Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Prof. Dr. Walter Kaufmann
Institut für Baustatik und Konstruktion
D-BAUG, Studiengang Bauingenieurwissenschaften

Stahlbeton I+II – Sessionsprüfung

(101-0126-01J)

Beispiel-Prüfung 3

Musterlösung

Name, Vorname: ______________________________

Studenten-Nr.: ______________________________

Bemerkungen

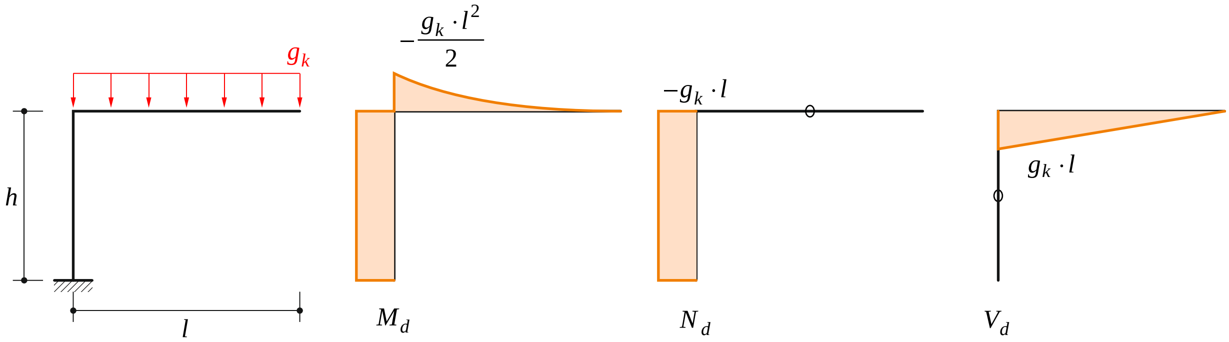
1. Sofern nichts anderes angegeben ist, wird von Beton C30/37 (D_{max} = 32 mm, E_c = 33 GPa), Betonstahl B500B und einer Bewehrungsüberdeckung c_{nom} = 35 mm ausgegangen.
2. Der Abbiegeradius der Bügel und die Rippen der Bewehrungsstäbe dürfen für die Ermittlung der statisch wirksamen Höhe *d* vernachlässigt werden.
3. Für jede Aufgabe soll ein separater Papierbogen A3 verwendet werden.
4. Sämtliche Unterlagen (Aufgabenstellung, Lösungsblätter) sind nach Prüfungsende mit Namen zu versehen und abzugeben.
5. Hilfsmittel: 10 Seiten selbständig verfasste Zusammenfassung, Normen SIA 260, 261, 262, Taschenrechner (ohne externe Kommunikationsmöglichkeiten), Zirkel und Lineal.

Hilfstabellen

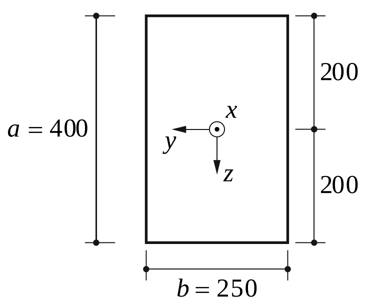
	Ø [mm]	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**20**	**22**	**26**	**30**
	A_s [mm^2]	50	79	113	154	201	254	314	380	531	707
a_s [mm^2/m]	s = 100 mm	503	785	1130	1540	2010	2544	3141	3801	5309	7069
	s = 125 mm	402	628	904	1232	1608	2036	2513	3041	4247	5655
	s = 150 mm	335	523	753	1027	1340	1696	2094	2534	3539	4712
	s = 200 mm	251	393	565	770	1005	1272	1571	1901	2655	3534

Aufgabe 1

a) Risslast



Querschnittswerte (reiner Betonquerschnitt):



$$z_{inf} = -z_{sup} = 200 \text{ mm}$$

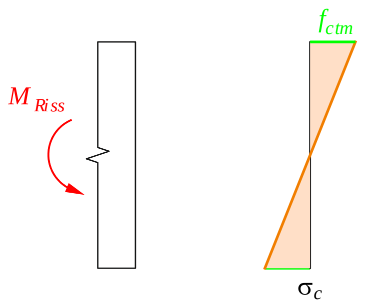
$$A_c = 400 \cdot 250 = 100'000 \text{ mm}^2$$

$$I_{yc} = \frac{400^3 \cdot 250}{12} = 1.333 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Reissen des Riegels (nur Biegung)

Rissmoment $$M_{Riss,r} = \frac{I_{yc}}{z_{sup}} \cdot f_{ctm} = \frac{1.333 \cdot 10^9}{-200} \cdot 2.9 = -19.33 \text{ kNm}$$

Risslast $$g_{k,Riss,R} = \frac{-M_{Riss,R} \cdot 2}{l^2} = \frac{19.33 \cdot 2}{5^2} = 1.547 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

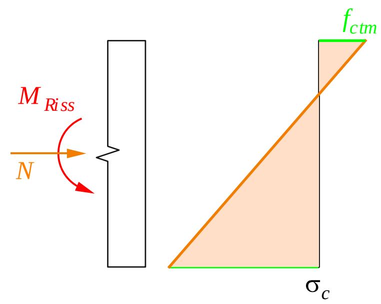


Reissen der Stütze (Biegung + Normalkraft)

Spannungsanalyse $$\sigma_{c,sup} = \frac{N}{A} + \frac{M_{Riss,S}}{I_{yc}} \cdot z_{sup} = f_{ctm}$$

Rissmoment

$$M_{Riss,S} = \frac{-g_{k,Riss,S} \cdot l^2}{2} = \frac{I_{yc}}{z_{sup}} \cdot \left(f_{ctm} - \frac{N}{A_c} \right) = \frac{I_{yc}}{z_{sup}} \cdot \left(f_{ctm} - \frac{-g_{k,Riss,S} \cdot l}{A_c} \right)$$



