

Stahlbeton I+II – Sessionsprüfung

(101-0126-01J)

Beispiel-Prüfung 1

Musterlösung

Name, Vorname: _____

Studenten-Nr.: _____

Bemerkungen

1. Sofern nichts anderes angegeben ist, wird von Beton C30/37 ($D_{\max} = 32$ mm) und Betonstahl B500B ausgegangen.
2. Für jede Aufgabe soll ein separater Papierbogen A3 verwendet werden.
3. Notizen auf der Aufgabenstellung werden nicht bewertet. Ausnahme bilden die Zeichnungen in der Vorlage für die Aufgabe 3 auf Seite 4 der Aufgabenstellung.
4. Sämtliche Unterlagen (Aufgabenstellung, Lösungsblätter) sind nach Prüfungsende mit Namen zu versehen und abzugeben.
5. Alle Abmessungen sind in [m] angegeben.

Hilftabellen

\emptyset [mm]	8	10	12	14	16	18	20	22	26	30	
A_s [mm ²]	50	79	113	154	201	254	314	380	531	707	
a_s [mm ² /m]	$s = 100$ mm	503	785	1130	1540	2010	2544	3141	3801	5309	7069
	$s = 125$ mm	402	628	904	1232	1608	2036	2513	3041	4247	5655
	$s = 150$ mm	335	523	753	1027	1340	1696	2094	2534	3539	4712
	$s = 200$ mm	251	393	565	770	1005	1272	1571	1901	2655	3534

Vorspannung	A [mm ²]	f_{pk} [N/mm ²]	\emptyset_{ext} [mm]	e [mm]
CONA 7-06 Y1860	1050	1860	60	10

Aufgabe 1

a) Zulässige Spannungen bei Rissbildung

$$2 \cdot a_{s,\min} \cdot \sigma_{s,\text{adm}} \geq h \cdot f_{ctd}$$

$$\sigma_{s,\text{adm}} = 280 \text{ MPa für } s = 100 \text{ mm (Kurve c) } \quad h = 300 \text{ mm}$$

$$f_{ctd} = k_t \cdot f_{ctk,0.95} = k_t \cdot 1.3 \cdot f_{ctm} = 0.87 \cdot 1.3 \cdot 3.2 = 3.6 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow a_{s,\min} = 1932 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \quad \rightarrow \quad \text{Wahl: } \varnothing 16 @ 100 \quad \rightarrow \quad a_{s,\text{eff}} = 2010 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \quad (\text{je Lage})$$

b) Zuggurtmodell

$$\text{Bewehrungsgehalt} \quad \rho = \frac{2 \cdot a_{s,\min}}{A_c} = \frac{2 \cdot 2010}{300 \cdot 1000} = 1.34\%$$

$$\text{Stahlspannung am Riss} \quad \sigma_{sr0} = f_{ctm} \left(\frac{1}{\rho} + n - 1 \right) \approx \frac{f_{ctm}}{\rho} = \frac{3.2}{0.0134} = 239 \text{ MPa}$$

$$\text{maximaler Rissabstand} \quad s_{r0} = \frac{\varnothing(1-\rho)}{4\rho} \approx \frac{\varnothing}{4 \cdot \rho} = \frac{16}{4 \cdot 0.0134} = 299 \text{ mm} \rightarrow \text{Rissabstände } 150 \text{ mm} \leq s_r \leq 300 \text{ mm}$$

$$\text{Rissbreiten} \quad w_r = \frac{\lambda \cdot s_{r0} \cdot (2 \cdot \sigma_{sr} - \lambda \cdot \sigma_{sr0})}{2 \cdot E_s} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \lambda = 0.5: \quad w_{r,\min} &= 0.13 \text{ mm} \\ \lambda = 1.0: \quad w_{r,\max} &= 0.18 \text{ mm} \end{aligned}$$

c) Biegetragsicherheit

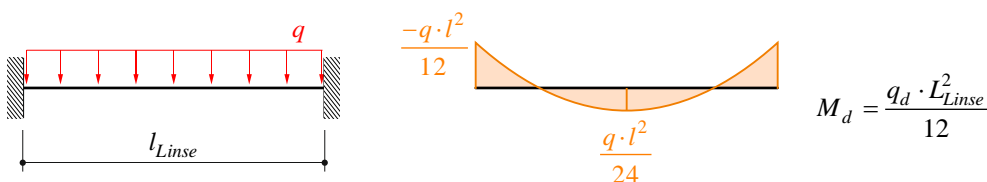
Einwirkungen

$$\text{Eigengewicht} \quad g_{0k} = A_c \cdot \gamma_c = 1.89 \cdot 25 = 47.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

