

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 1/6
Kolloquium 1	Musterlösung	an/ 27.01.2022 amr/25.07.2023(rev.) mep/27.02.2024 (rev.)

Baustoffe

Beton C30/37 $f_{cd} = 20 \text{ MPa}$; $f_{cm} = 2.9 \text{ MPa}$
 $E_{cm} = 33.6 \text{ GPa}$
 $D_{max} = 16 \text{ mm}$
 $\tau_{cd} = 1.1 \text{ MPa}$

SIA 262
Tab. 8, Tab. 3
3.1.2.3.3.

Tab. 8

Spannstahl Wird in Abschnitt b) definiert

a) Plattenstärke und Schnittgrößen

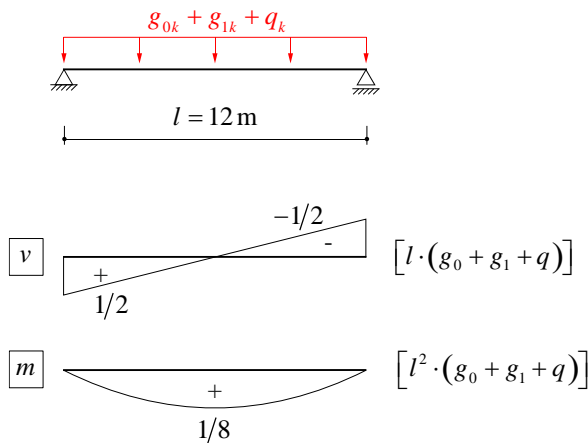
Richtwert für vorgespannte Platte, einachsig tragend: $l/h \approx 30 \div 40$

Wahl: $h = 0.32 \text{ m}$ ($l/h = 37.5$)

$$\rightarrow g_{0k} = h \cdot \gamma_c = 0.32 \text{ m} \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

SIA 261
Tab.28

Statisches System:



Massgebende Schnittgrößen:

	g_{0k}	$g_{0k} + g_{1k}$	$g_{0k} + g_{1k} + q_k$	d -Niveau	
q	8	10	13	18	kN/m^2
v_{max}	48	60	78	108	kN/m
m_{max}	144	180	234	324	kNm/m

$$q_d = \gamma_G \cdot (g_{0k} + g_{1k}) + \gamma_Q \cdot q_k = 18 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

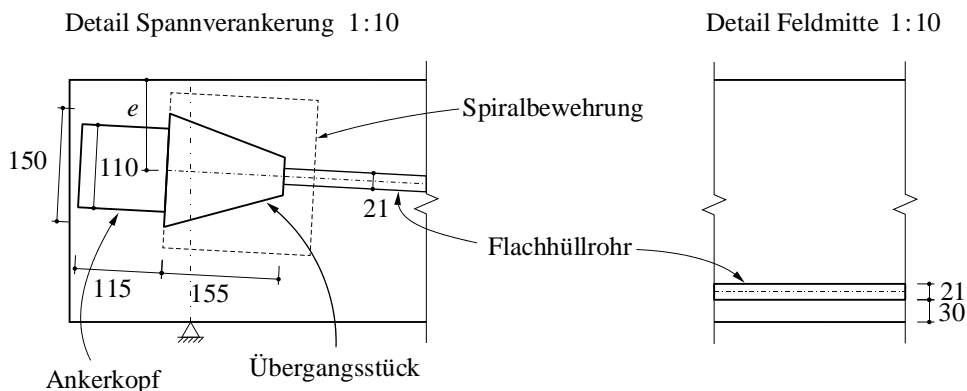
Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 2/6
Kolloquium 1	Musterlösung	an/ 27.01.2022 amr/25.07.2023(rev.) mep/27.02.2024 (rev.)

b) Vorspannkonzzept

In Flachdecken sind aufgrund der knappen Platzverhältnisse i.d.R. Monolitzen oder Spanngliedeinheiten in flachen Hüllrohren zweckmässig.

