

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 1/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)

Baustoffe

Beton C20/25 $f_{cd} = 13.5 \text{ MPa}$; $f_{cm} = 2.2 \text{ MPa}$; $\tau_{cd} = 0.9 \text{ MPa}$
 $D_{max} = 32 \text{ mm}$; $c_{nom} = 30 \text{ mm}$

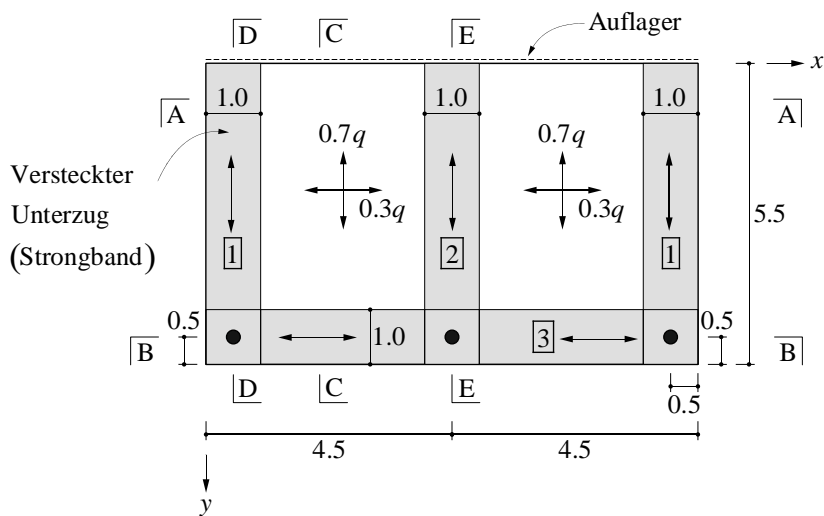
Betonstahl B500B $f_{sd} = 435 \text{ MPa}$

SIA 262
Tab. 3, Tab. 8

Tab. 9

a) Streifenmethode nach Hillerborg

Geometrie und Lastabtrag:



$h_p = 240 \text{ mm}$

- Für den Lastabtrag zu den Stützen werden versteckte Unterzüge mit einer Breite von 1 m eingeführt (graue Flächen).
- Wahl: 70 % der Flächenlast wird in y-Richtung, 30 % in x-Richtung abgetragen.

Vorgehen zur Berechnung:

- Abtrag der Flächenlasten zu den Auflagern und Unterzügen: Schnitte A-A und C-C. } Einfache Streifenmethode
- Abtrag der Lasten der Unterzüge zu den Stützen: Schnitte B-B, D-D und E-E. }
- Umwandlung der Flächenlasten über den Stützen zu Punktlasten. } Erweiterte SM

Einwirkungen:

- Eigengewicht: $g_{0,k} = h_p \cdot \gamma_c = 6 \text{ kN/m}^2$
- Erdauflast: $\gamma_b = 21 \text{ kN/m}^3$
 $\rightarrow g_{1,k} = h_b \cdot \gamma_b = 4.2 \text{ kN/m}^2$ (Auflast)
- Schneelast: $q_{s,k} = \mu_i \cdot C_e \cdot C_T \cdot s_k$
 $h_0 = 550 \text{ m} + 500 \text{ m}$
 $s_k = \left[1 + \left(\frac{h_0}{350} \right)^2 \right] \cdot 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
 $\mu_i = 0.8$
 $\rightarrow q_{s,k} = 3.2 \text{ kN/m}^2$ (Nutzlast)
- d-Niveau: $q_d = \gamma_G \cdot (g_{0,k} + g_{1,k}) + \gamma_Q \cdot q_{s,k} = 18.6 \text{ kN/m}^2$

$\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$
SIA 261
Tab. 30
 $h_b = 200 \text{ mm}$

5.2.2
Anhang D

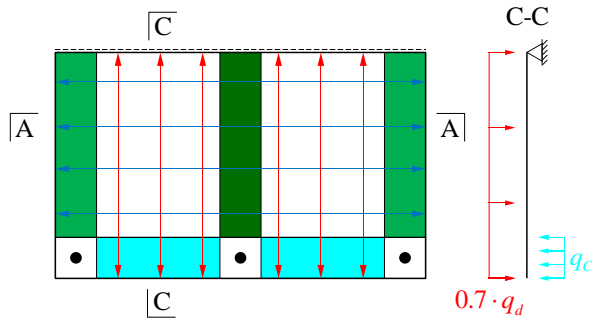
5.2.6

5.3.4

Abtrag der Kräfte:

Die Folgenden Abbildungen geben einen Überblick über den Kraftfluss für die einfache Streifenmethode. Wichtig ist, dass konsequent alle Kräfte in die Lager geleitet werden. Ein möglicher Abtrag wird in der Folge skizziert und anschliessend durchgerechnet.

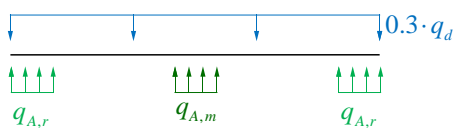
1: Kraftfluss vom Feld in die Strongbands



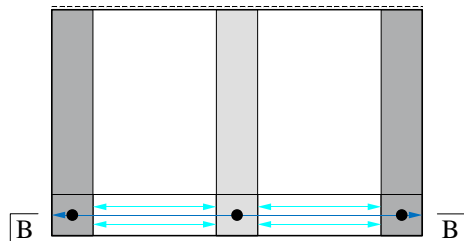
Als erstes wird die Belastung gemäss der gewählten Verteilung von 70% in y -Richtung und 30% in x -Richtung in das Auflager und die versteckten Unterzüge (Strongbands), die als indirekte Lager wirken, geleitet. Schnitte A-A und C-C zeigen die zugehörigen statischen Systeme mit der Einwirkung und den Reaktionen.

Es resultieren die Flächenlagerreaktionen ($q_{A,r}$, $q_{A,m}$ und q_c).