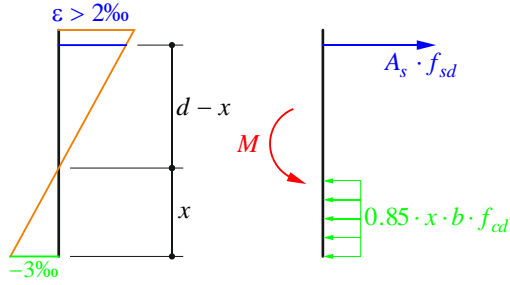
$$\text{Erdlast} \quad g_{Ak} = t \cdot b \cdot \gamma_{\text{Boden}} = 3.5 \cdot 2.2 \cdot 20 = 154 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Nutzlast} \quad q_k = b \cdot q_k = 2.2 \cdot 22 = 48.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_d = 1.35 \cdot (47.3 + 154) + 1.5 \cdot 48.4 = 344.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



Biegewiderstand



$$0.85 \cdot x = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{b \cdot f_{cd}} = \frac{2 \cdot 2010 \cdot 2.2 \cdot 435}{2200 \cdot 22} = 79.5 \text{ mm} \quad x = 94 \text{ mm} \quad \begin{cases} < h_{Flansch} = 300 \text{ mm} \\ < 0.35 \cdot d = 490 \text{ mm} \end{cases}$$

$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{0.85 \cdot x}{2} \right) = 2 \cdot 2010 \cdot 2.2 \cdot 435 \cdot \left(1400 - \frac{0.85 \cdot 79.5}{2} \right) = 5256 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} > M_d = \frac{q_d \cdot l_{Linse}^2}{12} \rightarrow l_{Linse} = \sqrt{\frac{12 \cdot M_{rd}}{q_d}} = 13.5 \text{ m}$$

d) Durchbiegung

char. Lasten $q_k = g_{0k} + g_{Ak} = 201.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Steifigkeit gerissen $EI_{\infty}^{\text{II}} = A_s \cdot E_s \cdot (d-x) \cdot \left(d - \frac{x}{3} \right) = 1.35 \cdot 10^{15} \text{ Nmm}^2$

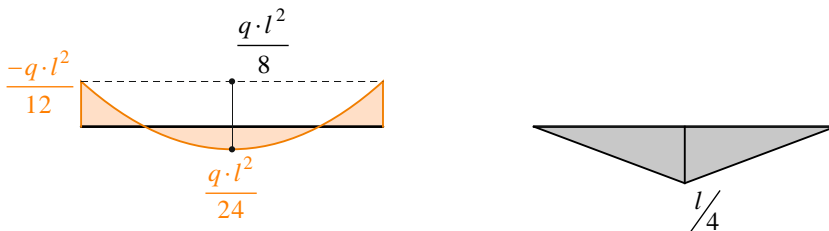
mit $x = d \cdot \left(\sqrt{\left[(n \cdot \rho)^2 + 2 \cdot n \cdot \rho \right]} - n \cdot \rho \right) = 283.5 \text{ mm} < 300 \text{ mm}$

Wertigkeit $n = \frac{205}{11.7} = 17.6$

Bewehrungsgehalt $\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{2 \cdot 1027 \cdot 2.2}{2200 \cdot 1400} = 0.15\%$

E-Modul Beton $E_c = k_E \cdot \sqrt[3]{f_{cm}} = 10000 \cdot \sqrt[3]{43} = 35 \text{ GPa}$

$$E_{c,\infty} = \frac{E_c}{1+\phi} = \frac{35}{1+2} = 11.7 \text{ GPa}$$



Durchbiegung $w_{\max} = \frac{5}{12} \cdot \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{l}{EI} - \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot l^2}{12} \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{l}{EI} = \frac{q \cdot l^4}{384 \cdot EI} = \frac{201.3 \cdot 12^4}{384 \cdot 1.35 \cdot 10^{15}} = 8 \text{ mm}$

