2} = 120\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Hauptquerkraftrichtung $\varphi = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \arctan\left(\frac{46.2}{111.5}\right) = 22.5°$

Querkraftwiderstand $v_{Rd} = k_d \cdot d \cdot \tau_{cd} = 0.48 \cdot 255 \cdot 1.1 = 135\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

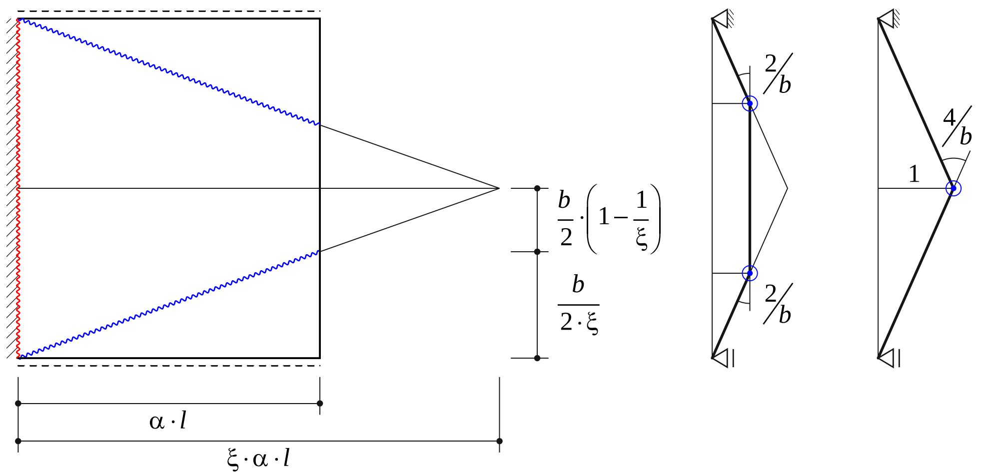
$$k_g = \frac{48}{16 + D_{\max}} = 1$$

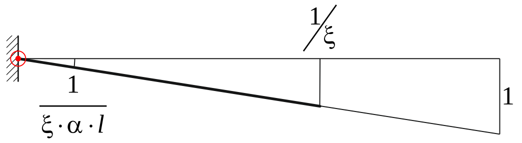
$$\varepsilon_v = \underset{konservativ}{1.5} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \frac{1}{\sin^4(\varphi) + \cos^4(\varphi)} = 1.5 \cdot \frac{435}{205} \cdot \frac{1}{\sin^4(22.5°) + \cos^4(22.5°)} = 4.24‰$$

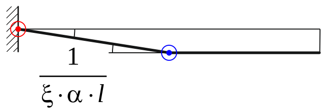
$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} = \frac{1}{1 + 2.12‰ \cdot 255 \cdot 1} = 0.65$$

Nachweis $v_{0d}^B = 120\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} < v_{Rd} = 135\ \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

d) Fliessgelenklinienmethode







Arbeit der äusseren Kräfte

$$W=\left(2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{b}{2\cdot\xi}\cdot\alpha\cdot l\cdot\frac{1}{\xi}+\frac{1}{2}\cdot b\cdot\left(1-\frac{1}{\xi}\right)\cdot\alpha\cdot l\cdot\frac{1}{\xi}\right)\cdot q_u=\frac{\alpha\cdot b\cdot l\cdot(3\cdot\xi-1)}{6\cdot\xi^2}\cdot q_u$$

Dissipationsarbeit

$$D=m_u\cdot\frac{4}{b}\cdot\alpha\cdot l+4\cdot m_u\cdot\frac{1}{\xi\cdot\alpha\cdot l}\cdot b+m_u\cdot\frac{1}{\xi\cdot\alpha\cdot l}\cdot\frac{b}{\xi}$$

Traglast $\quad W=D$

$$\rightarrow\quad q_u=\frac{6\cdot m_u\cdot\left(4\cdot(\alpha\cdot l)^2\cdot\xi^2+4\cdot\xi\cdot b^2+b^2\right)}{(\alpha\cdot l)^2\cdot b^2\cdot(3\cdot\xi-1)}$$

Minimierung der Traglast

$$\frac{dq_u}{d\xi}=\frac{6\cdot m_u\cdot\left(12\cdot\xi^2\cdot(\alpha\cdot l)^2-8\cdot(\alpha\cdot l)^2\cdot\xi-7\cdot b^2\right)}{(\alpha\cdot l)^2\cdot b^2\cdot(3\cdot\xi-1)^2}=0$$

$$\rightarrow\quad \xi=1.255$$

Massgebende Traglast

$$q_u=89.5\text{ kPa}<q_d=90\text{ kPa}$$