A-A



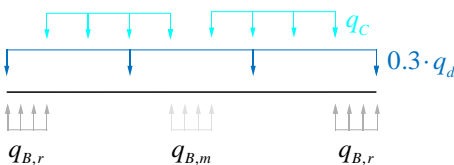
2: Kraftfluss vom SB 3 in die SB 1&2



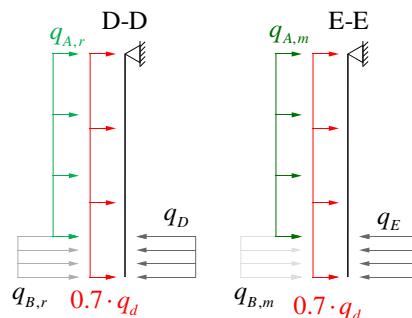
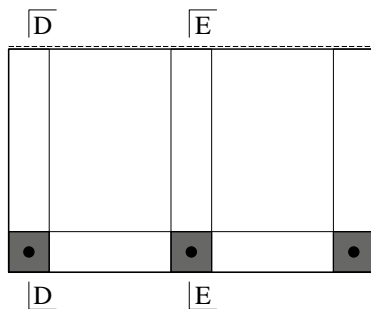
In der gewählten Modellvorstellung liegt der Strongband 3 (x - Richtung) auf den Strongbands 1&2 auf. Auf ihn wirkt die Flächenlast gemäss dem Verteilschlüssel ($0.3 \cdot q_d$) sowie die Auflagerkraft aus dem Schnitt C-C mit umgekehrtem Vorzeichen als Belastung: q_c .

Das statische System des Schnitts B-B zeigt wiederum, wie die Belastung der Strongbands 1&2 ($q_{B,r}$ und $q_{B,m}$) berechnet werden.

B-B



3: Kraftfluss von SB 1&2 in die Lager



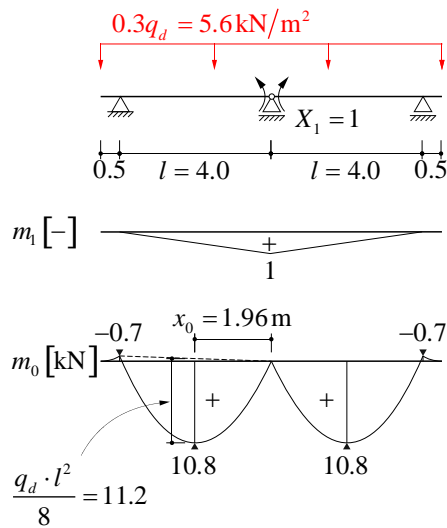
Als Letztes werden die Strongbands in y -Richtung betrachtet. Sie erfahren ihren Anteil der Flächenlast ($0.7 \cdot q_d$), sowie Auflagerkräfte aus den Schnitten A-A und B-B.

Stützenreaktionen werden in der einfachen Streifenmethode nicht als Punkt-, sondern als Flächenlasten modelliert

Schnittkräfte:

Schnitt A-A: Platte in x-Richtung

Die Schnitte A-A – E-E werden jetzt Schritt für Schritt durchgerechnet. Zuerst werden die Schnittkräfte aus Schnitt A-A mit der Kraftmethode ermittelt. Es handelt sich dabei um die elastischen Schnittgrößen, es wäre aber auch möglich, plastisch zu rechnen. Dabei werden die 1 m breiten Strongbands als Punktauflager modelliert. In der Folge wird in Abweichung zum Farbcode auf S. 2 die Einwirkung auf die Schnitte immer in rot, und die Reaktionen der Strongbands in blau gezeichnet.



$$\delta_{10} = 2 \cdot \underbrace{\frac{1}{3} \cdot \frac{l}{EI} \cdot 11.2 \cdot 1}_{\text{Parabel-Dreieck}} + 2 \cdot \underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{l}{EI} \cdot (-0.7) \cdot 1}_{\text{Dreieck-Dreieck}}$$

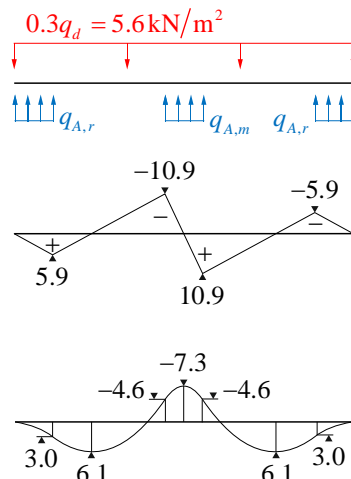
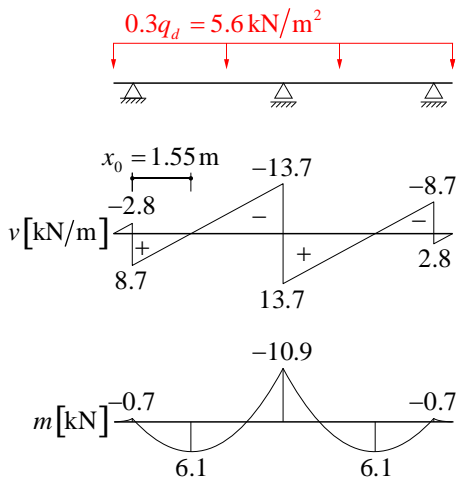
$$= 7.23 \frac{l}{EI}$$

$$\delta_{11} = 2 \cdot \frac{l}{EI} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1^2 = \frac{2}{3} \frac{l}{EI}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -10.9 \text{ kN}$$

BZ & ÜG

Es resultieren folgende Schnittkräfte, links für die Annahme, dass die versteckten Unterzüge als Punktauflager wirken und rechts unter Berücksichtigung der versteckten Unterzüge als Flächenlager mit gleichmässiger Pressung:



Die Flächenlasten der Strongbands lassen sich jeweils direkt aus der Punktauflagerkraft und der Breite der Strongbands berechnen:

$$q_{A,r} = \frac{(8.7 + 2.8) \text{ kN/m}}{1 \text{ m}} = 11.5 \text{ kN/m}^2$$

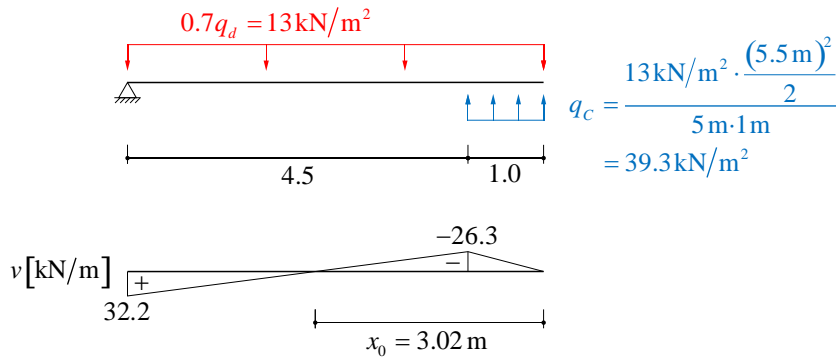
$$q_{A,m} = \frac{2 \cdot 13.7 \text{ kN/m}}{1 \text{ m}} = 27.4 \text{ kN/m}^2$$

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 4/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)

Das maximale Moment über dem Mittelaufleger unter Berücksichtigung der Flächenpressung kann wie folgt berechnet werden:

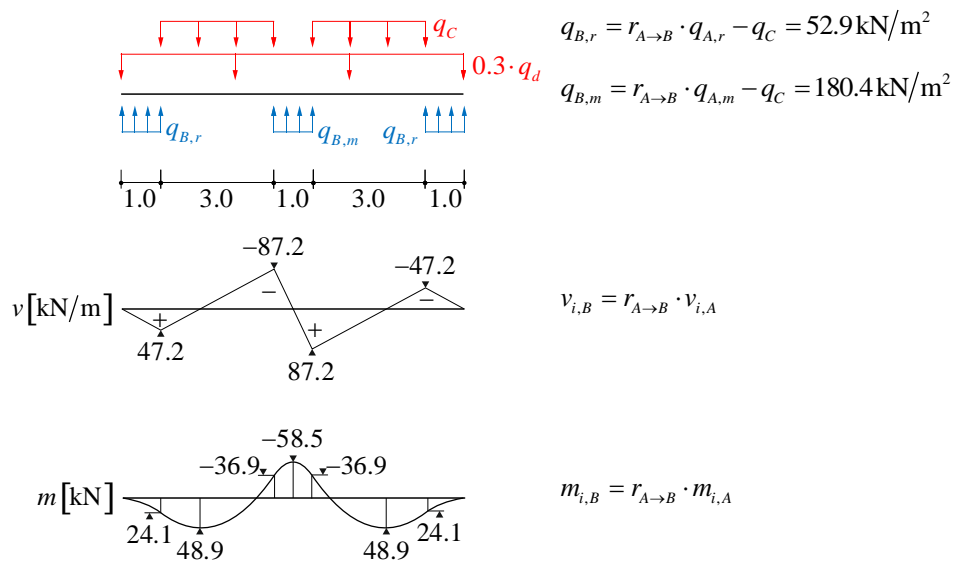
$$q_{A,r} \cdot 1\text{m} \cdot l - 0.3 \cdot q_d \cdot \frac{(l+0.5\text{m})^2}{2} + q_{A,m} \cdot \frac{(0.5\text{m})^2}{2} = -7.3\text{kN}$$

Schnitt C-C: Platte in y-Richtung



Schnitt B-B: Unterzug in x-Richtung

Die Schnittkräfte im Schnitt B-B können analog zum Schnitt A-A berechnet werden, wobei sie mit dem Faktor $r_{A \rightarrow B} = \frac{0.3 \cdot q_d + q_c}{0.3 \cdot q_d} = 8.0$ multipliziert werden müssen. Für die Auflagerkräfte $q_{B,r}$ und $q_{B,m}$ muss dann jeweils q_c abgezogen werden, da diese Kraft über den Flächenauflegern nicht wirkt.

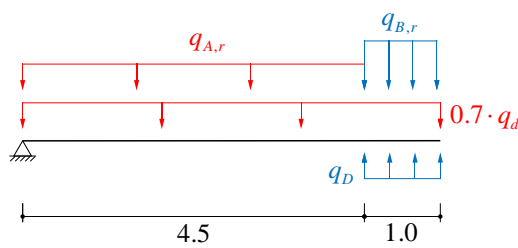


Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 5/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)

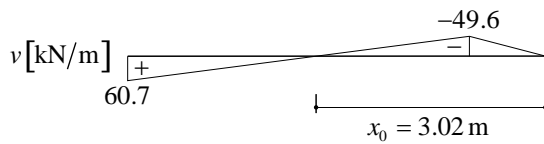
Schnitt D-D: Unterzug in y-Richtung

Analog zum Vorgehen in Schnitt B-B können für D-D die Schnitt- und Auflagerkräfte von Schnitt

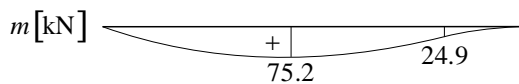
C-C mit dem Faktor $r_{C \rightarrow D} = \frac{0.7 \cdot q_d + q_{A,r}}{0.7 \cdot q_d} = 1.88$ multipliziert werden.



$$q_D = r_{C \rightarrow D} \cdot q_C + (q_{B,r} - q_{A,r}) = 115.5 \text{ kN/m}^2$$



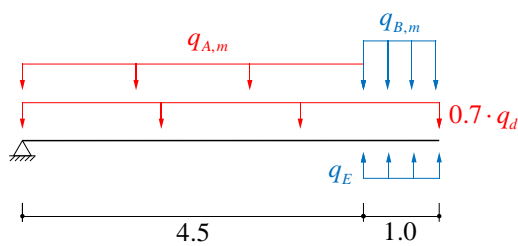
$$v_{i,D} = r_{C \rightarrow D} \cdot v_{i,C}$$



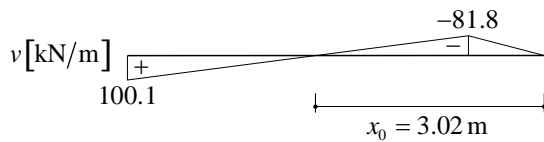
$$m_{i,D} = r_{C \rightarrow D} \cdot m_{i,C}$$