Aufgabe 2

a) Schnittgrößen

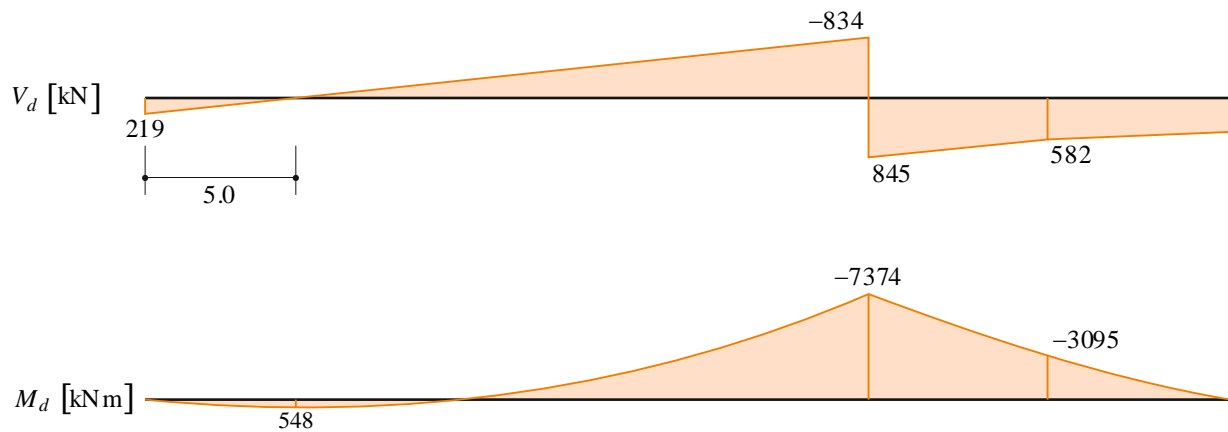
Einwirkungen

$$\text{Eigengewicht links} \quad g_{0k,l} = A_{c,l} \cdot \gamma_c = 32.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \rightarrow \quad g_{0d} = 43.9 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Eigengewicht rechts} \quad g_{0k,r} = A_{c,r} \cdot \gamma_c = 16.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad \rightarrow \quad \frac{g_{0d}}{2} = 22 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Nutzlast} \quad Q_k = 300 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad Q_d = 450 \text{ kN}$$

Schnittkräfte



$$\text{Auflagerkräfte} \quad R_A = \frac{27}{64} \cdot g_{0d} \cdot l - \frac{Q_d}{2} = \frac{27}{64} \cdot 43.9 \cdot 24 - \frac{450}{2} = 219 \text{ kN}$$

$$R_B = \frac{61}{64} \cdot g_{0d} \cdot l + \frac{3}{2} \cdot Q_d = \frac{61}{64} \cdot 43.9 \cdot 24 + \frac{3}{2} \cdot 450 = 1679 \text{ kN}$$

$$\text{Querkraftnullpunkt} \quad x_{\max} = \frac{R_A}{g_{0d}} = \frac{219}{43.9} = 5.0 \text{ m}$$

$$\text{Feldmoment} \quad M_d^+ = R_A \cdot x_{\max} - g_{0d} \cdot \frac{x_{\max}^2}{2} = 219 \cdot 5 - 43.9 \cdot \frac{5^2}{2} = 546 \text{ kNm}$$

$$\text{Stützenmoment} \quad M_d^- = M_d^+ - g_{0d} \cdot \frac{(l - x_{\max})^2}{2} = 548 - 43.9 \cdot \frac{(24 - 5)^2}{2} = -7387 \text{ kNm}$$

Moment bei Querschnittsreduktion

$$M_{d,r}^- = -\frac{Q_d \cdot l}{4} - \frac{g_{0d,r} \cdot \left(\frac{l}{4}\right)^2}{2} = -450 \cdot 6 - \frac{22 \cdot 6^2}{2} = -3095 \text{ kNm}$$

b) Biegetragsicherheit*erforderliche Bewehrung über Auflager*

$$A_{s,erf} \approx \frac{M_d}{h - t_f} = \frac{7374}{3000 - 250} = 6165 \text{ mm}^2$$

$$\text{Wahl: } 2 \times 6 \text{ } \varnothing 26, \text{ in 2 Lagen im Flansch} \quad \rightarrow \quad A_s = 2 \cdot 6 \cdot \frac{26^2 \cdot \pi}{4} = 6371 \text{ mm}^2$$