Risslast $$g_{k,Riss,S} = \frac{\frac{I_{yc}}{z_{sup}} \cdot f_{ctm}}{-\frac{l^2}{2} - \frac{I_{yc}}{z_{sup}} \cdot \frac{l}{A_c}} = 1.589 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$\rightarrow$ sehr kleiner Effekt der Normalkraft $(\approx 3\%)$

b) <u>Traglast gemäss SIA 262</u>

statische Höhe $d = 400 - 35 - 8 - \frac{26}{2} = 344\text{ mm}$ $\quad d' = 35 + 8 + \frac{10}{2} = 48\text{ mm}$

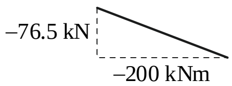
Moment 1. Ordnung $M_{1d} = -\frac{g_{0d} \cdot l^2}{2} \rightarrow \quad e_{1d} = \frac{M_{1d}}{N_d} = \frac{\frac{-g_{0d} \cdot l^2}{2}}{-g_{0d} \cdot l} = \frac{l}{2} = 2.5\text{ m}$

Anfangsimperfektion $e_{0d} = \max\left\{\alpha_i \cdot \frac{l_{cr}}{2}; \frac{d}{30}\right\} = \max\left\{\frac{1}{200} \cdot \frac{8}{2}; \frac{344}{30}\right\} == \max\left\{20\text{ mm}; 11\text{ mm}\right\} = 20\text{ mm}$

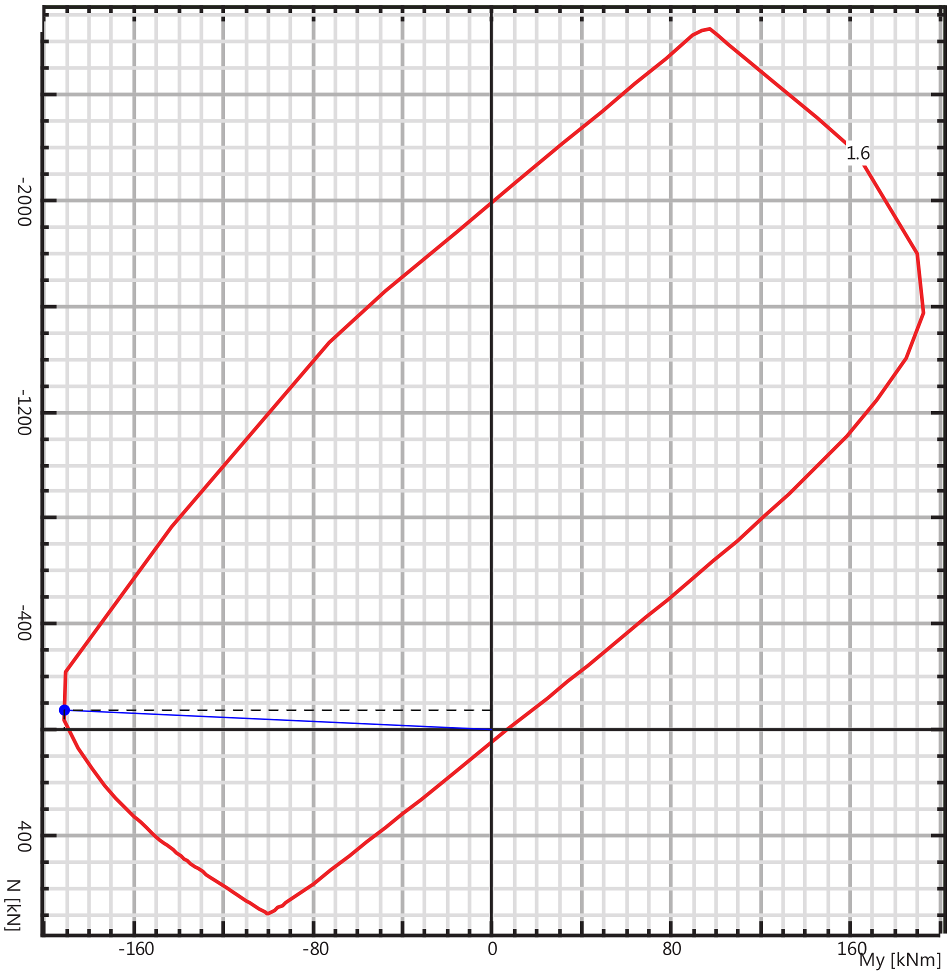
Verf. 2. Ordnung $e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} = \frac{2 \cdot f_{sd}}{E_s \cdot (d - d')} \cdot \frac{(2 \cdot h)^2}{\pi^2} = \frac{2 \cdot 435}{205000 \cdot (0.344 - 0.048)} \cdot \frac{8^2}{\pi^2} = 0.093\text{ m}$

totales Moment $-M_d = -N_d \cdot (e_{0d} + e_{1d} + e_{2d}) = -N_d \cdot (2.5 + 0.02 + 0.093) = -N_d \cdot 2.613\text{ m}$

Steigung Gerade in *M*-*N*-Interaktionsdiagramm:



Aus Diagramm: $M_{Rd} \approx -192\text{ kNm}$ $\quad N \approx -73.5\text{ kN} \quad \rightarrow \quad q_{ud} = -\frac{N_{Rd}}{l} = 14.7\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$



c) Traglast 1. Ordnung ohne *M*-*N*-Interaktion (reine Biegung)

Biegewiderstand $M_{Rd} = A_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{A_s \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 1593 \cdot 435 \cdot \left(344 - \frac{1593 \cdot 435}{2 \cdot 250 \cdot 20} \right) = 190.3 \text{ kNm}$

zulässige Last $q_{ud} = \frac{M_{Rd} \cdot 2}{l^2} = 15.23 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ $(\approx 4\%$ höher als Berechnung 2. Ord.$)$

Bei der betrachteten Abfangkonstruktion ist die Biegung dominant; Normalkraft und Effekte 2. Ordnung beeinflussen das Verhalten fast nicht: $e_{0d} + e_{2d} \ll e_{1d}$.

