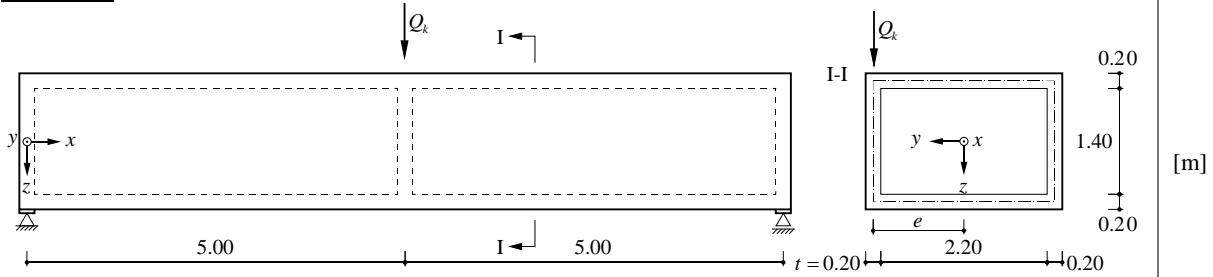


Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 1/9
Hausübung 5	Musterlösung	fm / 23.12.2020 amr / 16.11.2022

Aufgabe 1

Geometrie



Baustoffe

Beton C30/37 $f_{cd} = 20 \text{ MPa}$

Tab. 8

Betonstahl B500B $f_{sd} = 435 \text{ MPa}$
 $c_{nom} = 20 \text{ mm}$

Tab. 9

a) Bemessung

Einwirkungen:

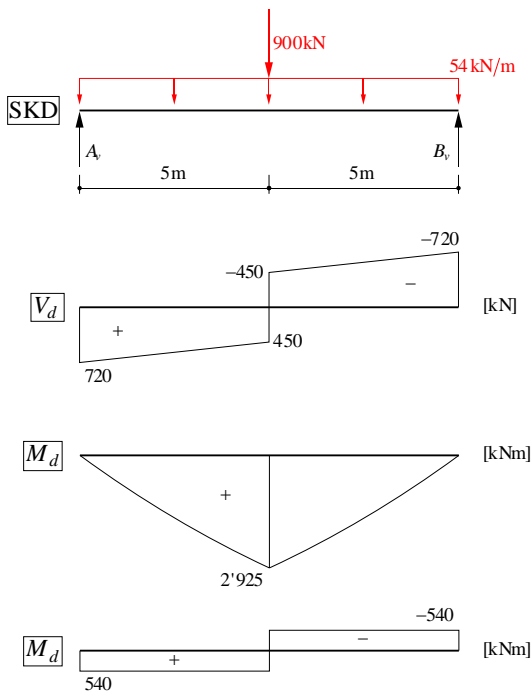
verteilttes Eigengewicht: $g_{k0} = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot (2.6\text{m} \cdot 1.8\text{m} - 2.2\text{m} \cdot 1.4\text{m}) = 40 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Einzellast: $Q_k = 600 \text{ kN}; e = 1.2 \text{ m}$

Bemessungseinwirkungen: $q_d = 1.35 \cdot 40 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 54 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
 $Q_d = 1.5 \cdot 600 \text{ kN} = 900 \text{ kN}$

SIA 261,
Tab. 28

Schnittgrößen:



$$A_v = B_v = \frac{q_d l}{2} + \frac{Q_d}{2} = 720 \text{ kN}$$

$$V_{d, \text{Mitte}} = A_v - \frac{q_d l}{2} = 450 \text{ kN}$$

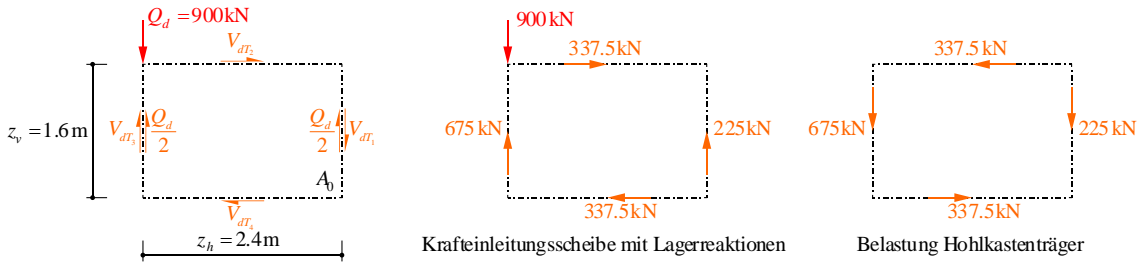
$$M_{d, \text{max}} = \frac{q_d l^2}{8} + \frac{Q_d l}{4} = 2'925 \text{ kNm}$$

$$T_{\text{Mitte}} = Q_d \cdot e = 1'080 \text{ kNm}$$

$$T_l = -T_r = \frac{Q_d \cdot e}{2} = 540 \text{ kNm}$$

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 2/9
Hausübung 5	Musterlösung	fm / 23.12.2020 amr / 16.11.2022

Bemessung der Krafteinleitungsscheibe:



SIA 262

$$A_0 = 2.4 \cdot 1.6 = 3.84 \text{ m}^2$$

Die Scheiben des Balkens bilden die Lagerung für die Krafteinleitungsscheibe. Die Lagerreaktionen entsprechen somit der Beanspruchung der Scheiben.