Betondruckzonenhöhe

$$x = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{6371 \cdot 435}{600 \cdot 22} = 247 \text{ mm} < \begin{cases} t_f = 250 \text{ mm} \\ 0.35 \cdot d = 1006 \text{ mm} \end{cases}$$

Biegewiderstand und Nachweis

$$M_{Rd}^- = A_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{0.85 \cdot x}{2} \right) = 6371 \cdot 435 \cdot \left(2875 - \frac{210}{2} \right) = 7677 \text{ kNm} > M_d^- = 7374 \text{ kNm}$$

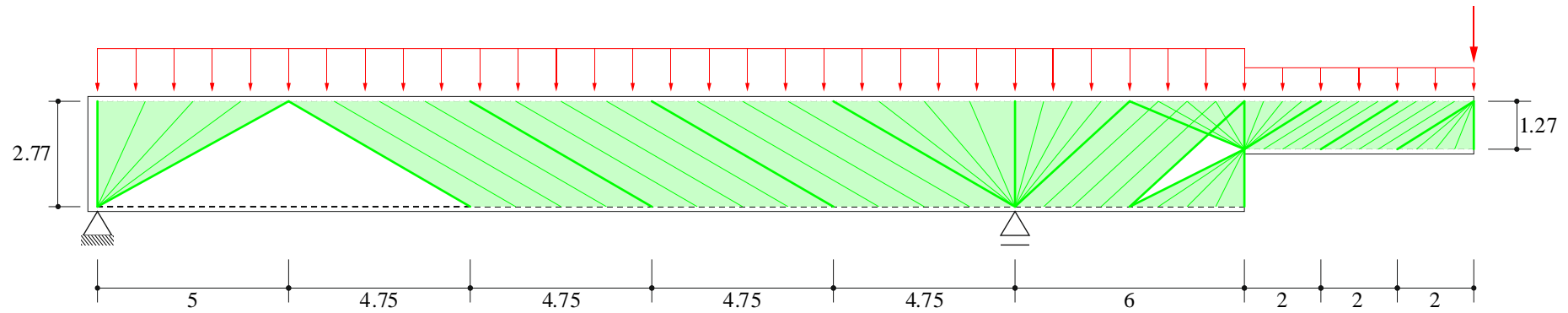
c) innerer Hebelarm

$$\text{Betondruckzonenhöhe} \quad x_r = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b_w \cdot f_{cd}} = \frac{6371 \cdot 435}{0.85 \cdot 400 \cdot 22} = 370 \text{ mm} < 0.35 \cdot d = 481 \text{ mm}$$

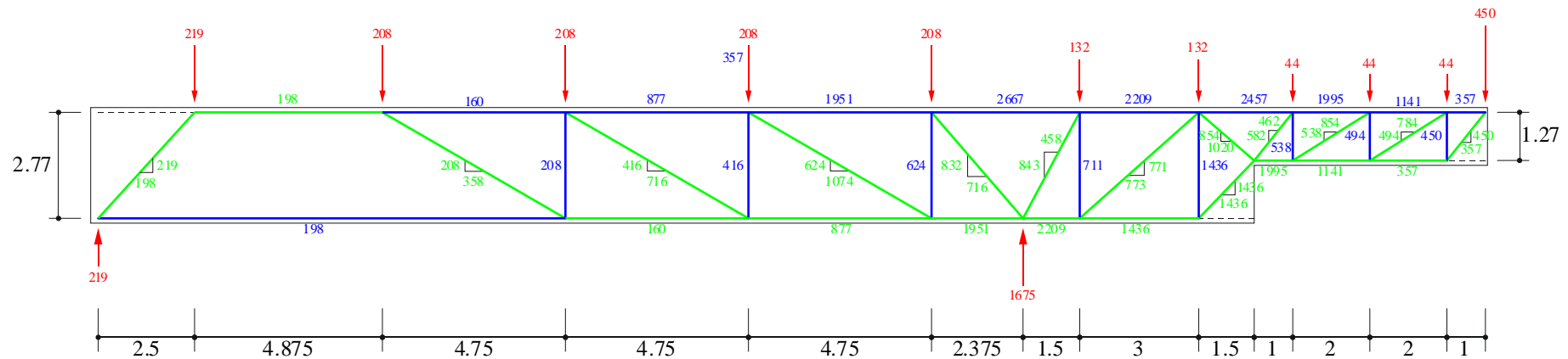
$$\text{innerer Hebelarm} \quad z_r = d_r - \frac{0.85 x_r}{2} = 1375 - \frac{0.85 \cdot 370}{2} = 1218 \text{ mm}$$

