Baustoffe

SIA 262 Tab. 8, Tab. 3 3.1.2.3.3.

Beton C30/37 $f_{cd} = 20\,\text{MPa}$; $f_{ctm} = 2.9\,\text{MPa}$
$E_{cm} = 33.6\,\text{GPa}$
$D_{max} = 16\,\text{mm}$
$\tau_{cd} = 1.1\,\text{MPa}$

Tab. 8

Spannstahl Wird in Abschnitt b) definiert

a) Plattenstärke und Schnittgrössen

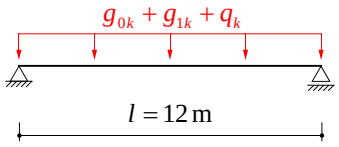
Richtwert für vorgespannte Platte, einachsig tragend: $l/h \approx 30 \div 40$

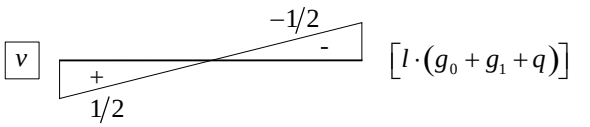
Wahl: $h = 0.32\,\text{m}$ $(l/h = 37.5)$

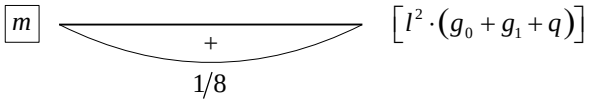
$$\rightarrow g_{0k} = h \cdot \gamma_c = 0.32\,\text{m} \cdot 25\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 8\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

SIA 261 Tab.28

Statisches System:







Massgebende Schnittgrössen:

	g_{0k}	$g_{0k} + g_{1k}$	$g_{0k} + g_{1k} + q_k$	*d-Niveau*	
q	8	10	13	18	kN/m^2
v_{max}	48	60	78	108	kN/m
m_{max}	144	180	234	324	kNm/m

$$q_d = \gamma_G \cdot (g_{0k} + g_{1k}) + \gamma_Q \cdot q_k = 18\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

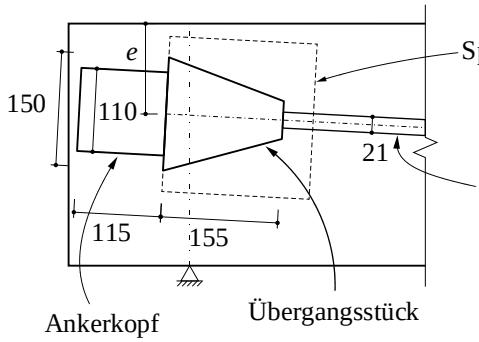
b) Vorspannkonzept

In Flachdecken sind aufgrund der knappen Platzverhältnisse i.d.R. Monolitzen oder Spanngliedeinheiten in flachen Hüllrohren zweckmässig.

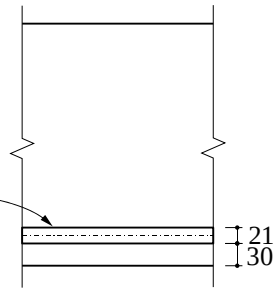
Doku VSL S.5 S.6 S.14 S.21

Wahl:
- Spanngliedeinheiten VSL 6-4 Y1860, $A_p = 600\,\text{mm}^2$, $f_{pk} = 1860\,\text{MPa}$, $E_p = 195\,\text{GPa}$
- Flache Stahlhüllrohre, Aussenabmessungen 75/21mm ($h_{Ø} = 21\,\text{mm}$)
- Bewegliche Verankerung VSL EC30
- Feste Verankerung VSL P30
- Parabolische Kabelführung mit maximalen Exzentrizitäten
- Anzahl Spannglieder nach Konzept des Lastausgleichs für ständige Lasten

Detail Spannverankerung 1:10



Detail Feldmitte 1:10



VSL Doku S.14

XC1, R60: $c_{nom,p} = 30\,\text{mm}$ für Spannstahl, $c_{nom} = 20\,\text{mm}$ für Betonstahl

SIA 262 Tab. 16+18

Minimaler Achsabstand: $X = 215\,\text{mm}$

VSL, S.14

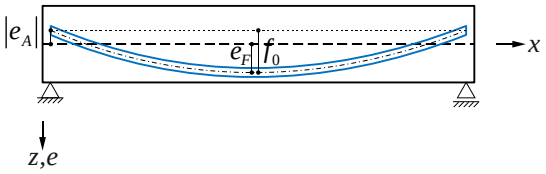
Randabstand: $e = \frac{X}{2} + c_{nom,p} - 10\,\text{mm} = 128\,\text{mm}$

VSL, S.32

Pfeilhöhe $f_0 = h - e - c_{nom,p} - \frac{h_{Ø}}{2} = 151\,\text{mm}$

Da es sich um ein Flachhüllrohr handelt, wird die Exzentrizität Δs in erster Näherung vernachlässigt.