Horizontale Scheiben:

$$V_{dT_h} = \frac{T_{\text{Mitte}}}{2A_0} z_h = 337.5 \text{ kN} = V_{d,2} = V_{d,4}$$

4.3.5.2

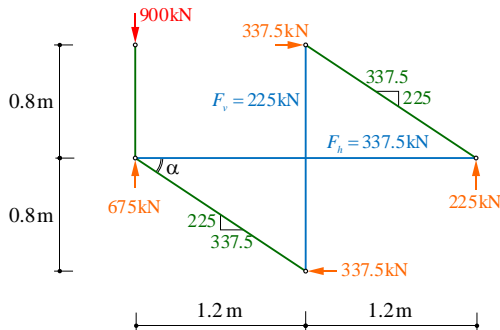
Vertikale Scheiben:

$$V_{dT_v} = \frac{T_{\text{Mitte}}}{2A_0} z_v = 225 \text{ kN}$$

$$V_{d,1} = \frac{Q_d}{2} - V_{dT_v} = 225 \text{ kN}$$

$$V_{d,3} = \frac{Q_d}{2} + V_{dT_v} = 675 \text{ kN}$$

Fachwerkmodell Krafteinleitungsscheibe:



Das Eigengewicht der Scheibe wird vernachlässigt.

Bewehrung:

$$\text{vertikal: } a_{s,erf} = \frac{F_v}{z_h \cdot f_{sd}} = 216 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{horizontal: } a_{s,erf} = \frac{F_h}{z_v \cdot f_{sd}} = 485 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Mindestbewehrung: } a_{s,min} = \rho_{min} \cdot t \cdot 1'000 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = 400 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$\rho_{min} = 0.2\%$

→ Wahl: 2xØ8@200 mit $a_s = 502 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ in horizontaler and vertikaler Richtung

Betonspannungen:

$$\alpha = \arctan(1.6/2.4) = 33.7^\circ$$

$$\sigma_c = \frac{F_v}{z_v t \sin \alpha \cos \alpha} = 1.52 \text{ MPa} \ll k_c f_{cd} = 11 \text{ MPa}$$

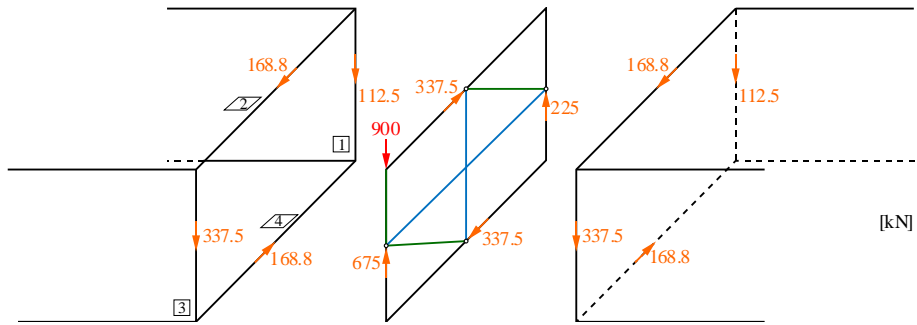
4.3.3.4.6
 $k_c = 0.55$

$$\text{Druckstrebe unter Krafteinleitung: } \sigma_c = \frac{Q_d}{t^2} = 22.5 \text{ MPa} > k_c f_{cd} = 20 \text{ MPa} \rightarrow \text{nicht i.O.}$$

$k_c = 1.0$

→ Die lokale Pressung unter der Krafteinleitung müsste noch genauer untersucht werden!