Im Gegensatz spielen bei Druckgliedern die Effekte 2. Ordnung eine wesentliche Rolle.

d) Gerissene Biegesteifigkeit

Wertigkeit $n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{205}{33} = 6.21$

Bewehrungsgehalt $\rho = \frac{A_s}{d \cdot b} = \frac{\frac{26^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3}{344 \cdot 250} = 1.852\%$

Betondruckzonenhöhe $x = d \cdot \left(\sqrt{n^2 \cdot \rho^2 + 2 \cdot n \cdot \rho} - n \cdot \rho \right) = 130.1 \text{ mm}$

gerissene Biegesteifigkeit $EI^{\text{II}} = A_s \cdot E_s \cdot (d - x) \cdot \left(d - \frac{x}{3} \right) = 20'995 \text{ kNm}^2$

e) Rissabstand und Rissbreiten

äquivalenter Bewehrungsgehalt für biegebeanspruchte Bauteile

$$\rho_t = \frac{1}{\frac{M_{Riss,R} \cdot (d-x) \cdot E_s}{f_{ctm} \cdot EI^{\text{II}}} + 1 - n} = \frac{1}{\frac{19.33 \cdot (0.344 - 0.130) \cdot 205000}{2.9 \cdot 20995} + 1 - 6.21} = 11.48\%$$

Stahlspannung im Riss bei Risslast $\sigma_{sr0} = f_{ctm} \cdot \left(\frac{1}{\rho_t} + n - 1 \right) = 40.38 \text{ MPa}$

maximale und minimale Rissabstände $s_{r0} = \frac{Ø_s \cdot (1 - \rho_t)}{4 \cdot \rho_t} = \frac{26 \cdot (1 - 0.1148)}{4 \cdot 0.1148} = 50.12 \text{ mm}$

$s_{r,\min} = 0.5 \cdot s_{r0} = 25.06 \text{ mm}$

→ Rissabstände zwischen 25.1 mm und 50.1 mm

Rissbreiten

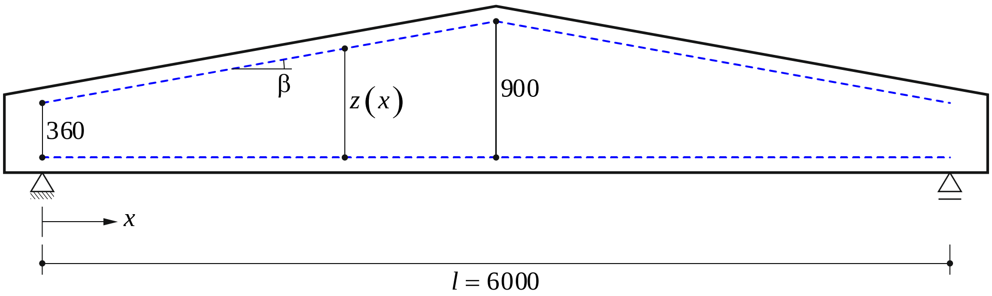
einwirkendes Moment $M_d = \frac{g_k \cdot l^2}{2} = \frac{8 \cdot 5^2}{2} = 100 \text{ kNm}$

Stahlspannung im Riss $\sigma_{sr} = \frac{M_d \cdot (d - x) \cdot E_s}{EI^{\text{II}}} = \frac{100 \cdot (0.344 - 0.130) \cdot 205000}{20995} = 209 \text{ MPa}$

min. Rissbreite $w_{r,\min} = \frac{s_{r0}}{2 \cdot E_s} \cdot \left(\sigma_{sr} - \frac{\sigma_{sr0}}{4} \right) = \frac{50.1}{2 \cdot 205000} \cdot \left(209 - \frac{40.38}{4} \right) = 0.024 \text{ mm}$

max. Rissbreite $w_{r,\max} = \frac{s_{r0}}{E_s} \cdot \left(\sigma_{sr} - \frac{\sigma_{sr0}}{2} \right) = \frac{50.1}{205000} \cdot \left(209 - \frac{40.38}{2} \right) = 0.046 \text{ mm}$

Aufgabe 2



$$\tan(\beta) = \frac{9}{50} \qquad \rightarrow \qquad \beta = 10.2°$$

a) Nullpunkt der Stegquerkraft

vertikale Komponente der Gurtkräfte bei x:

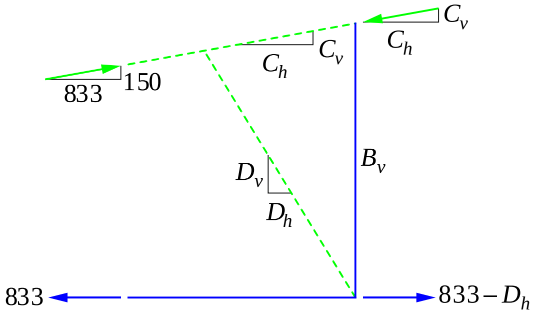
$$F_v(x) = \frac{M(x)}{z(x)} \cdot \tan(\beta) = \frac{\dfrac{q_d \cdot l}{2} \cdot x - \dfrac{q_d \cdot x^2}{2}}{0.36 + x \cdot \tan(\beta)} \cdot \tan(\beta)$$