Spanngliedführung stark überhöht



Lastausgleich für ständige Lasten:

$$u_\infty = \frac{8 p_\infty f_0}{l^2} \approx g_{0k} + g_{1k}$$

$$\rightarrow p_\infty \approx \frac{(g_{0k} + g_{1k}) \cdot l^2}{8 f_0} = 1192 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

mit $\sigma_{p\infty} \approx 0.85 \sigma_{p0} \approx 0.85 \cdot 0.7 f_{pk} = 0.595 f_{pk}$ (Initiale Vorspannung $\sigma_{p0} = 0.7 f_{pk}$)

und $A_p = 4 \cdot 150\,\text{mm}^2 = 600\,\text{mm}^2$

$$\rightarrow a_{p,erf} = \frac{p_\infty}{0.595 f_{pk}} = 1077 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Wahl: Spanngliedeinheit VSL 6-4@600 mm mit $a_p = \frac{600}{0.6} = 1000 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$

NB: Für eine volle Vorspannung ist etwas weniger Spannkraft erforderlich als für Lastausgleich.

c) Spannungsverteilung

Zusammenfassung Vorspannkonzept:

Initiale Vorspannung: $\sigma_{p0} = 0.7\, f_{pk} = 1302\,\text{MPa}$; $p_0 = \sigma_{p0} \cdot a_p = 1302\,\text{kN/m}$

Langzeitwert: $\sigma_{p\infty} = 0.85\sigma_{p0} = 1107\,\text{MPa}$; $p_\infty = \sigma_{p\infty} \cdot a_p = 1107\,\text{kN/m}$

Maximale Exzentrizitäten: $e\left(x = -\frac{L}{2}\right) = e_A = e - \frac{h}{2} = -32\,\text{mm}$

$$e(x=0) = e_F = \frac{h}{2} - c_{nom,p} - \frac{h_\varnothing}{2} = 119\,\text{mm}$$

Brutto-Querschnittswerte:

$\bar{b} = 1000\,\frac{\text{mm}}{\text{m}}$

$$a_c = h \cdot \bar{b} = 320'000\,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$i_c = \frac{h^3 \cdot \bar{b}}{12} = 2.731 \cdot 10^9\,\frac{\text{mm}^4}{\text{m}}$$

Spannungen am oberen und unteren Querschnittsrand:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p}{a_c} + \frac{m + m_{zw} - p \cdot e}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} z_{sup} \\ z_{inf} \end{bmatrix}$$

Für statisch bestimmte Systeme: $m_{zw} = 0$

(i) Auflager, $t = 0, (g_{0k}, p_0)$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_0}{a_c} + \frac{-p_0 \cdot e_A}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.5 \\ -1.6 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

(ii) Auflager, $t \to \infty, (g_{0k} + g_{1k} + q_k, p_\infty)$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_\infty}{a_c} + \frac{-p_\infty \cdot e_A}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.5 \\ -1.4 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

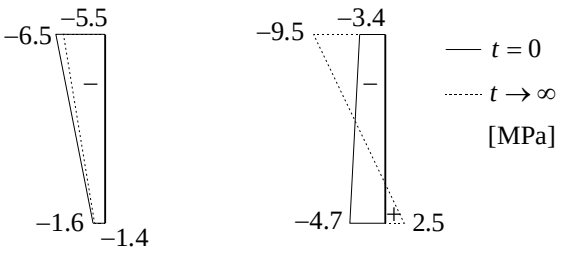
(iii) Feldmitte, $t = 0, (g_{0k}, p_0)$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_0}{a_c} + \frac{m_{max}(g_{0k}) - p_0 \cdot e_F}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.4 \\ -4.7 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

(iv) Feldmitte, $t \to \infty, (g_{0k} + g_{1k} + q_k, p_\infty)$:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{c,sup} \\ \sigma_{c,inf} \end{bmatrix} = -\frac{p_\infty}{a_c} + \frac{m_{max}(g_{0k}, g_{1k}, q_k) - p_\infty \cdot e_F}{i_c} \cdot \begin{bmatrix} -h/2 \\ h/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.5 \\ 2.5 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