d) Fachwerkmodell und Spannungsfeld

Spannungsfeld



Fachwerkmodell



e) Tragsicherheit

Biegetragsicherheit

Mindestbewehrung auf Biegung: Biege­widerstand > Rissmoment

Flächenträgheitsmoment

$$I_{y,c} = \frac{(3000 - 2 \cdot 250)^3 \cdot 400}{12} + \left[\frac{250^3 \cdot 600}{12} + 250 \cdot 600 \cdot \left(\frac{1500 - 250}{2} \right)^2 \right] = 1.09 \cdot 10^{12} \text{ mm}^4$$

Rissmoment

$$f_{ctd} = 1.3 \cdot k_t \cdot f_{ctm} \quad k_t = 1 \quad (\text{konservative Annahme})$$

$$M_r = 1.3 \cdot f_{ctm} \cdot I_{y,c} \cdot \frac{2}{h} = 1.3 \cdot 3.2 \cdot 1.09 \cdot 10^{12} \cdot \frac{2}{1500} = 3022 \text{ kNm}$$

erforderliche Mindestbewehrung

$$A_{s,\text{min,erf}} = \frac{M_r}{z \cdot f_{sd}} = \frac{3022}{2.77 \cdot 4.35} = 2508 \text{ mm}^2$$

$$\text{Wahl: } 2 \times 5 \text{ } \varnothing 18 \quad \rightarrow \quad A_s = 2 \cdot 5 \cdot \frac{18^2 \cdot \pi}{4} = 2545 \text{ mm}^2$$

Biege­widerstand

$$M_{Rd,\text{min}} = A_{s,\text{min}} \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{A_{s,\text{min}} \cdot f_{sd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right) = 2545 \cdot 4.35 \cdot \left(2875 - \frac{2545 \cdot 4.35}{2 \cdot 600 \cdot 22} \right) = 3136 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd,\text{min}} = 3136 \text{ kNm} > M_r = 3022 \text{ kNm} > M_d^+ = 547 \text{ kNm}$$

Querkraft­tragsicherheit

$$\text{Mindestbewehrung} \quad \rho_{\text{min}} = 0.2\% \quad \rightarrow \quad a_{sw,\text{min}} = \rho_{\text{min}} \cdot b_w = 0.2\% \cdot 400 = 800 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Wahl: } \varnothing 12 @ 250 \text{ mm, 2-schnittig} \quad \rightarrow \quad a_{sw} = 2 \cdot \frac{12^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.25} = 905 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Querkraft­widerstand (pro m')} \quad v_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{sd} = 905 \cdot 4.35 = 394 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Nachweis links vom Auflager} \quad v_d = \frac{624}{4.75} = 131 \frac{\text{kN}}{\text{m}} < v_{Rd,s} = 394 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Nachweis rechts vom Auflager} \quad v_d = \frac{711}{3} = 237 \frac{\text{kN}}{\text{m}} < v_{Rd,s} = 394 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Nachweis vor Querschnittsreduktion

$$a_{sw,erf} = \frac{1436}{3 \cdot 435} = 1100 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \quad \rightarrow \quad \text{Wahl } \varnothing 12 @ 200, 2\text{-schnittig}$$

$$v_{Rd,s} = 1131 \cdot 435 = 492 \frac{\text{kN}}{\text{m}} > v_d = \frac{1436}{3} = 479 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Betondruck

$$V_{Rd,c} = b_w \cdot k_c \cdot f_{cd} \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = 400 \cdot 0.55 \cdot 22 \cdot 2.77 \cdot \sin(30^\circ) \cdot \cos(30^\circ) = 5834 \text{ kN} > V_d = 624 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c} = 400 \cdot 0.55 \cdot 22 \cdot 1.27 \cdot \sin(32.4^\circ) \cdot \cos(32.4^\circ) = 2781 \text{ kN} > 538 \text{ kN}$$

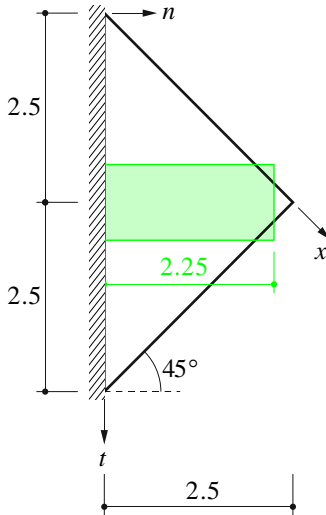
Versatzmass

198 kN respektive 357 kN müssen an den Trägerenden verankert sein. Dies entspricht einem Betonstahlquerschnitt

von $A_{s,erf} = 455$ bzw. 820 mm^2 .