Querkraft bei x: $\quad V(x) = \dfrac{q_d \cdot l}{2} - q_d \cdot x$

$$\rightarrow \qquad F_v(x) = V(x) \qquad \rightarrow \qquad x = \frac{0.36 - \sqrt{0.36^2 + l \cdot \tan(\beta) \cdot 0.36}}{\tan(\beta)} = 2 \text{ m}$$

b) Spannungsfeld und Fachwerkmodell

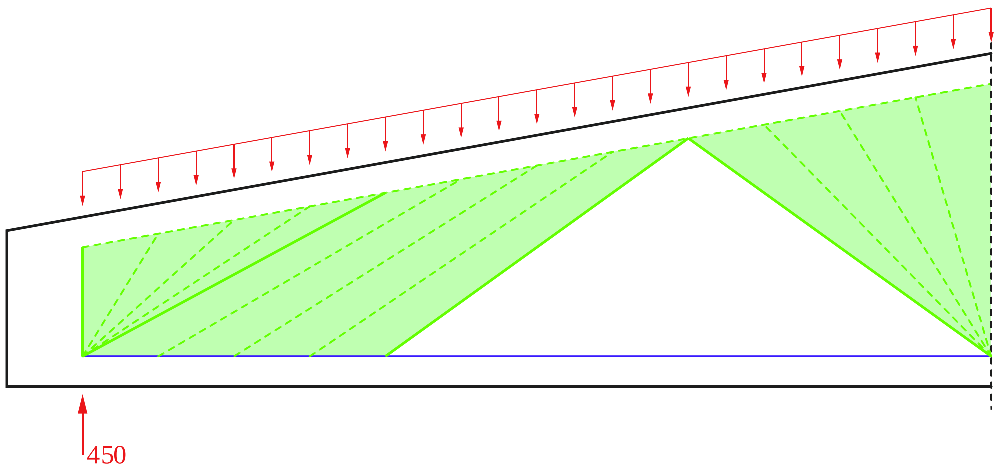
mittlerer Teil des Fachwerkmodells

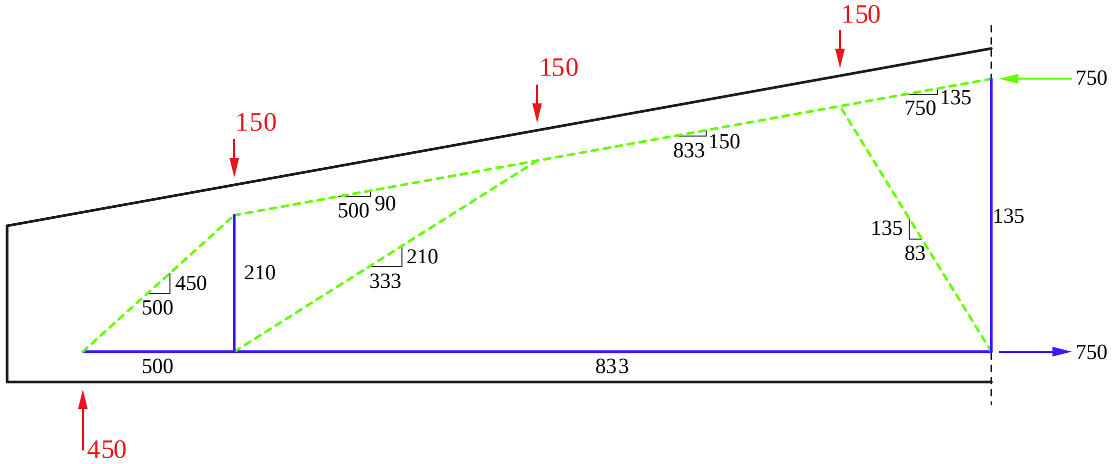


$$\begin{cases} D_v = B_v = C_v \\ D_h + C_h = 833 \rightarrow D_v \cdot \dfrac{500}{810} + C_v \cdot \dfrac{50}{9} = 833 \end{cases}$$

$\rightarrow D_v = B_v = C_v = 135$ kN

$\rightarrow D_h = 83$ kN, $\quad C_h = 750$ kN





c) Bemessung der Bewehrung

Biegetragsicherheit

Biegebewehrung

$$A_s = \frac{T_d}{f_{sd}} = \frac{833}{435} = 1915 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \quad \text{Wahl:} \quad 4\,Ø\,26 \quad \rightarrow \quad A_s = 4 \cdot \frac{26^2 \cdot \pi}{4} = 2124 \text{ mm}^2$$

$$T_{Rd} = 2124 \cdot 435 = 924 \text{ kN} > T_d = 833 \text{ kN}$$

Querkrafttragsicherheit

Mindestbewehrung $a_{sw,\min} = \rho_{\min} \cdot b_w = 0.2\% \cdot 160 = 320 \,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

$$\text{Wahl:} \quad Ø\,8 \text{ @ } 250 \text{ mm, } 2-\text{schnittig} \quad \rightarrow \quad a_{sw} = 402 \,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

beim Auflager $a_{sw} = \dfrac{V_d}{z \cdot \cot(\alpha) \cdot f_{sd}} = \dfrac{210}{1 \cdot 435} = 483 \,\dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

$$\text{Wahl:} \quad Ø\,8 \text{ @ } 200 \text{ mm, } 2-\text{schnittig} \quad \rightarrow \quad a_{sw} = 503 \,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Bügelwiderstand $V_{Rd} = a_{sw} \cdot f_{sd} \cdot z \cdot \cot(\alpha) = 503 \cdot 435 \cdot 1 = 219 \text{ kN} > V_d = 210 \text{ kN}$

