

2 Materialverhalten

Beton, Bewehrung und Verbund

Verhalten von Beton auf Zug

Direkter Zugversuch (a) : heikel, vor allem Exzentrizitäten kritisch

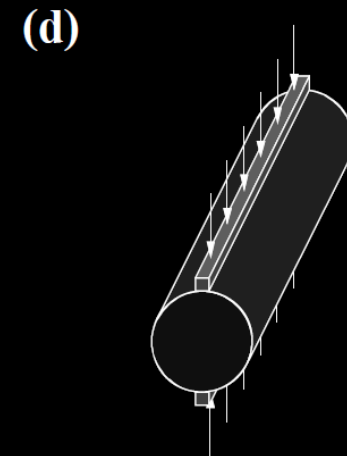
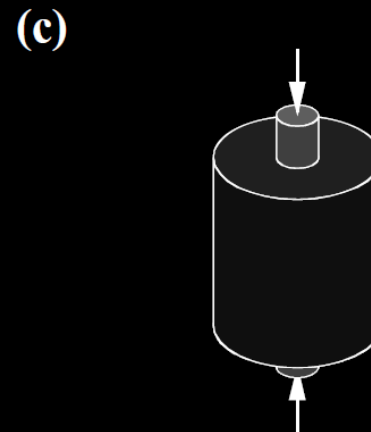
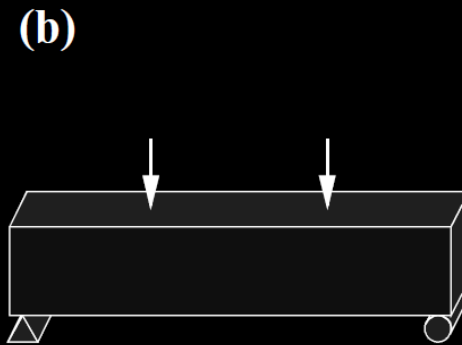
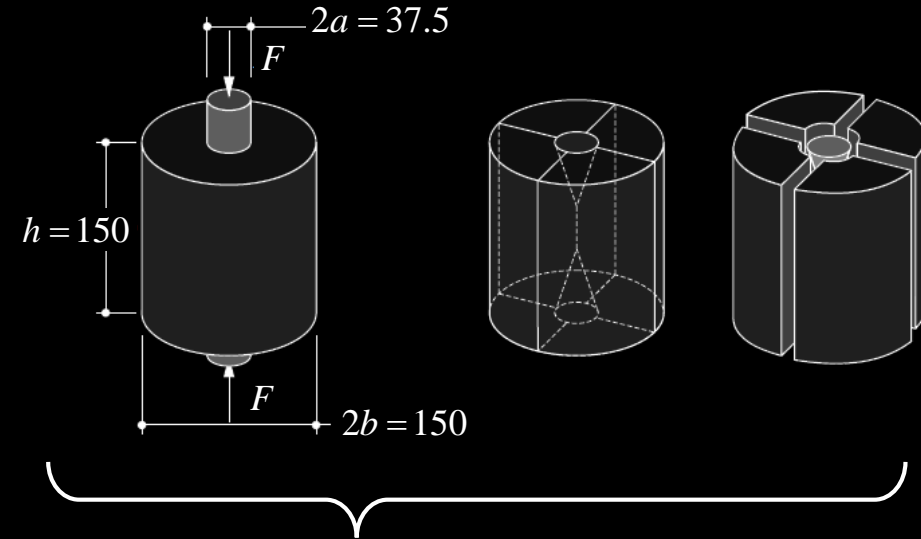
→ indirekte Versuche üblich:

(b) Biegezugversuch

(c) **Stempelversuch** (Streuung klein)