Schnitt E-E: Unterzug in y-Richtung

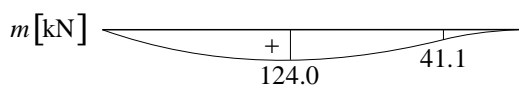
Wiederum wird vom Schnitt C-C ausgegangen und mit dem Faktor $r_{C \rightarrow E} = \frac{0.7 \cdot q_d + q_{A,m}}{0.7 \cdot q_d} = 3.1$ multipliziert.



$$q_E = r_{C \rightarrow E} \cdot q_C + (q_{B,m} - q_{A,m}) = 275.1 \text{ kN/m}^2$$



$$v_{i,E} = r_{C \rightarrow E} \cdot v_{i,C}$$

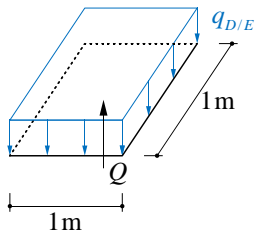


$$m_{i,E} = r_{C \rightarrow E} \cdot m_{i,C}$$

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 6/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)

Stützenlast und Verteilelemente:

Für die erweiterte Streifenmethode werden die Flächenlasten q_D und q_E in Punktlasten umgewandelt. Dabei entstehen zusätzliche Momentenbeanspruchungen, welche mittels Verteilelemente abgeschätzt werden können.



$$Q = 1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot q$$

→ Randstützen:
 $Q_r = 1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot q_D = 115.5\text{kN}$
Mittelstütze:
 $Q_m = 1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot q_E = 275.1\text{kN}$

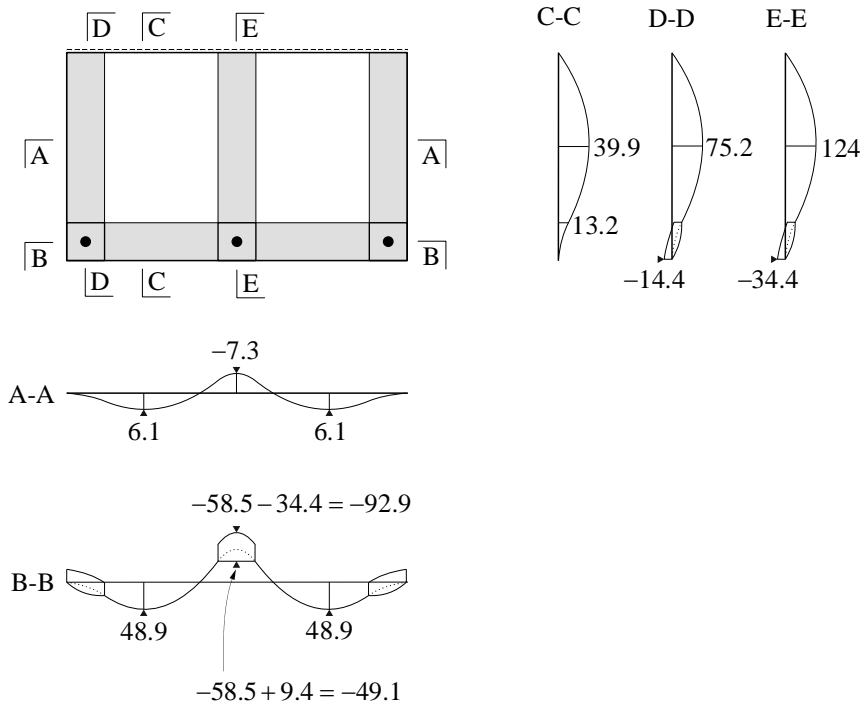
VL 7.2, S.38

Entsprechende Momentenansätze für Quadratplatte:

x/y-Richtung: $m_u' \geq Q/8$
 $m_u \geq 0.034Q$

Den bisherigen Momenten im Stützenbereich sind die Momente $m_{u,m} = 0.034Q_m = 9.4\text{kN}$ und $m_{u,m}' = Q_m/8 = 34.4\text{kN}$ (Mittelstütze) bzw. $m_{u,r} = 0.034Q_r = 3.9\text{kN}$ und $m_{u,r}' = Q_r/8 = 14.4\text{kN}$ zu überlagern.

Zusammenstellung Momente [kN]:



Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 7/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)
<p>Mindestbewehrung:</p> $f_{ctd} = k_t \cdot f_{ctk0.95} \approx f_{ctk0.95} = 1.3 \cdot f_{ctm} = 2.9 \text{ MPa}$ $m_r = \frac{\bar{b} \cdot h^2}{6} \cdot f_{ctd} = 27.5 \text{ kNm/m}$ $z \approx 0.8h \rightarrow a_{s,erf} \approx \frac{m_r}{f_{sd} \cdot 0.8h} = 329 \text{ mm}^2/\text{m}$ <p>Wahl: Ø10 @ 200, $a_s = 390 \text{ mm}^2/\text{m}$</p> <p>1./4. Lage in y-Richtung 2./3. Lage in x-Richtung</p> <p>Statische Höhe: $d_y = h - c_{nom} - \emptyset/2 = 205 \text{ mm}$</p> $d_x = h - c_{nom} - \emptyset - \emptyset/2 = 195 \text{ mm}$ $m_{Rd,y} = a_s f_{sd} \cdot \left(d_y - \frac{a_s f_{sd}}{2b f_{cd}} \right) = 33.7 \text{ kNm/m (1./4. Lage)}$ $m_{Rd,x} = a_s f_{sd} \cdot \left(d_x - \frac{a_s f_{sd}}{2b f_{cd}} \right) = 32.0 \text{ kNm/m (2./3. Lage)}$ <p>Biegenachweise:</p> <p><u>Schnitt A-A</u></p> $m_d^+ = 6.1 \text{ kN} < m_{Rd,min,x}$ $m_d^- = 7.3 \text{ kN} < m_{Rd,min,x}$ <p>→ Mindestbewehrung reicht aus.</p> <p><u>Schnitt C-C</u></p> $m_d^+ = 39.9 \text{ kN} \rightarrow a_{s,erf} \approx \frac{m_d^+}{f_{sd} \cdot 0.8h} = 478 \text{ mm}^2/\text{m}$ <p>Wahl: Ø12 @ 200, $a_s = 565 \text{ mm}^2/\text{m}$, $\underline{m_{Rd}} = 47.9 \text{ kN} > m_d^+$</p> <p><u>Schnitt B-B</u></p> $m_d^+ = 48.9 \text{ kN}; \text{ Wahl: } \emptyset 12 @ 200, \underline{m_{Rd}} = 45.7 \text{ kN} \approx m_d^+ \sim \text{i.O.}$ $m_d^- = 92.9 \text{ kN} \rightarrow a_{s,erf} \approx \frac{m_d^-}{f_{sd} \cdot 0.8h} = 1112 \text{ mm}^2/\text{m}$ <p>Wahl: Zulagen 5xØ16, $a_s = (5 \times \emptyset 10 + 5 \times \emptyset 16) = 1398 \text{ mm}^2/\text{m}$</p> $d = h - c_{nom} - 12 \text{ mm} - 8 \text{ mm} = 190 \text{ mm}, \underline{m_{Rd}} = 101.8 \text{ kN} > m_d^-$		<p>Annahme $k_t = 1$ (konservativ)</p> <p>$\bar{b} = 1 \text{ m/m}$</p> <p>$d = 204 \text{ mm}$</p>