Betondruckdiagonale (am flachsten geneigte Strebe im Parallelfeld)

$$\sigma_c = \frac{V_d}{b_w \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)} = \frac{210}{160 \cdot 540 \cdot \sin(28.4°) \cdot \cos(28.4°)} = 5.8 \text{ MPa} < k_c \cdot f_{cd} = 0.55 \cdot 20 = 11 \text{ MPa}$$

Konzentrierte Aufhängebewehrung in Feldmitte

$$A_{s,erf} = \frac{F_{w,d}}{f_{sd}} = \frac{2 \cdot 135}{435} = 621 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \quad \textit{Wahl:} \quad 4\,Ø16 \quad \rightarrow \quad A_s = 4 \cdot \frac{16^2 \cdot \pi}{4} = 804 \text{ mm}^2$$

$$F_{w,Rd} = 804 \cdot 435 = 350 \text{ kN} > F_{w,d} = 270 \text{ kN}$$

d) Anordnung der Aussparung

Aussparung bei $x = 2$ m, da dort der Steg unbeansprucht ist.

Aufgabe 3

a) Mindestbewehrung

mech. Bew.gehalt. $\omega_{\min} = 1 - \sqrt{1 - \dfrac{2 \cdot M_{Riss}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} = 1 - \sqrt{1 - \dfrac{2 \cdot 25.13 \cdot 10^{-3}}{0.165^2 \cdot 20}} = 0.0473$

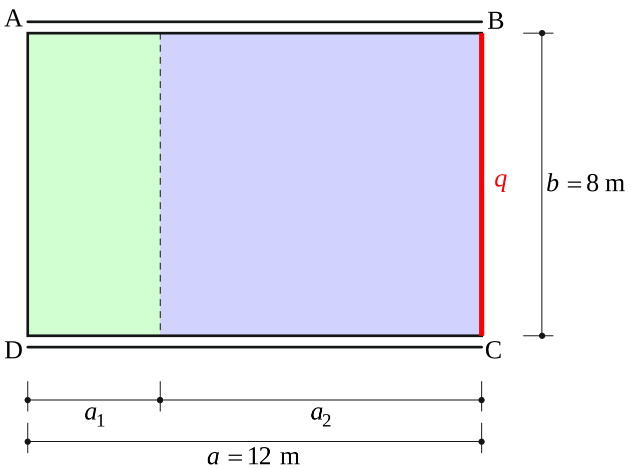
statische Höhe $d = h - c_{nom} - \varnothing_s - \dfrac{\varnothing_s}{2} = 200 - 20 - 10 - \dfrac{10}{2} = 165\ \text{mm}$

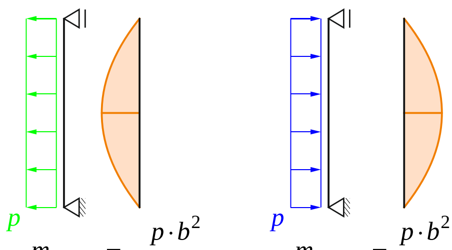
Rissmoment $M_{Riss} = \dfrac{I_{yc}}{z_{\inf}} \cdot f_{ctd} = \dfrac{h^3 \cdot b}{12 \cdot h/2} \cdot 1.3 \cdot f_{ctm} = 25.13\ \dfrac{\text{kNm}}{\text{m}}$ (Annahme: $k_t = 1$)

erforderliche Mind.bew. $a_{s,\min} = \omega_{\min} \cdot d \cdot \dfrac{f_{cd}}{f_{sd}} = 0.0473 \cdot 165 \cdot \dfrac{20}{435} = 358\ \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

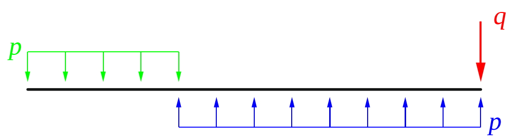
$\rightarrow$ Wahl: $\varnothing 10\ @\ 150\ \text{mm} \quad \rightarrow \quad a_{s,\min} = \dfrac{10^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.15} = 523\ \dfrac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

b) Streifenmethode

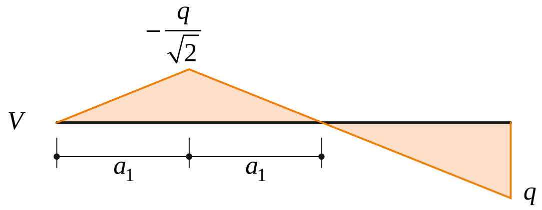




$m_{y,\min} = -\dfrac{p \cdot b^2}{8}$ $\qquad m_{y,\max} = \dfrac{p \cdot b^2}{8}$



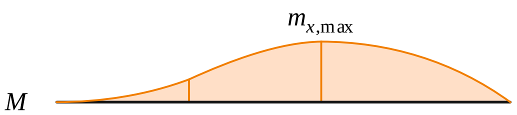
$$\begin{cases} p \cdot a_1 + q = p \cdot a_2 \\ p \cdot a_1 \cdot \left(a_2 + \dfrac{a_1}{2}\right) = p \cdot \dfrac{a_2^2}{2} \end{cases}$$



$\rightarrow \quad a_1 = \left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot a = 3.515\ \text{m}$

$a_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot a = 8.485\ \text{m}$

$p = \dfrac{q}{\left(\sqrt{2}-1\right) a} = \dfrac{q}{\sqrt{2} \cdot a_1} = 3.02\ \text{kPa}$