Bemessung des Hohlkastenträgers:

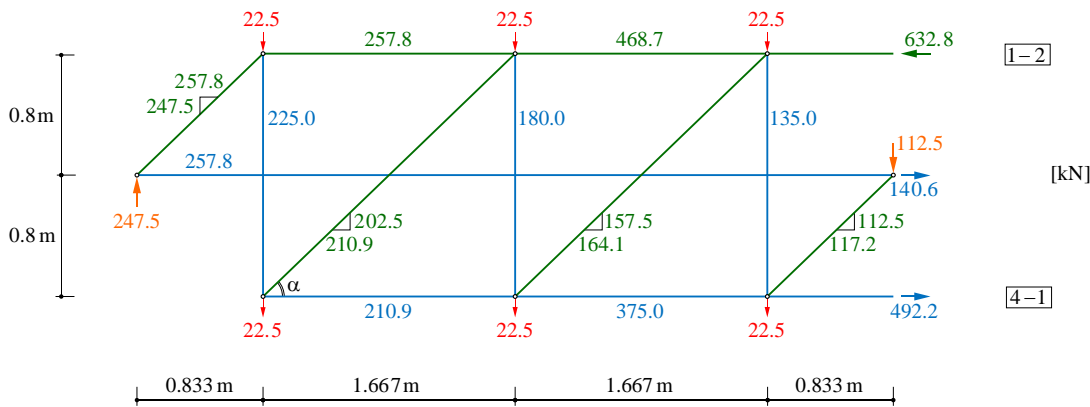


Die an die Krafteinleitungsscheibe angeschlossenen Scheiben sind symmetrisch bzgl. $x = 5\text{m}$. Hier wird nur der Teil linkerhand betrachtet.

Vertikalscheibe 1:

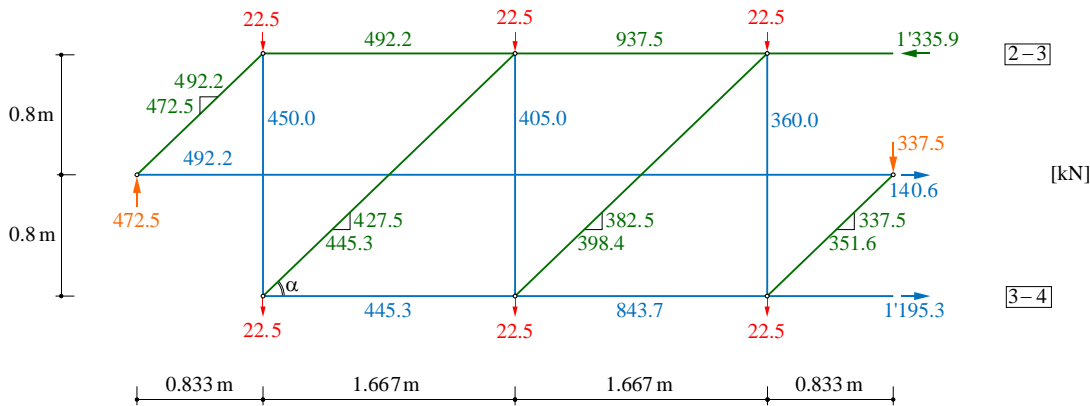
Eigengewicht je hälftig auf Ober- / Untergurt verteilt:

$$G_d = 1.667\text{ m} \cdot 54 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{4} = 22.5\text{ kN}$$



$$\alpha = \arctan\left(\frac{1.6}{1.667}\right) = 43.8^\circ$$

Vertikalscheibe 3:



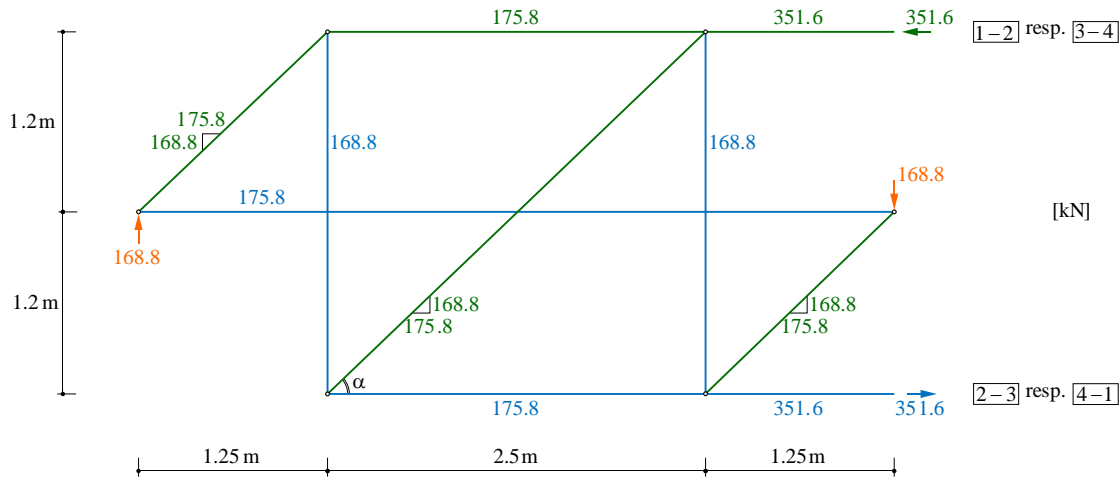
$$\alpha = \arctan\left(\frac{1.6}{1.667}\right) = 43.8^\circ$$