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 8/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)

Schnitt D-D

$m_d^- = 14.4 \text{ kN} < m_{Rd, \min, y} = 33.7 \text{ kN}$, die Bewehrung muss am Plattenrand voll verankert sein.

$$m_d^+ = 75.2 \text{ kN} \rightarrow a_{s, \text{erf}} \approx \frac{m_d^+}{f_{sd} \cdot 0.8h} = 900 \text{ mm}^2/\text{m}, \quad \text{die Hälfte davon muss verankert werden}$$

Wahl Randbügel: Ø12 @ 200

Wahl: Zulagen 5xØ12, $a_s = (5 \times \text{Ø}10 + 5 \times \text{Ø}12) = 958 \text{ mm}^2/\text{m}$

$$d = 204 \text{ mm}, \quad \underline{m_{Rd} = 78.6 \text{ kN}} > m_d^+$$

Schnitt E-E

$m_d^- = 34.4 \text{ kN}$; Wahl: Zulagen 5xØ10 → Ø10 @ 100, $a_s = 780 \text{ mm}^2/\text{m}$ $\underline{m_{Rd} = 65.7 \text{ kN}} > m_d^-$

$$m_d^+ = 124.0 \text{ kN} \rightarrow a_{s, \text{erf}} \approx \frac{m_d^+}{f_{sd} \cdot 0.8h} = 1485 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Wahl: Ø14/16 @ 100, $a_s = (5 \times \text{Ø}14 + 5 \times \text{Ø}16) = 1780 \text{ mm}^2/\text{m}$

$$d = 202 \text{ mm}, \quad \underline{m_{Rd} = 134.2 \text{ kN}} > m_d^+$$

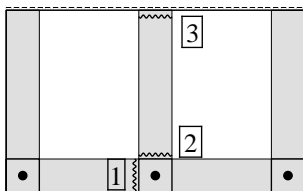
$$\frac{x}{d} = 0.33 < 0.35 \rightarrow \text{i.O. für sämtliche Schnitte!}$$

SIA 262
5.5.3.3

$d = 205 \text{ mm}$

b) Querkrafttragsicherheit

Für die Querkrafttragsicherheit sind die Schnitte mit der grössten Hauptquerkraft v_0 in der Hauptrichtung φ_0 massgebend.



Schnitt 1: $v_{xd} = 87.2 \text{ kN/m}$, $v_{yd} = 26.3 \text{ kN/m}$

$$v_{0d} = \sqrt{v_{xd}^2 + v_{yd}^2} = 91.0 \text{ kN/m}$$

Schnitt 2: $v_{xd} = 10.9 \text{ kN/m}$, $v_{yd} = 81.8 \text{ kN/m}$

$$v_{0d} = \sqrt{v_{xd}^2 + v_{yd}^2} = 82.8 \text{ kN/m}$$

Schnitt 3: $v_{xd} = 10.9 \text{ kN/m}$, $v_{yd} = 100.1 \text{ kN/m}$

$$v_{0d} = \sqrt{v_{xd}^2 + v_{yd}^2} = 100.7 \text{ kN/m}$$

Querkraftwiderstand einer Platte ohne Schubbewehrung:

$$\varepsilon_v = 1.5 \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} = 3.18\% \quad (\text{Plastische Verformungen der Biegebewehrung nicht ausgeschlossen})$$

$d = d_v = d_{\min} = 190 \text{ mm}$ (keine Aussparungen oder Einlagen)

$$k_g = \frac{48}{16 + D_{\max}} = 1.0$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d \cdot k_g} = 0.62$$

SIA 262
4.3.3.2

4.3.3.2.2

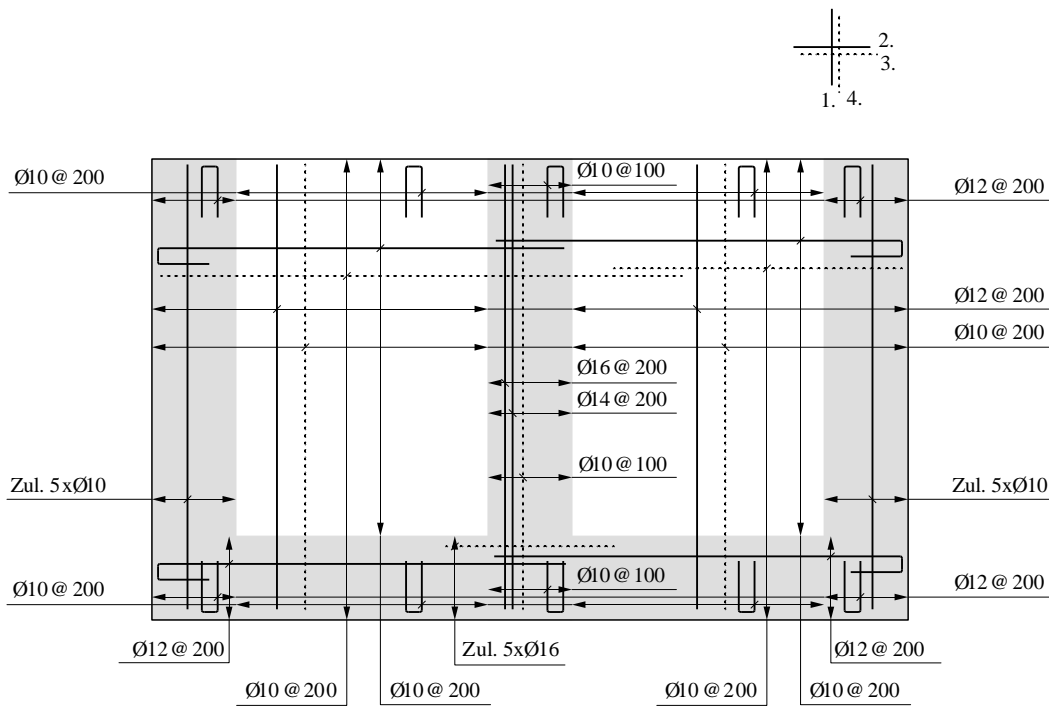
4.3.3.2.1

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 9/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)