Biegetragsicherheit

Bewehrungsquerschnitt $a_s = \frac{10^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.15} = 524 \, \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

statische Höhe $d = 200 - 20 - 10 = 170 \text{ mm}$

Biegewiderstand $m_{x,Rd} = m_{y,Rd} = m'_{x,Rd} = m'_{y,Rd} = m_{Rd} = a_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{a_s \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 37.4 \, \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Beanspr. in x-Richtung $m_{x,d} = -q \cdot (a_2 - a_1) + p \cdot \frac{(a_2 - a_1)^2}{2} = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot q = -37.3 \, \frac{\text{kNm}}{\text{m}} > -m_{Rd} = -37.4 \, \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Beanspr. in y-Richtung $m_{y,d} = \left| m_{y,\min} \right| = \frac{p \cdot b^2}{8} = \frac{b^2}{8 \cdot a \cdot (\sqrt{2} - 1)} \cdot q = 24.1 \, \frac{\text{kNm}}{\text{m}} < m_{Rd} = 37.4 \, \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Querkrafttragsicherheit

Hauptquerkraft $v_0 = \sqrt{q^2 + \left(p \cdot \frac{b}{2} \right)^2} = \sqrt{15^2 + \left(3 \cdot \frac{8}{2} \right)^2} = 19.3 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Hauptquerkraftrichtung $\varphi = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \arctan\left(\frac{3 \cdot 4}{15} \right) = 38.7°$

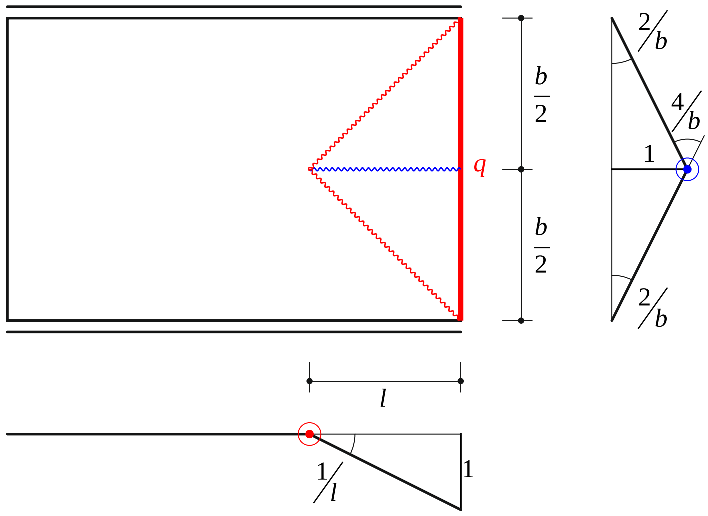
Querkraftwiderstand $v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v = 0.49 \cdot 1.1 \cdot 170 = 92 \, \frac{kN}{m} > v_d = v_0 = 19.3 \, \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$$k_g = \frac{48}{16 + D_{\max}} = \frac{48}{16+16} = 1.5$$

$$\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \underbrace{\frac{m_d}{m_{Rd}}}_{=1(konservativ)} \cdot \frac{1}{\sin^4(\varphi) + \cos^4(\varphi)} = 4.05‰$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} = \frac{1}{1 + 4.05‰ \cdot 170 \cdot 1.5} = 0.49$$

c) Fliessgelenklinienmethode



Biegewiderstand $$m_{xu} = m_{yu} = m'_{xu} = m'_{yu} = m_u = 37.4\,\frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Arbeit der äusseren Kräfte

$$W = \frac{1}{2}\cdot b\cdot 1\cdot q = \frac{b\cdot q}{2}$$

Dissipationsarbeit

$$D = m_{yu}\cdot\frac{4}{b}\cdot l + \left(m'_{yu}\cdot\frac{2}{b}\cdot l\right)\cdot 2 + \left(m'_{xu}\cdot\frac{1}{l}\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot 2 = \left(\frac{b}{l} + \frac{8\cdot l}{b}\right)\cdot m_u$$

Traglast

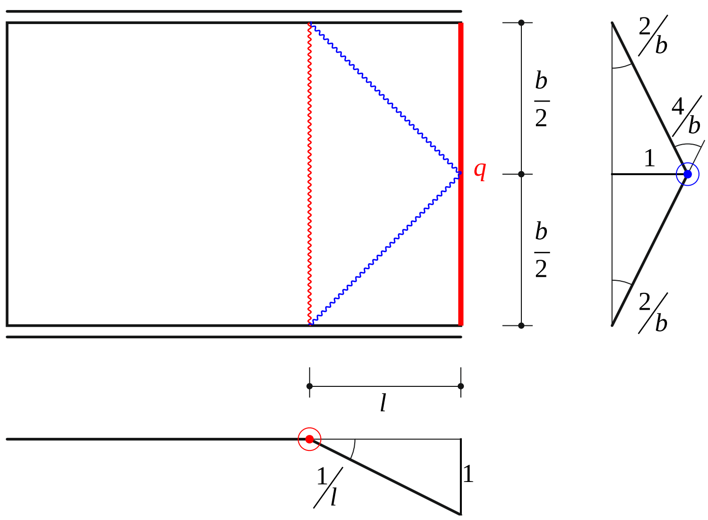
$$W = D \quad\rightarrow\quad q_u = \frac{2\cdot\left(b^2 + 8\cdot l^2\right)}{b^2\cdot l}\cdot m_u$$

kritische Länge

$$l = 4\,m \quad\rightarrow\quad q_u = 56.1\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