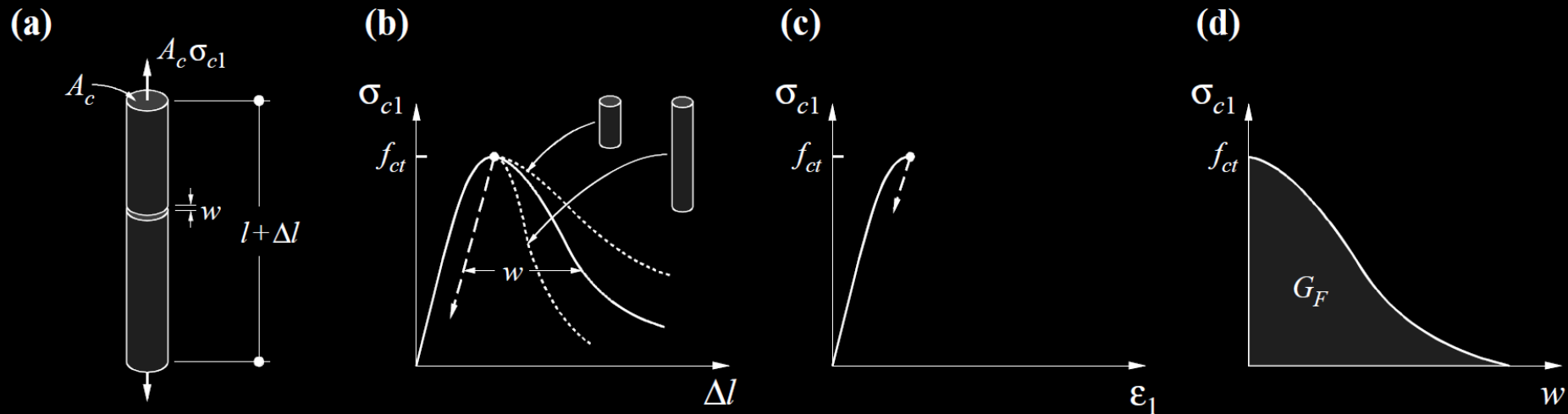
(d) Spaltzugversuch

Sprödes Bruchverhalten



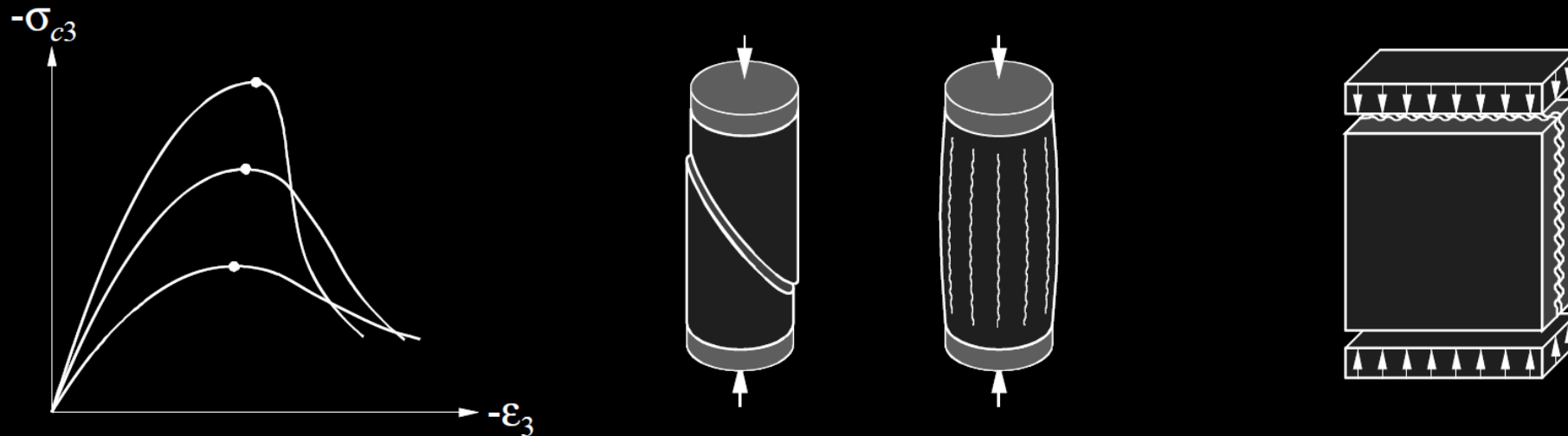
Verhalten von Beton auf Zug

- Geringe Festigkeit $f_{ct} \cong 0.3f_c^{2/3}$ (normale Betone: ca. 10% der Druckfestigkeit f_c)
- Sehr sprödes Verhalten, grosse Streuung, Massstabeffekt (lange Prüfkörper spröder), Risse infolge diverser Ursachen möglich
- Zugfestigkeit des Betons wird bei der Bemessung daher vernachlässigt (indirekt doch angesetzt, insbesondere für Verbund Beton-Bewehrung nötig)
- Bruchmechanik: Bruchenergie G_F als Materialkennwert erklärt Massstabeffekt (z.B. fictitious crack model / crack band model)