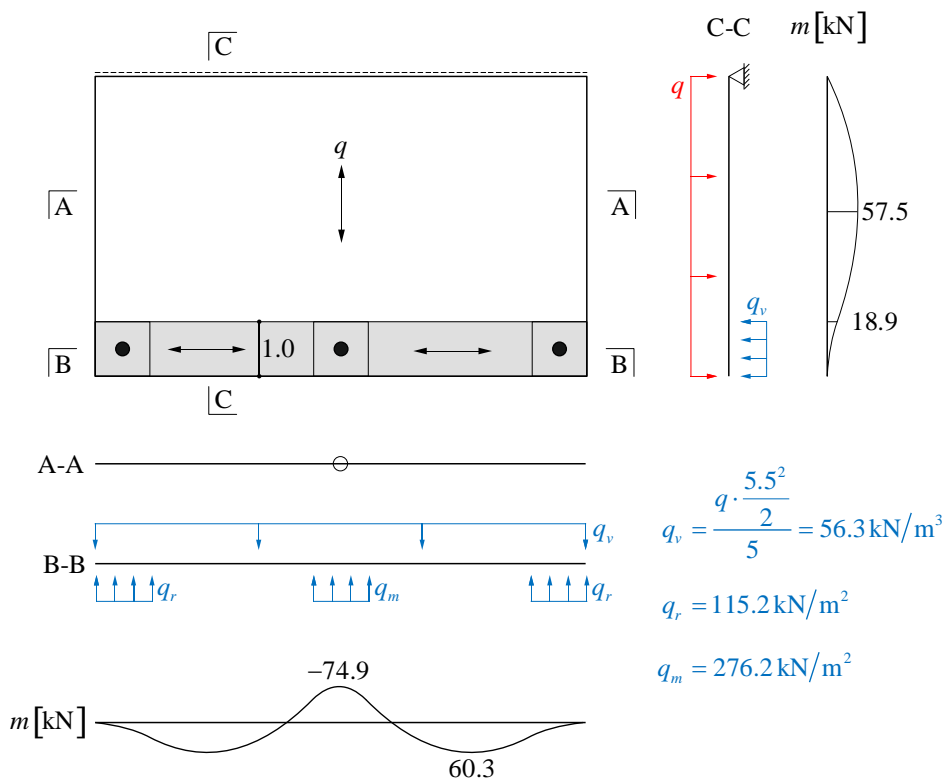
$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v = 107 \text{ kN/m} > v_{0d,max} = 101 \text{ kN/m} \rightarrow \text{i.O.}$$

NB.: Zusätzlich wäre eine Durchstanzbewehrung im Stützenbereich (konzentrierte Lasteinleitung) zu führen. Darauf wird hier verzichtet, näheres dazu in der Autographie 7.4 und Kolloquium 5.

c) Bewehrungsskizze



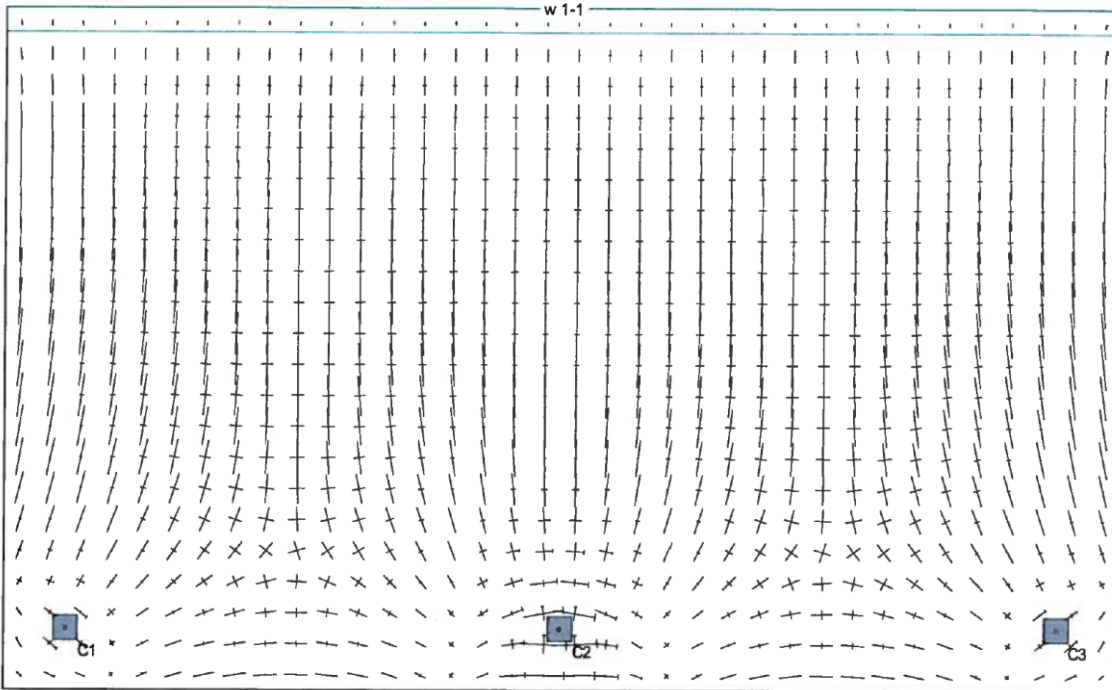
Schlussbemerkung: Alternativer Ansatz für die Streifenmethode:



d) Modellierung in CEDRUS

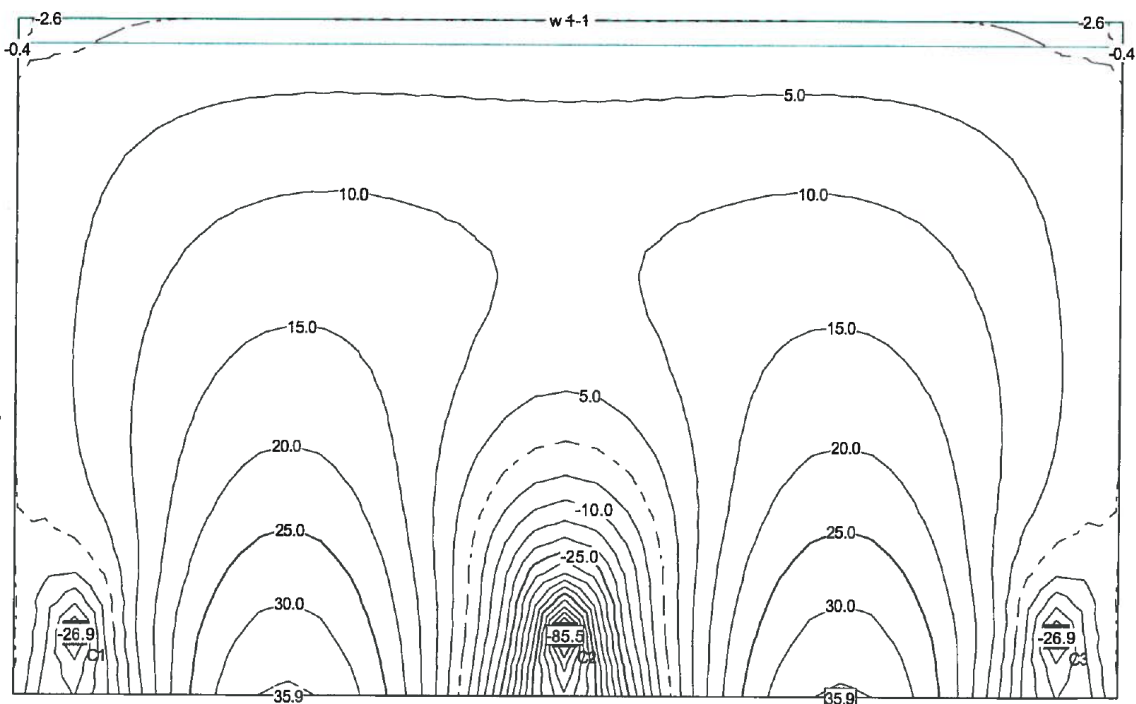
Haupttransspannungen: Resultatkombination Tragsicherheit

Mstb. 1 : 53.0



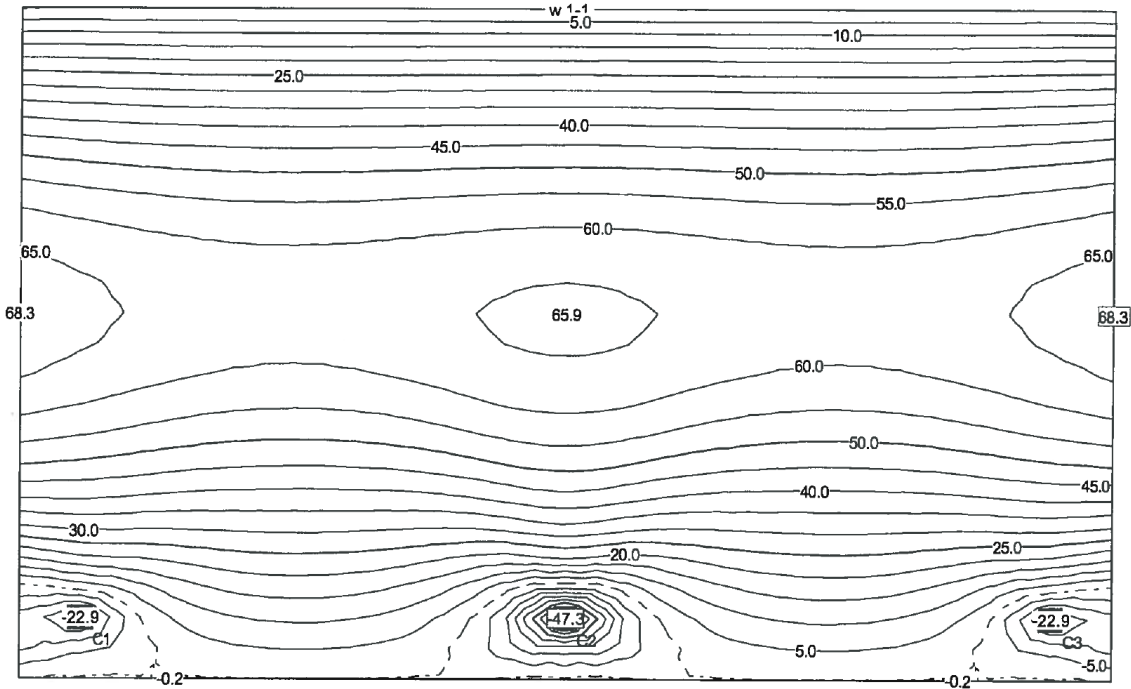
Schnittkräfte m_x [kN], Äquidistanz: 5.0 [kN], Referenzlinie: 0.0
Resultatkombination Tragsicherheit