Aufgabe 3

a) Schnittgrößen



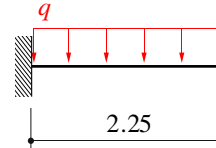
Einwirkungen & Schnittgrößen

$$q_d = 1.35 \cdot (0.15 \cdot 2.5 + 2) + 1.5 \cdot 7 = 18.9 \text{ kPa}$$

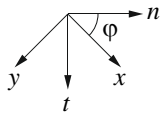
$$m_{n,d} = -46.2 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$v_{n,d} = 41.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$m_{nt,d} = m_{m,d} = 0$$



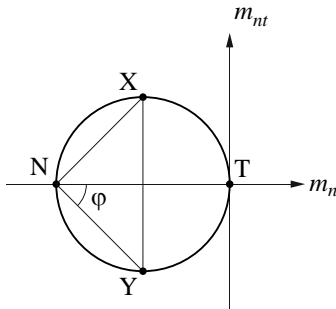
b) Momententransformation



$$m_{x,d} = m_{n,d} \cdot \cos^2(\varphi) + m_{t,d} \cdot \sin^2(\varphi) + 2 \cdot m_{nt,d} \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi) = -23.1 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$m_{y,d} = m_{n,d} \cdot \sin^2(\varphi) + m_{t,d} \cdot \cos^2(\varphi) - 2 \cdot m_{nt,d} \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi) = -23.1 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$m_{xy,d} = (m_{t,d} - m_{n,d}) \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi) + m_{nt,d} \cdot (\cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi)) = 23.1 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$



c) Bemessung mit Fließbedingungen

Wahl kritischer Winkel

$$\varphi_u = \varphi_{u,\text{inf}} = \varphi_{u,\text{sup}} = 45^\circ$$

Normalmomenten-Fließbedingung

$$m_{x,Rd} \geq m_{x,d} + m_{xy,d} \cdot \tan(\varphi_u) = -23.1 + 23.1 = 0$$

$$m_{y,Rd} \geq m_{y,d} + m_{xy,d} \cdot \cot(\varphi_u) = -23.1 + 23.1 = 0$$

$$m'_{x,Rd} \geq -m_{x,d} + m_{xy,d} \cdot \tan(\varphi_u) = 23.1 + 23.1 = 46.2 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$m'_{y,Rd} \geq -m_{y,d} + m_{xy,d} \cdot \cot(\varphi_u) = 23.1 + 23.1 = 46.2 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Bemessung Biegebewehrung

$$a_{s,erf} \approx \frac{M_d}{0.9 \cdot d \cdot f_{sd}} = \frac{46.2}{0.9 \cdot 116 \cdot 435} = 1017 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Wahl: } \varnothing 14 @ 150 \text{ mm} \rightarrow a_s = \frac{14^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.15} = 1026 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$x = \frac{a_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{1026 \cdot 435}{0.85 \cdot 1000 \cdot 20} = 26.3 \text{ mm} < 0.35 \cdot d = 40.6 \text{ mm}$$

$$m_{Rd} = a_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{0.85 \cdot x}{2} \right) = 1026 \cdot 435 \cdot \left(116 - \frac{0.85 \cdot 26.3}{2} \right) = 46.8 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Mindestbewehrung in unteren Lagen

$$a_{s,min,erf} = b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{h^2 \cdot 1.3 \cdot f_{ctm}}{3 \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) = 1000 \cdot 120 \cdot \frac{20}{435} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{150^2 \cdot 1.3 \cdot 2.9}{3 \cdot 120^2 \cdot 20}} \right) = 278 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Wahl: } \varnothing 10 @ 200 \text{ mm} \rightarrow a_s = \frac{10^2 \cdot \pi}{4 \cdot 0.2} = 393 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

d) Querkrafttragsicherheit

$$\text{Querkraftwiderstand} \quad v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v = 0.48 \cdot 1.1 \cdot 116 = 61.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} = \frac{1}{1 + 0.64\% \cdot 116 \cdot 1.5} = 0.48$$