Auflager: Feldmitte:



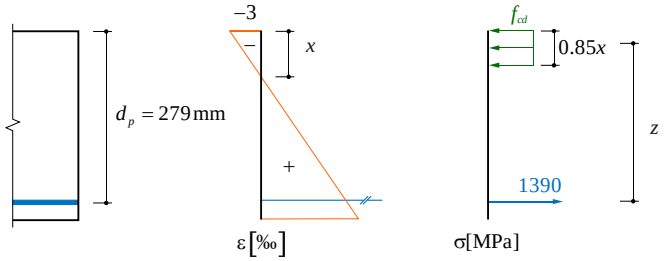
NB:
- Die mittlere Vorspannung bei $t = 0$ ist mit $\sigma_{c0,m} = -4.1\,\text{MPa}$ für einen Hochbau ziemlich gross.
- Unter ständigen Lasten $(g_{0k} + g_{1k})$ bleibt die Platte auch für $t \to \infty$ komprimiert:

$$\sigma_{c.inf} = -\frac{p_\infty}{a_c} + \frac{m_{max}(g_{0k}+g_{1k}) - p_\infty \cdot e_F}{i_c} \cdot \frac{h}{2} = -0.6\,\text{MPa}$$

→ Somit herrscht volle Vorspannung für ständige Lasten.
- Unter Nutzlasten dekomprimiert die Platte für $t \to \infty$ $(\sigma_{c,inf} > 0)$, bleibt aber wegen der geringen Zugspannungen $(\sigma_{c,inf} < f_{ctm})$ weitgehend ungerissen.
- Da es sich bei f_{ctm} jedoch um einen Mittelwert mit einer grossen Streuung handelt, müsste streng genommen zusätzlich ein Spannungsnachweis am gerissenen QS geführt werden.
- Die Druckfestigkeit des Betons wird nirgends überschritten: $|\sigma_{c,min}| = 9.5\,\text{MPa} < f_{cd} = 20\,\text{MPa}$

d) Tragsicherheit

Biegung: $m_d = 324\,\frac{\text{kNm}}{\text{m}}$



Schlaffe Bewehrung vernachlässigt

$$0.85x = \frac{a_p \cdot f_{pd}}{b \cdot f_{cd}} = 69.5\,\text{mm} \quad \text{mit} \quad f_{pd} = \frac{f_{p0.1k}}{\gamma_s} = \frac{1600}{1.15} = 1390\,\text{MPa}$$

SIA 262 Tab.7

$$\frac{x}{d_p} = 0.29 \le 0.35 \rightarrow \text{ i.O.}$$

Dehnungen im Beton durch Vorspannung (bei Zeitpunkt Injektion) vernachlässigt

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_{p0}}{E_p} + 3‰ \cdot \frac{d_p - x}{x} = 6.68‰ + 7.24‰ = 13.92‰$$

$$\varepsilon_{py} = \frac{f_{p0.1k}}{E_p} = 8.21‰ < \varepsilon_p = 13.92‰ < \varepsilon_{ud} = 2\% \rightarrow \text{Duktiles Versagen, i.O.}$$

SIA 262 Tab.10

$$z = d_p - \frac{0.85x}{2} = 244.3\,\text{mm}$$

$$m_{Rd} = z \cdot f_{pd} \cdot a_p = 340\,\frac{\text{kNm}}{\text{m}} > m_d = 324\,\frac{\text{kNm}}{\text{m}} \rightarrow \text{i.O.}$$

SIA 262 4.3.3.2

Querkraft: $v_d = v_{max} - \frac{d_p}{2} \cdot q_d = 106 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Pfeilhöhe in Funktion von x: $f(x) = \frac{4 f_0 \cdot (l^2/4 - x^2)}{l^2} \rightarrow f'(x) = -\frac{8 f_0 \cdot x}{l^2}$

$$f'\left(\frac{l}{2} - \frac{d_p}{2}\right) = \tan\beta_p = \frac{8 f_0}{l^2} \cdot \left(\frac{l - d_p}{2}\right) = 49.2\text{mrad}$$

$$\rightarrow \beta_p = 2.8°$$

Beitrag der Vorspannung zum Querkraftwiderstand: $p_\infty \cdot \sin\beta_p = 54.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Querkraft im Beton: $v_{dc} = v_d - p_\infty \cdot \sin\beta_p = 51.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Querkraftwiderstand einer Platte ohne Querkraftbewehrung:

$$\varepsilon_v = \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \frac{m_d}{m_{Rd}} = \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot 1 = 2.12‰ \text{ (konservativ)}$$

$$k_g = \frac{48}{16 + D_{max}} = 1.5$$

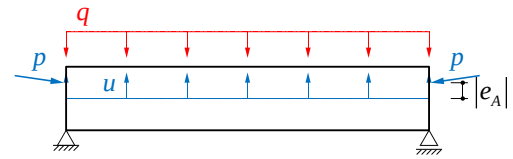
$$k_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_v \cdot d_p \cdot k_g} = 0.530$$