- Wahl:
- Spanngliedeinheiten VSL 6-4 Y1860, $A_p = 600 \text{ mm}^2$, $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$, $E_p = 195 \text{ GPa}$
 - Flache Stahlhüllrohre, Aussenabmessungen 75/21mm ($h_{\emptyset} = 21 \text{ mm}$)
 - Bewegliche Verankerung VSL EC30
 - Feste Verankerung VSL P30
 - Parabolische Kabelführung mit maximalen Exzentrizitäten
 - Anzahl Spannglieder nach Konzept des Lastausgleichs für ständige Lasten

VSL Doku
S.5
S.6
S.14
S.21



VSL Doku
S.14

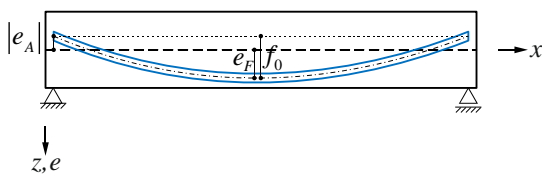
XC1, R60: $c_{nom,p} = 30 \text{ mm}$ für Spannstahl, $c_{nom} = 20 \text{ mm}$ für Betonstahl

Minimaler Achsabstand: $X = 215 \text{ mm}$

$$\text{Randabstand: } e = \frac{X}{2} + c_{nom,p} - 10 \text{ mm} = 128 \text{ mm}$$

$$\text{Pfeilhöhe } f_0 = h - e - c_{nom,p} - \frac{h_{\emptyset}}{2} = 151 \text{ mm}$$

Spanngliedführung stark überhöht



SIA 262
Tab. 16+18
VSL, S.14
VSL, S.32

Da es sich um ein Flachhüllrohr handelt, wird die Exzentrizität Δs in erster Näherung vernachlässigt.

Lastausgleich für ständige Lasten:

$$u_{\infty} = \frac{8 p_{\infty} f_0}{l^2} \approx g_{0k} + g_{1k}$$

$$\rightarrow p_{\infty} \approx \frac{(g_{0k} + g_{1k}) \cdot l^2}{8 f_0} = 1192 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

mit $\sigma_{p_{\infty}} \approx 0.85 \sigma_{p_0} \approx 0.85 \cdot 0.7 f_{pk} = 0.595 f_{pk}$ (Initiale Vorspannung $\sigma_{p_0} = 0.7 f_{pk}$)

und $A_p = 4 \cdot 150 \text{ mm}^2 = 600 \text{ mm}^2$

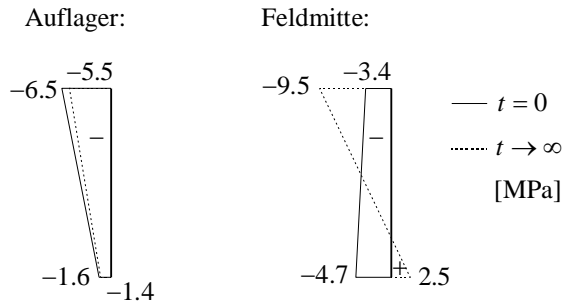
$$\rightarrow a_{p,erf} = \frac{p_{\infty}}{0.595 f_{pk}} = 1077 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Wahl: Spanngliedeinheit VSL 6-4 @ 600mm mit } a_p = \frac{600}{0.6} = 1000 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

NB: Für eine volle Vorspannung ist etwas weniger Spannkraft erforderlich als für Lastausgleich.