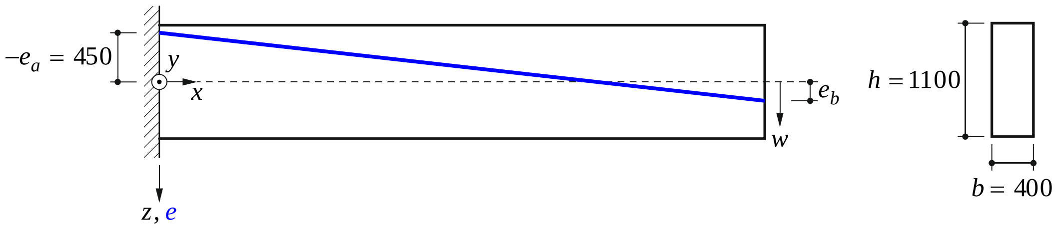
$$l = 3\,m \quad\rightarrow\quad q_u = 53.0\,\frac{\text{kN}}{\text{m}} < 55\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

alternativer Mechanismus



Aufgabe 4

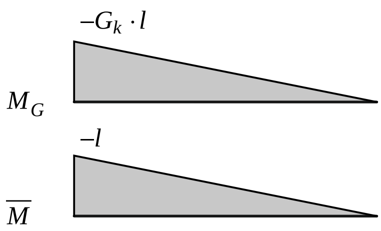
a) <u>erforderliche Vorspannkraft</u>



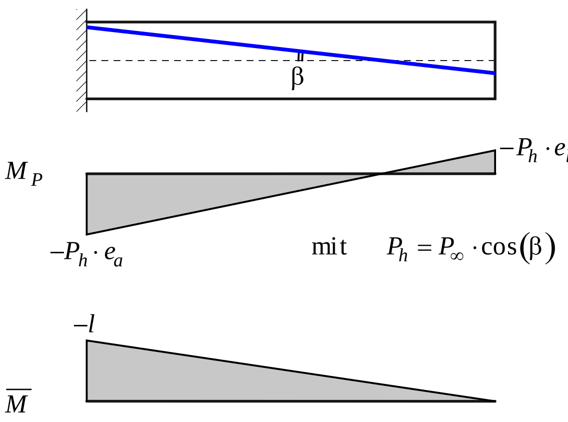
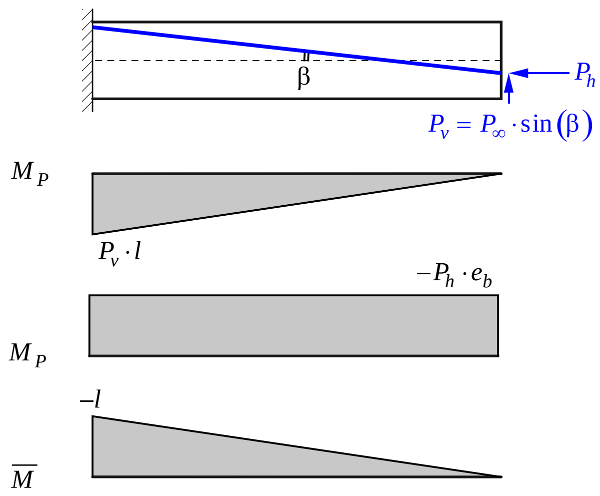
Querschnittswerte (reiner Beton-QS)

$$EI = E_{c,\infty} \cdot I_{yc} = \frac{E_c}{1+\varphi} \cdot \frac{h^3 \cdot b}{12} = \frac{33 \cdot 10^6}{1+2} \cdot \frac{1.1^3 \cdot 0.4}{12} = 4.88 \cdot 10^5 \text{ kNm}^2 \qquad k_{\sup} = k_{\inf} = \frac{h}{6} = 183 \text{ mm}$$

Durchbiegung am Balkenende infolge G_k



$$w_G = \frac{1}{3} \cdot G_k \cdot l \cdot l \cdot \frac{l}{EI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{G_k \cdot l^3}{EI} \qquad (= 118 \text{ mm})$$

Betrachtung als Eigenspannungszustand	**Betrachtung als Anker- und Umlenkkräfte**
	

<table>
<tr>
<td>
Durchbiegung am Balkenende infolge Vorspannung

$$w_P = \frac{1}{6}\cdot(-l)\cdot(-2\cdot P_h\cdot e_a - P_h\cdot e_b)\cdot\frac{l}{EI}$$

$$= -\frac{1}{6}\cdot\frac{l^2}{EI}\cdot P_\infty\cdot\cos(\beta)\cdot(-2\cdot e_a - e_b)$$

erforderliche Vorspannkraft um Durchbiegung w_G zu kompensieren

$$w_P + w_G = 0$$

$$\rightarrow\quad P_\infty = \frac{2\cdot G_k\cdot l}{\cos(\beta)\cdot(-2\cdot e_a - e_b)}$$
</td>
<td>
Durchbiegung am Balkenende infolge vertikaler Komponente der Ankerkraft

$$w_{P_v} = -\frac{1}{3}\cdot\frac{l^3}{EI}\cdot P_\infty\cdot\sin(\beta)$$

Durchbiegung am Balkenende infolge horizontaler Komponente der Ankerkraft

$$w_{P_h} = \frac{1}{2}\cdot\frac{l^2}{EI}\cdot P_\infty\cdot\cos(\beta)\cdot e_b$$

erforderliche Vorspannkraft um Durchbiegung w_G zu kompensieren

$$w_{P_v} + w_{P_h} + w_G = 0$$

$$\rightarrow\quad P_\infty = \frac{G_k\cdot l}{l\cdot\sin(\beta) - \frac{3}{2}\cdot\cos(\beta)\cdot e_b}$$
</td>
</tr>
</table>

$$l\cdot\tan(\beta) = e_b - e_a$$

$\rightarrow$ beide Ausdrücke identisch!