Moment in Feldmitte:
 $1.6 \cdot \left(492.2 + \frac{140.6}{2}\right) = 900\text{ kNm}$

Moment in Feldmitte:
 $1.6 \cdot \left(1'195.3 + \frac{140.6}{2}\right) = 2025\text{ kNm}$

Kontrolle:
 $2'025 + 900 = 2'925\text{ kNm} = M_{d,max} \rightarrow \text{i.O.}$
 $472.5 + 247.5 = 720\text{ kN} = A_y \rightarrow \text{i.O.}$

Horizontalscheiben 2 + 4:



$$\alpha = \arctan\left(\frac{2.4}{2.5}\right) = 43.8^\circ$$

Bewehrung Scheiben:

$$\text{Mindestbewehrung: } a_{s,min} = \rho_{min} \cdot t \cdot 1'000 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = 400 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\rightarrow \text{Wahl: } 2x\text{Ø}8 @ 200 \text{ mit } a_s = 2 \cdot 251 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} = 502 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \rightarrow a_s f_{sd} = 219 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$\rho_{min} = 0.2\%$

+

		[1]	[2] + [4]	[3]
Längsbe- wehrung	f_d Bewehrung	$\frac{257.8 \text{ kN}}{1.6 \text{ m}} = 161.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ 2xØ8 @ 200	$\frac{175.8 \text{ kN}}{2.4 \text{ m}} = 73.3 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ 2xØ8 @ 200	$\frac{492.2 \text{ kN}}{1.6 \text{ m}} = 307.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ 2xØ10 @ 200
Bügel	f_d Bewehrung	$\frac{225 \text{ kN}}{1.667 \text{ m}} = 135 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ 2xØ8 @ 200	$\frac{168.8 \text{ kN}}{2.5 \text{ m}} = 67.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ 2xØ8 @ 200	$\frac{450 \text{ kN}}{1.667 \text{ m}} = 270 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ 2xØ10 @ 200

Betonspannungen Scheiben:

$$\sigma_{c,max} = \sigma_{c[3]} = \frac{472.5 \text{ kN}}{t \cdot z_v \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = 2.96 \text{ MPa}$$

$$k_c \cdot f_{cd} = 11 \text{ MPa} > 2.96 \text{ MPa} \rightarrow \text{i.O.}$$

4.3.3.4.6

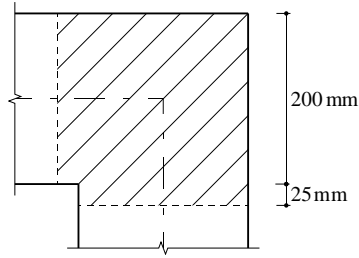
$k_c = 0.55$

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 5/9
Hausübung 5	Musterlösung	fm / 23.12.2020 amr / 16.11.2022

Gurt 1-2:

$$N_{d,1-2} = -632.8 \text{ kN} - 351.6 \text{ kN} = -984.4 \text{ kN}$$

$$\rightarrow A_{c,erf} = \frac{N_{d,1-2}}{k_c \cdot f_{cd}} = 49'220 \text{ mm}^2$$



$k_c = 1.0$

Zusätzlich zum Kreuzungsbereich der Scheiben 1 und 2 müssen je 25 mm der angrenzenden Scheiben mitwirken.

Gurt 2-3:

$$N_{d,2-3} = -1'335.9 \text{ kN} + 351.6 \text{ kN} = -984.4 \text{ kN} \rightarrow \text{siehe Gurt 1-2}$$

Gurt 3-4:

$$N_{d,3-4} = 1'195.3 \text{ kN} - 351.6 \text{ kN} = 843.7 \text{ kN}$$

$$\rightarrow A_{s,erf} = \frac{N_{d,3-4}}{f_{sd}} = 1'940 \text{ mm}^2 \rightarrow 4\text{Ø}26 \text{ mit } A_s = 2'124 \text{ mm}^2$$

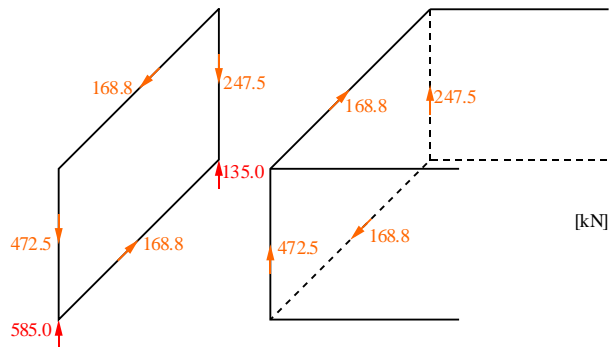
Gurt 4-1:

$$N_{d,3-4} = 492.2 \text{ kN} + 351.6 \text{ kN} = 843.8 \text{ kN} \rightarrow \text{siehe Gurt 3-4}$$