Mstb. 1 : 54.3



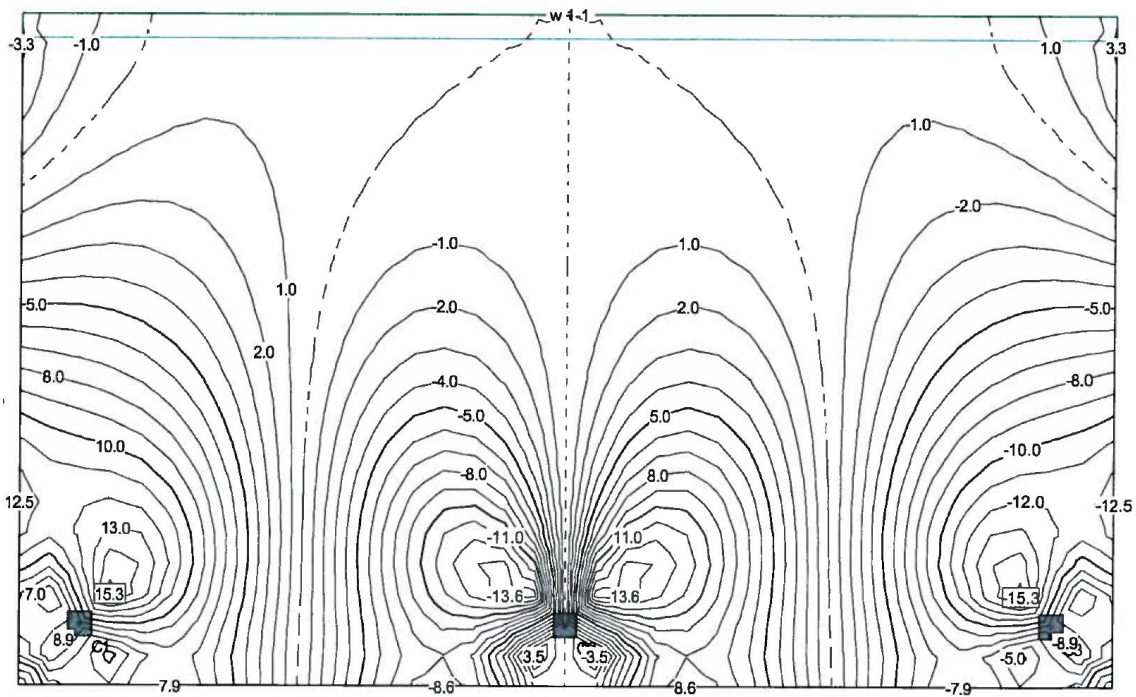
Schnittkräfte m_y [kN], Äquidistanz: 5.0 [kN], Referenzlinie: 0.0
Resultatkombination Tragsicherheit

Mstb. 1 : 54.5



Schnittkräfte m_{by} [kN], Äquidistanz: 1.0 [kN], Referenzlinie: 0.0
Resultatkombination Tragsicherheit

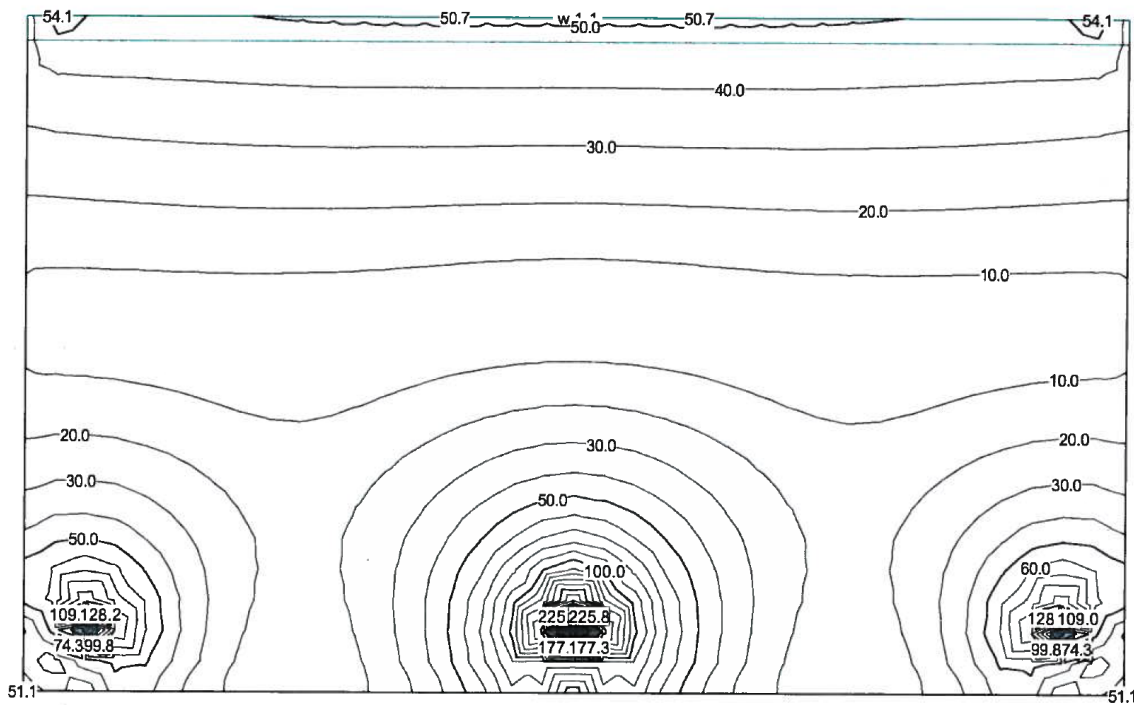
Mstb. 1 : 54.6



Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 12/12
Kolloquium 4	Musterlösung	an / 07.05.2021 amr/ 19.04.2023 (rev.)

Schnittkräfte w_{tot} [kN/m], Äquidistanz: 10.0 [kN/m], Referenzlinie: 0.0
 Resultatkombination Tragsicherheit

Mstb. 1 :54.5



Vergleich Streifenmethode ↔ elastische Lösung:

- Die elastische Plattenberechnung, welche keine versteckten Unterzüge berücksichtigt, ergibt eine Tragwirkung der Platte hauptsächlich in y -Richtung (vgl. Hauptmomentenrichtungen). Im Bereich der Stützen drehen die Hauptmomente ab, zwischen den Stützen trägt die Platte v.a. in x -Richtung.
- Die elastische Tragwirkung entspricht nicht exakt der mit der Streifenmethode angenommenen. Die Lösung mit der Streifenmethode stellt einen unteren Grenzwert dar und ist somit statisch zulässig, bei entsprechender Bewehrung wird die Platte wie berechnet tragen. Allerdings resultieren typischerweise grössere Bewehrungsmengen als bei der elastischen Lösung.