Verhalten von Beton auf Druck

- Verhalten bei einachsigem Druck spröd, aber weniger ausgeprägt als auf Zug
- Druckfestigkeit f_c wird bei $\varepsilon_{c0} \cong 2\text{‰}$ erreicht, höherfeste Betone spröder
- Massstabeffekt (lange Prüfkörper sind spröder)
- Zylinderdruckversuch: normale Betone Gleitbruch, höherfeste Betone und scheibenförmige Bauteile eher laminares Aufspalten
- Festigkeitsreduktion bei langer Einwirkungsdauer resp. langsamerer Belastung
- In Schweiz eher moderate Druckfestigkeiten üblich ($f_{ck} = 25 \dots 30 \text{ MPa}$), international teilweise deutlich höher (z.B. Skandinavien)



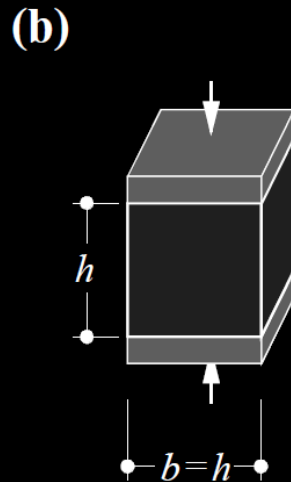
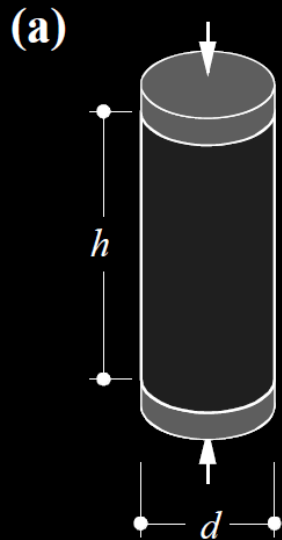
Verhalten von Beton auf Druck

(a) Zylinderdruckversuch → f_c (Stirnflächen müssen geschliffen werden)

(b) Würfeldruckversuch → $f_{c,cube}$ (einfacher, da geschaltete Oberflächen)

(c) Einfluss von Form und Grösse der Prüfkörper beachten

- Querbehinderung durch Lasteinleitplatten bei Zylinder kleiner, daher $f_{c,cube} > f_c$
- Massstabeffekt: Festigkeit geometrisch ähnlicher Prüfkörper nimmt mit Grösse ab, lange Versuchskörper spröder als kurze (analog Verhalten auf Zug)