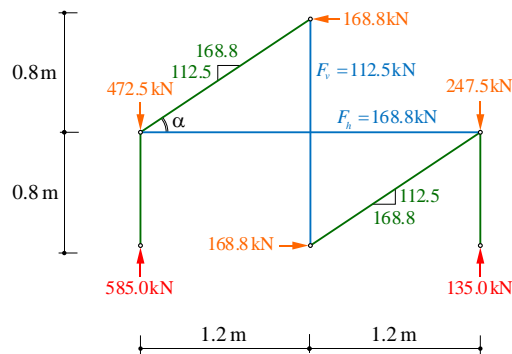
Bemessung der Endquerscheiben:

Lagerkräfte:

$$\frac{V_d \pm T_d}{2} \pm \frac{T_d}{z_h} = \begin{cases} 585.0 \text{ kN} \\ 135.0 \text{ kN} \end{cases}$$



Fachwerkmodell Endquerscheiben:



$$\text{vertikal: } a_{s,erf} = \frac{F_v}{z_h \cdot f_{sd}} = 108 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\text{horizontal: } a_{s,erf} = \frac{F_h}{z_v \cdot f_{sd}} = 243 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\rightarrow 2 \times \text{Ø}8 @ 200 \text{ mit } a_s = 502 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$\alpha = \arctan(1.6/2.4) = 33.7^\circ$$

$$\sigma_c = \frac{F_v}{z_v t \sin \alpha \cos \alpha} = 0.76 \text{ MPa} \ll k_c f_{cd} = 11 \text{ MPa}$$

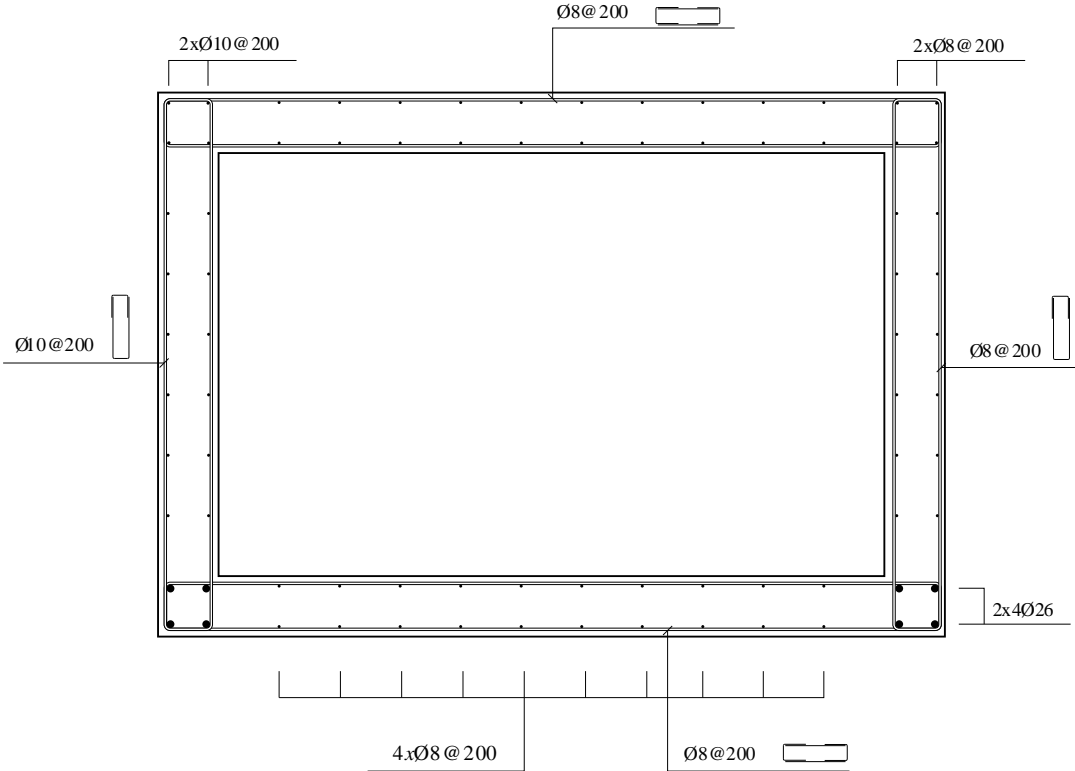
Das Eigengewicht der Scheibe wird vernachlässigt.