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 3/6
Kolloquium 1	Musterlösung	an/ 27.01.2022 amr/25.07.2023(rev.) mep/27.02.2024 (rev.)
<p>c) Spannungsverteilung</p> <p>Zusammenfassung Vorspannkonzep: </p> <p>Initiale Vorspannung: $\sigma_{p0} = 0.7 f_{pk} = 1302 \text{ MPa}$; $p_0 = \sigma_{p0} \cdot a_p = 1302 \text{ kN/m}$</p> <p>Langzeitwert: $\sigma_{p\infty} = 0.85 \sigma_{p0} = 1107 \text{ MPa}$; $p_\infty = \sigma_{p\infty} \cdot a_p = 1107 \text{ kN/m}$</p> <p>Maximale Exzentrizitäten: $e\left(x = -\frac{L}{2}\right) = e_A = e - \frac{h}{2} = -32 \text{ mm}$</p> $e(x=0) = e_F = \frac{h}{2} - c_{nom,p} - \frac{h_\emptyset}{2} = 119 \text{ mm}$ <p>Brutto-Querschnittswerte:</p> $a_c = h \cdot \bar{b} = 320'000 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ $i_c = \frac{h^3 \cdot \bar{b}}{12} = 2.731 \cdot 10^9 \frac{\text{mm}^4}{\text{m}}$ <p>Spannungen am oberen und unteren Querschnittsrand:</p> $\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p}{a_c} + \frac{m + m_{zw} - p \cdot e}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} z_{sup} \\ z_{inf} \end{bmatrix}$ <p>Für statisch bestimmte Systeme: $m_{zw} = 0$</p> <p>(i) Auflager, $t = 0, (g_{0k}, p_0)$:</p> $\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_0}{a_c} + \frac{-p_0 \cdot e_A}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.5 \\ -1.6 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ <p>(ii) Auflager, $t \rightarrow \infty, (g_{0k} + g_{1k} + q_k, p_\infty)$:</p> $\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_\infty}{a_c} + \frac{-p_\infty \cdot e_A}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.5 \\ -1.4 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ <p>(iii) Feldmitte, $t = 0, (g_{0k}, p_0)$:</p> $\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_0}{a_c} + \frac{m_{max}(g_{0k}) - p_0 \cdot e_F}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.4 \\ -4.7 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ <p>(iv) Feldmitte, $t \rightarrow \infty, (g_{0k} + g_{1k} + q_k, p_\infty)$:</p> $\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_\infty}{a_c} + \frac{m_{max}(g_{0k}, g_{1k}, q_k) - p_\infty \cdot e_F}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.5 \\ 2.5 \end{bmatrix} \text{ MPa}$		

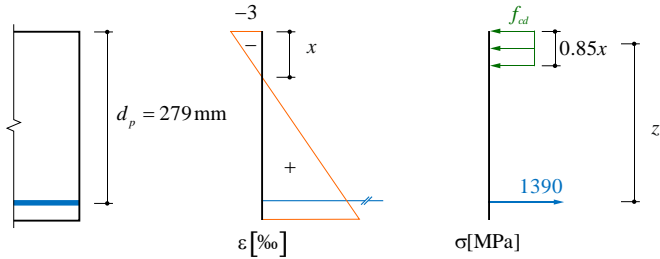
$$\bar{b} = 1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$$



- NB:
- Die mittlere Vorspannung bei $t = 0$ ist mit $\sigma_{c0,m} = -4.1 \text{ MPa}$ für einen Hochbau ziemlich gross.
 - Unter ständigen Lasten ($g_{0k} + g_{1k}$) bleibt die Platte auch für $t \rightarrow \infty$ komprimiert:
- $$\sigma_{c,inf} = -\frac{p_{\infty}}{a_c} + \frac{m_{max}(g_{0k} + g_{1k}) - p_{\infty} \cdot e_F}{i_c} \cdot \frac{h}{2} = -0.6 \text{ MPa}$$
- Somit herrscht volle Vorspannung für ständige Lasten.
- Unter Nutzlasten dekomprimiert die Platte für $t \rightarrow \infty$ ($\sigma_{c,inf} > 0$), bleibt aber wegen der geringen Zugspannungen ($\sigma_{c,inf} < f_{ctm}$) weitgehend ungerissen.
 - Da es sich bei f_{ctm} jedoch um einen Mittelwert mit einer grossen Streuung handelt, müsste streng genommen zusätzlich ein Spannungsnachweis am gerissenen QS geführt werden.
 - Die Druckfestigkeit des Betons wird nirgends überschritten: $|\sigma_{c,min}| = 9.5 \text{ MPa} < f_{cd} = 20 \text{ MPa}$