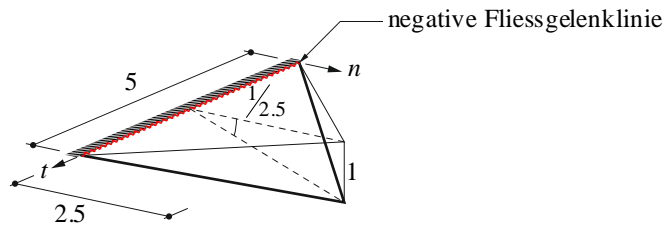
$$\varepsilon_v = 1.5 \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \frac{1}{\sin^4(\varphi) + \cos^4(\varphi)} = 6.4\%$$

e) Vorteile & Nachteile der Bewehrungsanordnung

Nachteil evtl. schwieriger zu verlegen, wo es Positionsabstufungen gibt

Vorteil weniger Bewehrung erforderlich

f) Fliessgelenklinienmechanismus



Widerstand in n -Richtung

$$m_{n,Rd} = m_{Rd} \cdot \cos^2(\varphi) + m_{Rd} \cdot \sin^2(\varphi) = 46.8 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Arbeit der äusseren Kräfte

$$W = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2.5 \cdot 5 \cdot q_u = 2.08 \text{ m}^2 \cdot q_u$$

Dissipationsarbeit

$$D = 5.0 \cdot \frac{1}{2.5} \cdot m_{n,Rd} = 93.6 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

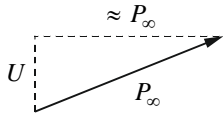
Traglast

$$W = D \quad \rightarrow \quad q_u = 44.9 \text{ kPa}$$

Aufgabe 4

a) Umlenkraft

Ankerkraft



$$P_{\infty} = 0.85 \cdot 0.7 \cdot f_{pk} \cdot A_p = 0.85 \cdot 0.7 \cdot 1860 \cdot 7 \cdot 150 = 1162 \text{ kN}$$

$$U = \frac{0.68}{10} \cdot P_{\infty} = \frac{0.68}{10} \cdot 1162 = 79 \text{ kN} \approx G_k \quad \text{i.O.}$$

b) Spannungsnachweis

Eigengewicht $g_k = 1.5 \cdot 0.35 \cdot 25 = 13.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Moment aus Vorspannung $M_{P_{\infty}} = P_{\infty} \cdot e = 1162 \cdot 0.68 = 790 \text{ kNm}$

Moment aus Einzelkraft $M_{G_k} = -Q_k \cdot l = -80 \cdot 10 = -800 \text{ kNm}$

Moment aus Eigengewicht $M_{g_k} = -\frac{g_k \cdot l^2}{2} = -\frac{13.1 \cdot 10^2}{2} = -656 \text{ kNm}$

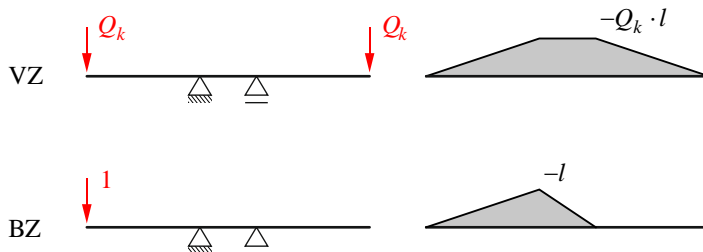
Spannungsanalyse

$$\rightarrow \sigma_c = -\frac{P_{\infty}}{A_c} + \frac{M_{P_{\infty}} + M_{G_k} + M_{g_k}}{I_c} \cdot \begin{pmatrix} z_{\text{sup}} \\ z_{\text{inf}} \end{pmatrix} = -\frac{1162}{0.35 \cdot 1.5} + \frac{790 - 800 - 656}{9.844 \cdot 10^{10}} \cdot \begin{pmatrix} -750 \\ 750 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.9 \\ -7.3 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 2.9 \text{ MPa} \leq f_{cm} = 2.9 \text{ MPa} \quad \rightarrow \quad \text{dekomprimiert, aber ungerissen}$$