4.3.3.4.6
 $k_c = 0.55$

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 6/9
Hausübung 5	Musterlösung	fm / 23.12.2020 amr / 16.11.2022

b) Bewehrungsskizzen

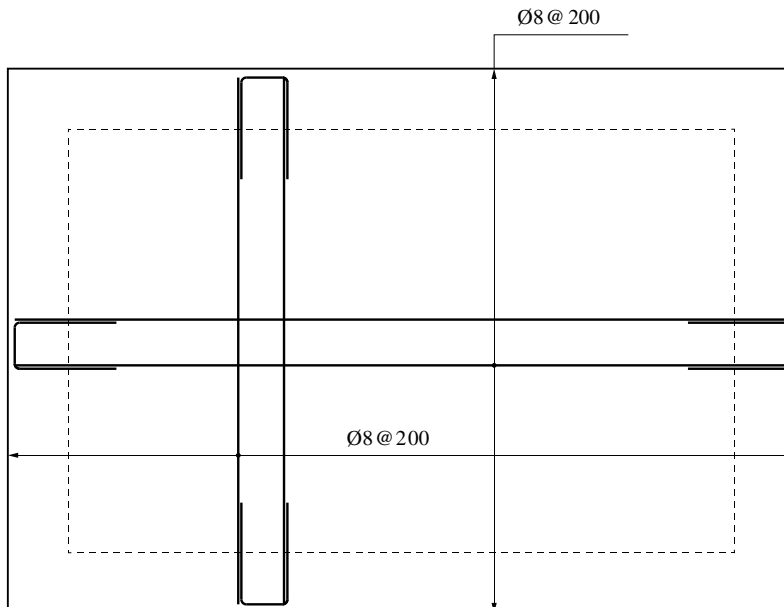
Querschnitt I-I:



1:25

Zusätzlich muss nachgewiesen werden, dass die gewählte Bewehrung ausreichend ist zum Verhindern von Sprödbbruch (Biegung). Aus Platzgründen wird dieser Nachweis hier nicht explizit geführt.

Querschnitt Krafteinleitungsscheibe und Endquerscheiben:



1:25

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 7/9
Hausübung 5	Musterlösung	fm / 23.12.2020 amr / 16.11.2022

Aufgabe 2

a) Horizontalscheibe eines Hohlkastenträgers mit konstantem Torsionsmoment

Durch die Torsionseinwirkung von $2T$ in der Mitte des Hohlkastenträgers erfährt dieser beidseitig eine konstante Beanspruchung von $\pm T$.

Als indirekte Lagerung bezeichnet man die gleichmässige Einleitung der Kräfte aus einem Element in ein anderes Element. Im vorliegenden Beispiel wird eine Schubkraft V über eine Länge $2a$ verteilt von der Endquerscheibe in die obere Scheibe des Kastenträgers eingeleitet.

$$V = \frac{T}{2A_0} z = \frac{T}{2 \cdot 2a \cdot a} \cdot 2a = \frac{T}{2a}$$

Dies entspricht einem Schubfluss $\frac{T}{4a^2}$.

Im Fachwerkmodell wird der Schubfluss durch eine Einzelkraft im Schwerpunkt dargestellt. Entlang der Scheibenränder entsteht aus Gleichgewicht ein Schubfluss, welcher bei reiner Torsion durch die Schubflüsse der angrenzenden Scheiben ausgeglichen wird.