d) Tragsicherheit

Biegung: $m_d = 324 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$



$$0.85x = \frac{a_p \cdot f_{pd}}{b \cdot f_{cd}} = 69.5 \text{ mm} \quad \text{mit} \quad f_{pd} = \frac{f_{p0.1k}}{\gamma_s} = \frac{1600}{1.15} = 1390 \text{ MPa}$$

$$\frac{x}{d_p} = 0.29 \leq 0.35 \rightarrow \text{i.O.}$$

$$\epsilon_p = \frac{\sigma_{p0}}{E_p} + 3\text{‰} \cdot \frac{d_p - x}{x} = 6.68\text{‰} + 7.24\text{‰} = 13.92\text{‰}$$

$$\epsilon_{py} = \frac{f_{p0.1k}}{E_p} = 8.21\text{‰} < \epsilon_p = 13.92\text{‰} < \epsilon_{ud} = 2\text{‰} \rightarrow \text{Duktiles Versagen, i.O.}$$

$$z = d_p - \frac{0.85x}{2} = 244.3 \text{ mm}$$

$$m_{Rd} = z \cdot f_{pd} \cdot a_p = 340 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} > m_d = 324 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} \rightarrow \text{i.O.}$$

Schlaffe Bewehrung vernachlässigt

SIA 262 Tab.7

Dehnungen im Beton durch Vorspannung (bei Zeitpunkt Injektion) vernachlässigt

SIA 262 Tab.10

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 5/6
Kolloquium 1	Musterlösung	an/ 27.01.2022 amr/25.07.2023(rev.) mep/27.02.2024 (rev.)

Querkraft: $v_d = v_{max} - \frac{d_p}{2} \cdot q_d = 106 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Pfeilhöhe in Funktion von x : $f(x) = \frac{4f_0 \cdot (l^2/4 - x^2)}{l^2} \rightarrow f'(x) = -\frac{8f_0 \cdot x}{l^2}$

$$f'\left(\frac{l}{2} - \frac{d_p}{2}\right) = \tan \beta_p = \frac{8f_0}{l^2} \cdot \left(\frac{l - d_p}{2}\right) = 49.2 \text{ mrad}$$

$$\rightarrow \beta_p = 2.8^\circ$$

Beitrag der Vorspannung zum Querkraftwiderstand: $p_\infty \cdot \sin \beta_p = 54.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Querkraft im Beton: $v_{dc} = v_d - p_\infty \cdot \sin \beta_p = 51.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Querkraftwiderstand einer Platte ohne Querkraftbewehrung:

$$\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \frac{m_d}{m_{Rd}} = \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot 1 = 2.12\text{‰} \text{ (konservativ)}$$

$$k_g = \frac{48}{16 + D_{max}} = 1.5$$

$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d_p \cdot k_g} = 0.530$$

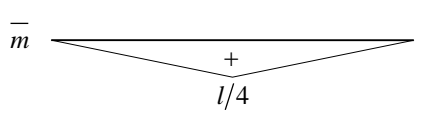
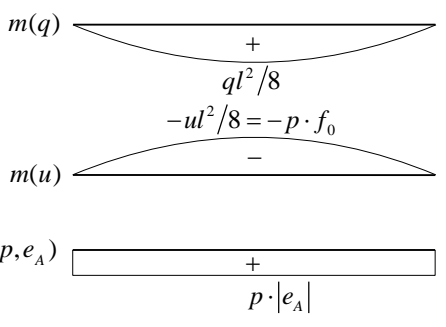
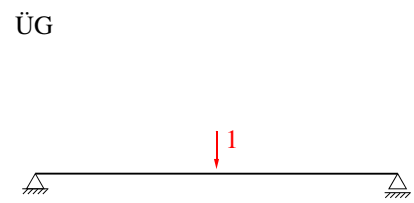
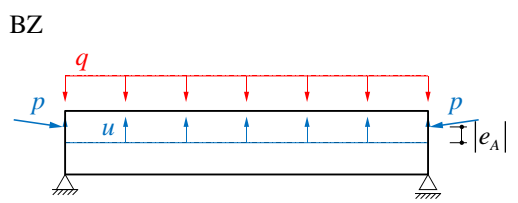
$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_p = 162 \frac{\text{kN}}{\text{m}} > v_{dc} = 51.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \rightarrow \text{i.O.}$$