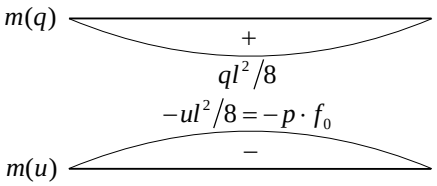
$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_p = 162 \frac{\text{kN}}{\text{m}} > v_{dc} = 51.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \rightarrow \text{i.O.}$$

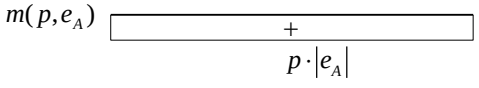
e) Durchbiegungen

Betrachtung als Anker- und Umlenkkräfte

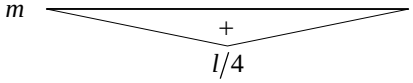
BZ







ÜG



Kraftmethode:

$$w = \int \frac{m(q)\bar{m}}{EI} dx + \int \frac{m(u)\bar{m}}{EI} dx + \int \frac{m(p,e_A)\bar{m}}{EI} dx$$

$$= \frac{l}{EI}\left(\frac{5}{12} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{l}{4} - \frac{5}{12} \cdot \frac{ul^2}{8} \cdot \frac{l}{4} + \frac{1}{2} \cdot p \cdot |e_A| \cdot \frac{l}{4}\right)$$

$$= \frac{5 \cdot (q-u) \cdot l^4}{384EI} + \frac{p \cdot |e_A| \cdot l^2}{8EI}$$

(i) $t = 0, \left(g_{0k}, p_0\right)$: $u_0 = \dfrac{8 \cdot p_0 \cdot f_0}{l^2} = 10.9 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2}\,\text{s}$

$$w_0 = \frac{5 \cdot \left(g_{0k} - u_0\right) \cdot l^4}{384 E_{cm} \cdot i_c} + \frac{p_0 \cdot |e_A| \cdot l^2}{8 E_{cm} \cdot i_c} = -0.3\,\text{mm}$$

(ii) $t \to \infty, \left(g_{0k} + g_{1k}, p_\infty\right)$: $u_\infty = 0.85 u_0 = 9.3 \dfrac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

$$w_\infty = \frac{5 \cdot \left(g_{0k} + g_{1k} - u_\infty\right) \cdot l^4}{384 \dfrac{E_{cm}}{1+\varphi} \cdot i_c} + \frac{p_\infty \cdot |e_A| \cdot l^2}{8 \dfrac{E_{cm}}{1+\varphi} \cdot i_c} = 27.0\,\text{mm}$$

$\varphi = 2$

(iii) Kurzfristige Nutzlast: $\Delta w = \dfrac{5 \cdot q_k \cdot l^4}{384 \cdot E_{cm} \cdot i_c} = 8.8\,\text{mm}$

Nachweise SIA 260, Tab.2 & Tab.3: Kategorie B $\to \psi_1 = 0.5, \quad \psi_2 = 0.3$

Quasi-ständiger Anteil der Nutzlast kriechwirksam

Funktionstüchtigkeit: $w = w_\infty + \psi_2 \cdot \Delta w \cdot (1+\varphi) + (\psi_1 - \psi_2) \cdot \Delta w = 36.7\,\text{mm} \approx \dfrac{l}{350} = 34\,\text{mm}$

$\to$ knapp nicht i.O.

Komfort: $w = \psi_1 \cdot \Delta w = 4.4\,\text{mm} < \dfrac{l}{350} = 34\,\text{mm} \to$ i.O.

Aussehen: $w = w_\infty + \psi_2 \cdot (1+\varphi) \cdot \Delta w = 34.9\,\text{mm} < \dfrac{l}{300} = 40\,\text{mm} \to$ i.O.

Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit bezüglich der Funktionstüchtigkeit ist knapp nicht erfüllt. Aufgrund der vielen Unsicherheiten bei Durchbiegungsabschätzungen wird dies hier akzeptiert.