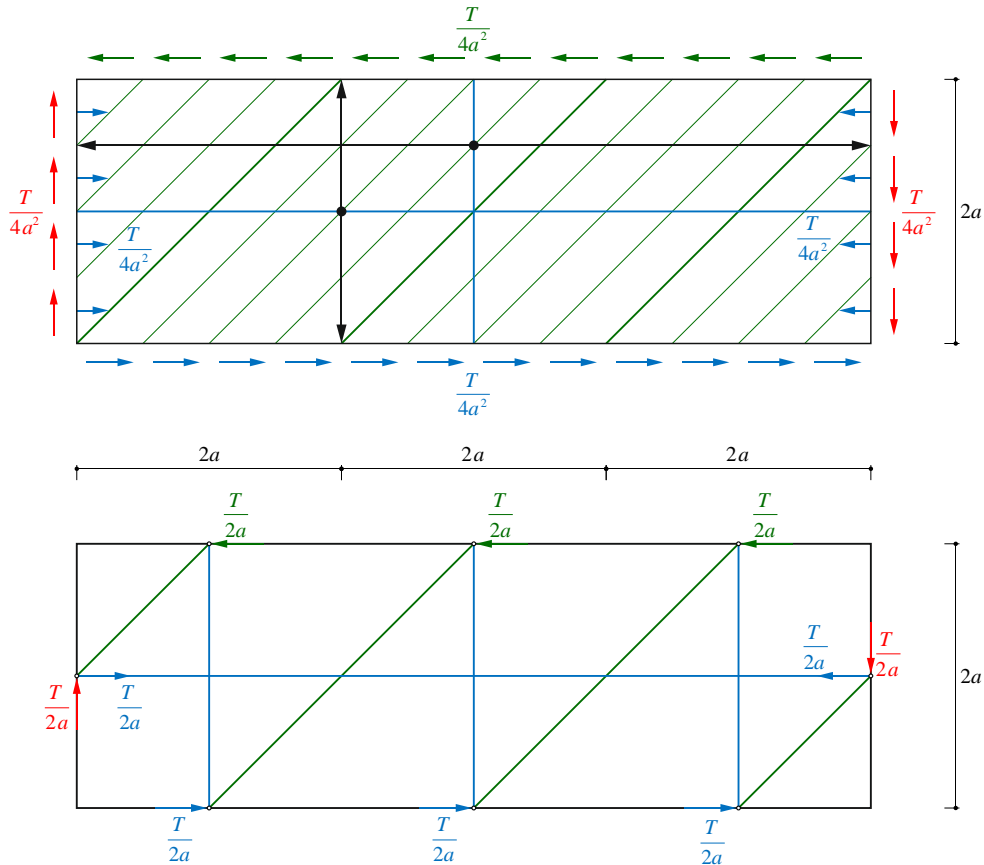


Abb. 1: Obere Scheibe des Kastenträgers im Fall indirekter Lagerung

Als direkte Lagerung wird die konzentrierte Einleitung von Kräften aus einem Element in ein anderes Element bezeichnet. Im betrachteten Beispiel wird eine Einzellast V vom Endquerträger in die obere Scheibe des Hohlkastens eingeleitet. Die Kräfteinleitung findet in der Ecke der Scheibe statt und die Kraft wird über einen Fächer in der Scheibe verteilt. Wie im Fall der indirekten Lagerung entsteht auch hier ein Schubfluss entlang der Scheibenränder, welcher in den Gurten durch die angrenzenden Scheiben teilweise kompensiert wird.

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 8/9
Hausübung 5	Musterlösung	fm / 23.12.2020 amr / 16.11.2022