SIA 262
4.3.3.2

Vorgriff auf
VL 7.4, Folie
9 ff.

e) Durchbiegungen

Betrachtung als Anker- und Umlenkkräfte



Kraftmethode:

$$w = \int \frac{m(q)\bar{m}}{EI} dx + \int \frac{m(u)\bar{m}}{EI} dx + \int \frac{m(p, e_A)\bar{m}}{EI} dx$$

$$= \frac{l}{EI} \left(\frac{5}{12} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{l}{4} - \frac{5}{12} \cdot \frac{ul^2}{8} \cdot \frac{l}{4} + \frac{1}{2} \cdot p \cdot |e_A| \cdot \frac{l}{4} \right)$$

$$= \frac{5 \cdot (q - u) \cdot l^4}{384EI} + \frac{p \cdot |e_A| \cdot l^2}{8EI}$$

Stahlbeton II	Frühjahrssemester	Seite 6/6
Kolloquium 1	Musterlösung	an/ 27.01.2022 amr/25.07.2023(rev.) mep/27.02.2024 (rev.)
<p>(i) $t = 0, (g_{0k}, p_0): u_0 = \frac{8 \cdot p_0 \cdot f_0}{l^2} = 10,9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \text{ s}$</p> $w_0 = \frac{5 \cdot (g_{0k} - u_0) \cdot l^4}{384 E_{cm} \cdot i_c} + \frac{p_0 \cdot e_A \cdot l^2}{8 E_{cm} \cdot i_c} = -0,3 \text{ mm}$ <p>(ii) $t \rightarrow \infty, (g_{0k} + g_{1k}, p_\infty): u_\infty = 0,85 u_0 = 9,3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$</p> $w_\infty = \frac{5 \cdot (g_{0k} + g_{1k} - u_\infty) \cdot l^4}{384 \frac{E_{cm}}{1 + \varphi} \cdot i_c} + \frac{p_\infty \cdot e_A \cdot l^2}{8 \frac{E_{cm}}{1 + \varphi} \cdot i_c} = 27,0 \text{ mm}$ <p>(iii) Kurzfristige Nutzlast: $\Delta w = \frac{5 \cdot q_k \cdot l^4}{384 \cdot E_{cm} \cdot i_c} = 8,8 \text{ mm}$</p> <p>Nachweise SIA 260, Tab.2 & Tab.3: Kategorie B $\rightarrow \psi_1 = 0,5, \psi_2 = 0,3$</p> <p>Funktionsstüchtigkeit: $w = w_\infty + \psi_2 \cdot \Delta w \cdot (1 + \varphi) + (\psi_1 - \psi_2) \cdot \Delta w = 36,7 \text{ mm} \approx \frac{l}{350} = 34 \text{ mm}$ \rightarrow knapp nicht i.O.</p> <p>Komfort: $w = \psi_1 \cdot \Delta w = 4,4 \text{ mm} < \frac{l}{350} = 34 \text{ mm} \rightarrow$ i.O.</p> <p>Aussehen: $w = w_\infty + \psi_2 \cdot (1 + \varphi) \cdot \Delta w = 34,9 \text{ mm} < \frac{l}{300} = 40 \text{ mm} \rightarrow$ i.O.</p> <p>Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit bezüglich der Funktionsstüchtigkeit ist knapp nicht erfüllt. Aufgrund der vielen Unsicherheiten bei Durchbiegungsabschätzungen wird dies hier akzeptiert.</p>		<p>$\varphi = 2$</p> <p>Quasi- ständiger Anteil der Nutzlast kriechwirksam</p>