Variante i $\quad e_b = 0 \qquad \beta = \arctan\left(\frac{e_b - e_a}{l}\right) = 2.12°$

$\rightarrow\quad P_{\infty,i} = 2698\text{ kN} = 1.2\cdot P_{\infty,iii}$

Variante ii $\quad e_b = k_{\text{inf}} = 183\text{ mm} \qquad \beta = \arctan\left(\frac{e_b - e_a}{l}\right) = 3.0°$

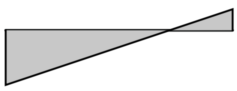
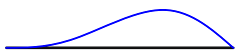
$\rightarrow\quad P_{\infty,i} = 3401\text{ kN} = 1.5\cdot P_{\infty,iii}$

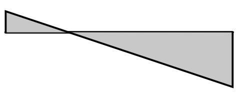
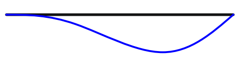
Variante iii $\quad e_b = -k_{\text{sup}} = -183\text{ mm} \qquad \beta = \arctan\left(\frac{e_b - e_a}{l}\right) = 1.25°$

$\rightarrow\quad P_{\infty,i} = 2237\text{ kN} \qquad \rightarrow$ effizienteste Lösung!

b) Biegelinie

(i) $\quad M_P + M_G$ $\quad w$

(ii) $\quad M_P + M_G$  $\quad w$ 

(iii) $\quad M_P + M_G$  $\quad w$ 

c) Zwangsschnittgrössen

statisch bestimmtes System $\rightarrow M_{ps}(x) = V_{ps}(x) = N_{ps}(x) = 0$

d) Spannungsnachweis

Vorspannkraft $A_p = 16 \cdot 150 = 2400\ \text{mm}^2$

$$P_\infty = 0.85 \cdot P_0 = 0.85 \cdot 0.7 \cdot f_{pk} \cdot A_p = 2656\ \text{kN}$$

Schnittgrössen $M_k = -G_k \cdot l - \frac{g_{0k} \cdot l^2}{2} = -1992\ \text{kNm}$

Spannungen am oberen Rand

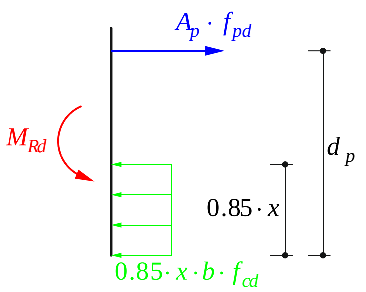
$$\sigma_{\sup,\infty} = \frac{-P_\infty}{A_c} + \frac{M_k - P_\infty \cdot e_a}{I_{yc}} \cdot z_{\sup} = \frac{-2656 \cdot 10^3}{1100 \cdot 400} + \frac{-1992 \cdot 10^6 - 2656 \cdot 10^3 \cdot -445}{4.437 \cdot 10^{10}} \cdot -550 = 4\ \text{MPa} > f_{ctm} = 2.9\ \text{MPa}$$

$\rightarrow$ gerissen!

e) Tragsicherheit

Biegetragsicherheit

massgeb. Moment $M_d = \gamma_G \cdot M_k = 1.35 \cdot 1992 = -2689\ \text{kNm}$



Kontrolle ohne schlaffe Bewehrung:

statische Höhe $d_p = \frac{h}{2} + |e_a| = 995\ \text{mm}$

Betondruckzonenhöhe

$$x = \frac{A_p \cdot f_{pd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{2400 \cdot 1390}{0.85 \cdot 400 \cdot 20} = 491\ \text{mm} < 0.5 \cdot d = 498\ \text{mm}$$

($\frac{x}{d} < 0.35$ nicht erfüllt, es werden jedoch auch keine Schnittgrössen umgelagert, daher $\frac{x}{d} < 0.5$ auch in Ordnung)

Kontrolle Dehnungen $\chi = \frac{\varepsilon_{c2d}}{x} = \frac{3‰}{491\text{mm}} = 6.12 \frac{\text{mrad}}{\text{m}}$

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{0.7 \cdot f_{pk}}{E_p} = 6.67‰$$

$$\varepsilon_p = \chi \cdot (d_p - x) + \Delta\varepsilon \approx 3.08‰ + 6.67‰ = 9.76‰ < \varepsilon_{ud} = 20‰$$

Biegewiderstand $M_{Rd} = A_p \cdot f_{pd} \cdot \left(d_p - \frac{0.85 \cdot x}{2} \right) = 2624\ \text{kNm} \approx M_d = 2689\ \text{kNm}$

Der Nachweis ist knapp nicht erfüllt. Mit Berücksichtigung der schlaffen konstruktiven Bewehrung, (welche zum Einlegen der Bügel erforderlich ist,) wäre der Nachweis erfüllt.

Querkrafttragsicherheit

massgeb. Querkraft $V_d = \gamma_G \cdot \left[G_k + g_k \cdot \left(l - z \cdot \cot(\alpha)\right)\right] = 302 \text{ kN}$

erforderliche Bewehrung $a_{sw,erf} = \frac{V_d - P_\infty \cdot \sin(\beta)}{z \cdot \cot(\alpha) \cdot f_{sd}} = \frac{301.5 - 2656 \cdot \sin(2.12°)}{0.787 \cdot 1 \cdot 435} = 594 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

$\rho_s = 0.15\% < \rho_{\min} = 0.2\%$

Mindestbewehrung $a_{sw,erf} = \rho_{\min} \cdot b_w = 0.2\% \cdot 400 = 800 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

$\text{Wahl: } \varnothing 12 \text{ @ } 250 \text{ mm, } 2-\text{schnittig} \quad \rightarrow \quad a_{sw} = 2 \cdot \frac{12^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.25} = 905 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Bügelwiderstand $V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{sd} \cdot z \cdot \cot(\alpha) + P_\infty \cdot \sin(\beta) = 408 \text{ kN} > V_d = 302 \text{ kN}$.

Betondruck $V_{Rd,c} = b_w \cdot k_c \cdot f_{cd} \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) + P_\infty \cdot \sin(\beta) = 1834 \text{ kN} > V_d = 302 \text{ kN}$