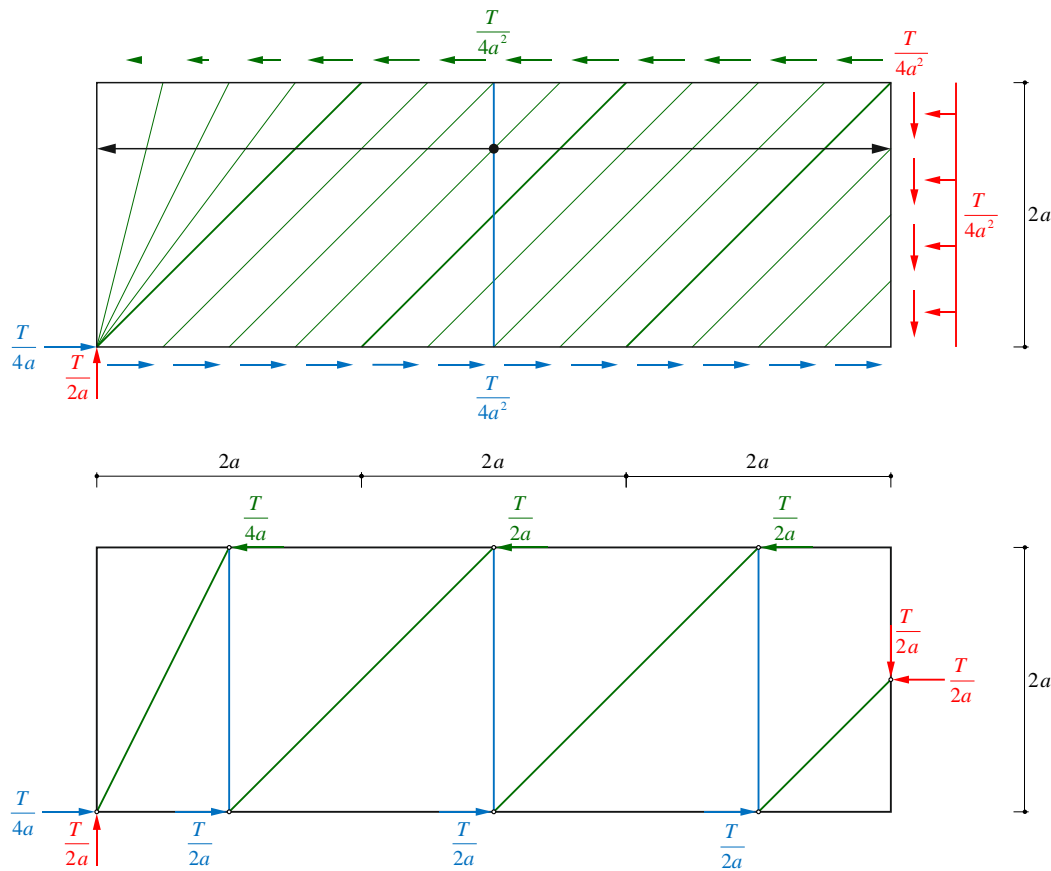


Abb. 2: Obere Scheibe des Kastenträgers im Fall direkter Lagerung

In beiden Fällen ist eine Bügelbewehrung zur Aufnahme der Schubkräfte nötig.

Bei indirekter Lagerung wird zusätzlich über die gesamte Höhe der Scheibe eine Längsbewehrung benötigt, welche die verteilte Längszugkraft $T/4a^2$ aufnimmt. Dazu kann zum Beispiel die ohnehin vorhandene konstruktive Längsbewehrung ausgenutzt werden.

Bei direkter Lagerung kann die konstruktive Längsbewehrung nicht ausgenutzt werden. Eine zusätzliche Längskraft aus der Lasteinleitung in der Scheibenecke wird in die Gurte übertragen und muss dort durch konzentrierte Bewehrung aufgenommen werden. Dies kann unter Umständen zu engen Platzverhältnissen in den Gurten führen.

Ergänzende Bemerkung:

Im Fall direkter Lagerung ist ebenfalls zusätzliche konzentrierte Bewehrung in der Endquerscheibe nötig.

b) Funktion der Endquerträger

Der Endquerträger dient dazu, das Torsionsmoment im Hohlkastenträger in die Auflager einzuleiten. Aus Umlauf torsion ergeben sich vier Kräfte an den Scheibenrändern, jeweils in Richtung der Scheibe. Der Träger besitzt pro Seite nur zwei einfache Lager, welche nur vertikale Kräfte aufnehmen können. Die horizontalen Kräfte an den Scheibenrändern können nicht direkt aufgenommen werden. Mit einer Endquerscheibe, welche sich im Zustand reinen Schubes befindet, können die horizontalen Kräfte über ein diagonales Schubfeld in die Auflager geleitet werden. Dazu ist eine horizontale und eine vertikale Bewehrung im Endquerträger nötig.

Falls kein Endquerträger eingesetzt werden soll, müssen zusätzlich zwei Auflager vorgesehen werden, welche horizontale Reaktionen aufnehmen können. Diese sind auf Höhe der unteren und oberen Scheiben des Trägers anzuordnen.

Autogr. 3.5
Seite 12

Autogr. 3.5
Seite 11

Autogr. 3.5
Seite 11

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 9/9
Hausübung 5	Musterlösung	fm / 23.12.2020 amr / 16.11.2022
<p>c) <u>Vergleich der Scheibe aus Frage 2a) mit der Applikation Fachwerkmodelle – Einfacher Balken</u></p> <p>Die Scheibe aus Frage 2a) erfährt im Gegensatz zur Scheibe aus der App keine Belastung quer zur Trägerachse. Die Bügelkräfte, Gurtkräfte und die Kräfte in den parallelen Druckfeldern sind in der Scheibe des Kastenträgers daher konstant. Im Steg des einfachen Balkens nehmen die Bügelkräfte und die Kräfte in den Druckfeldern zur Mitte hin ab, da dort die geringere Querkraft herrscht. Die Gurtkräfte nehmen aufgrund des höheren Momentes gegen Mitte des Trägers zu.</p> <p>In beiden Fällen werden Einzelkräfte über Fächer in der Scheibe verteilt und über parallele Druckfelder weitergeleitet. Zugkräfte werden durch eine Bügelbewehrung aufgenommen und Längszugkräfte durch eine konzentrierte Längsbewehrung.</p> <p>Die Formeln (43) und (45) der SIA 262 sind auf Träger mit einer Bügelbewehrung anwendbar. Nachweis (43) kann aus der Bedingung hergeleitet werden, dass die Fliesszugkraft der Bewehrung im Parallelfeld nicht überschritten wird. Nachweis (45) enthält die Bedingung, dass die Hauptdruckspannung im Parallelfeld nicht grösser als die abgeminderte Betondruckfestigkeit ist. Da in beiden Scheiben ein Spannungsfeld mit Parallelfeldern entwickelt werden kann, können Formeln (43) und (45) für den Schubwiderstand angewendet werden. Die Formeln sind unabhängig davon, ob die Schubeinwirkung durch Torsion oder durch Biegung erzeugt wird.</p>		<p>Autogr. 3.4 Seite 17</p>