c) Vorspannkraft, so dass keine Durchbiegung am Kragarmende

Arbeitsgleichung



Kriterium für Durchbiegung $w(Q_k) = \frac{1}{3} \cdot Q_k \cdot l \cdot l \cdot \frac{l}{EI} + \frac{1}{2} \cdot Q_k \cdot l \cdot l \cdot \frac{l}{2 \cdot EI} < 10 \text{ mm}$
 $\rightarrow Q_{k, \text{max}} = 56.7 \text{ kN}$

d) Tragsicherheit

Beanspruchung auf Bemessungsniveau

$$M_d = \frac{g_d \cdot l^2}{2} + Q_d \cdot l = \frac{1.35 \cdot 13.1 \cdot 10^2}{2} + (1.35 \cdot 80 + 1.5 \cdot 56.7) \cdot 10 = 2815 \text{ kNm}$$

statische Höhe Vorspannung $d_p = 1500 - 20 - 10 - \frac{60}{2} - 10 = 1430 \text{ mm}$

statische Höhe schlaffe Bewehrung $d_s = 1500 - 20 - 10 - \frac{15}{\text{Ann. } \varnothing 30} = 1455 \text{ mm}$

Abschätzung schlaffe Bewehrung

$$A_{s, \text{erf}} \approx \frac{1}{f_{sd}} \cdot \left(\frac{M_d}{0.8 \cdot h} - A_p \cdot f_{pd} \right) = \frac{1}{435} \cdot \left(\frac{2815 \cdot 10^6}{0.8 \cdot 1500} - 7 \cdot 150 \cdot 1390 \right) = 2038 \text{ mm}^2$$

Wahl: $4 \varnothing 26 \rightarrow A_s = 4 \cdot \frac{26^2 \cdot \pi}{4} = 2124 \text{ mm}^2$

Biegetragsicherheit

mittlere statische Höhe

$$d = \frac{A_p \cdot f_{pd} \cdot d_p + A_s \cdot f_{sd} \cdot d_s}{A_p \cdot f_{pd} + A_s \cdot f_{sd}} = \frac{7 \cdot 150 \cdot 1390 \cdot 1430 + 2124 \cdot 435 \cdot 1453}{7 \cdot 150 \cdot 1390 + 2124 \cdot 435} = 1440 \text{ mm}$$

$$x = \frac{A_p \cdot f_{pd} + A_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{7 \cdot 150 \cdot 1390 + 2124 \cdot 435}{0.85 \cdot 350 \cdot 20} = 400.6 \text{ mm} < 0.35 \cdot d = 504 \text{ mm}$$

Biegewiderstand

$$M_{Rd} = (A_p \cdot f_{pd} + A_s \cdot f_{sd}) \cdot \underbrace{\left(d - \frac{0.85 \cdot x}{2} \right)}_z = (1050 \cdot 1390 + 2124 \cdot 435) \cdot \left(1440 - \frac{0.85 \cdot 400.6}{2} \right) = 3026 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd} = 3026 \text{ kNm} > M_{Ed} = 2815 \text{ kNm}$$

Querkrafttragsicherheit

Beanspruchung an massgebender Stelle

$$V_d = g_{0d} \cdot (l - z \cdot \cot(\alpha)) + Q_d = 1.35 \cdot 13.1 \cdot (10 - 1.27 \cdot \cot(45^\circ)) + 1.35 \cdot 80 + 1.5 \cdot 56.7 = 348 \text{ kN}$$

Mindestbewehrung

$$\rho_{\min} = 0.2\% \rightarrow a_{s, \min} = \rho_{\min} \cdot b_w = 0.2\% \cdot 350 = 700 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Wahl: $\varnothing 10 @ 200, 2\text{-schnittig} \rightarrow a_{sw} = 785 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

Bügelwiderstand

$$V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{sd} \cdot z \cdot \cot(\alpha) = 785 \cdot 435 \cdot 1.27 \cdot \cot(45^\circ) = 433 \text{ kN} > V_d = 348 \text{ kN}$$

Betondruck

$$b_{w,nom} = b_w - k_H \sum \varnothing_H = 350 - 0.5 \cdot 72 = 314 \text{ mm}$$

$$V_{Rd,c} = b_{w,nom} \cdot k_c \cdot f_{cd} \cdot z \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = 314 \cdot 0.55 \cdot 20 \cdot 1.27 \cdot \sin(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ) = 2193 \text{ kN} > V_d = 348 \text{ kN}$$

(Neigung des Spannglieds vernachlässigt)

e) Bewehrungsskizze