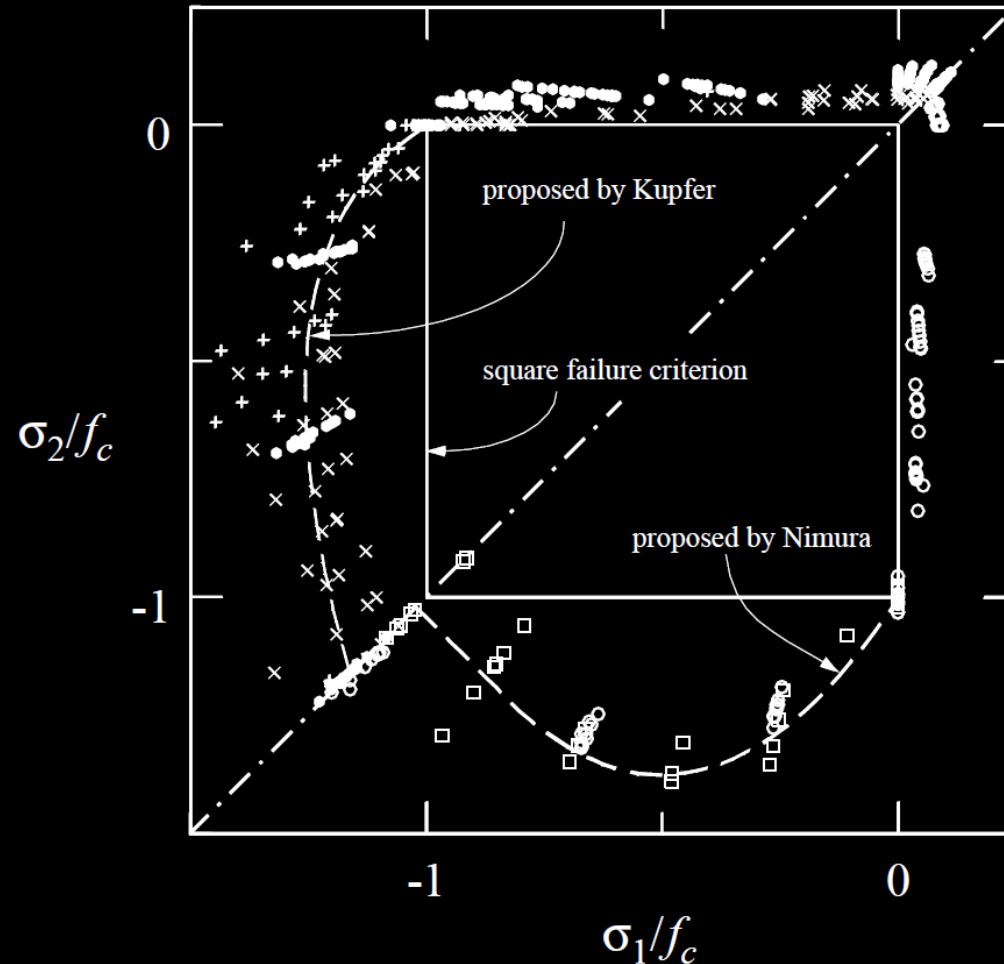


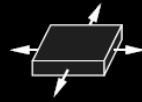
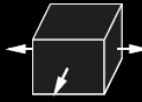
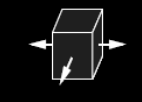
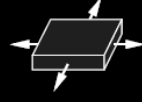
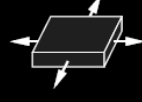
(c)

Cylinder 150·300 mm	Cube 100·100 mm	Cube 150·150 mm	Cube 200·200 mm
f'_c [MPa]	f_{cc}/f'_c	f_{cc}/f'_c	f_{cc}/f'_c
50...100	1.22	1.20	1.15
50	1.33		
75	1.30		
100	1.20		

Verhalten von Beton auf Druck

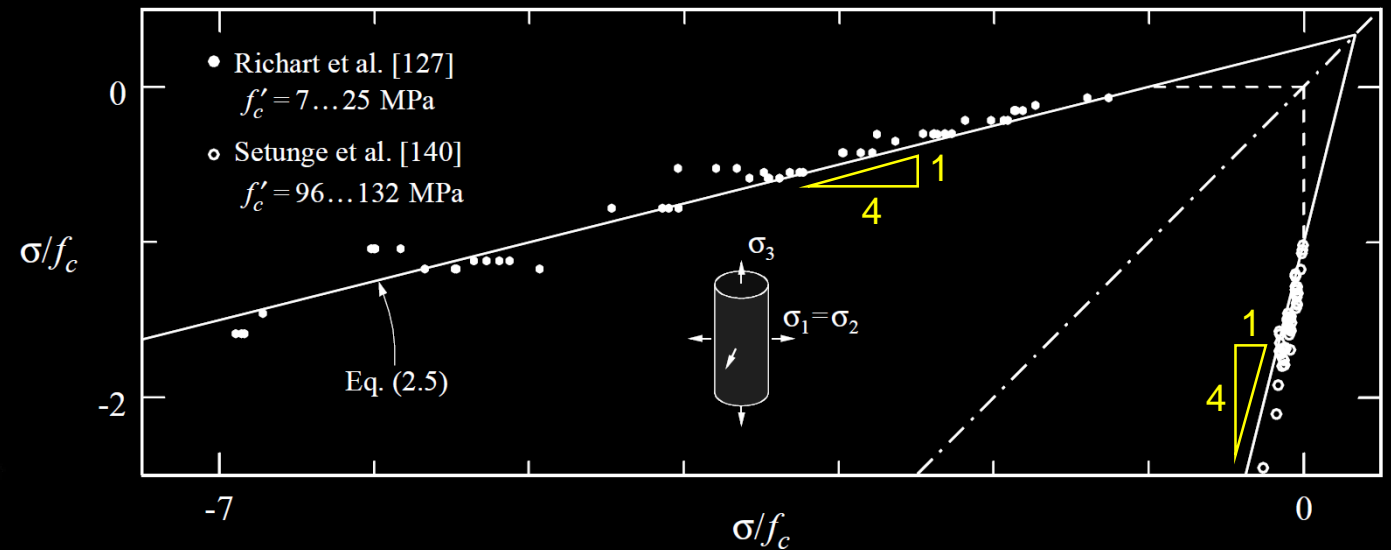
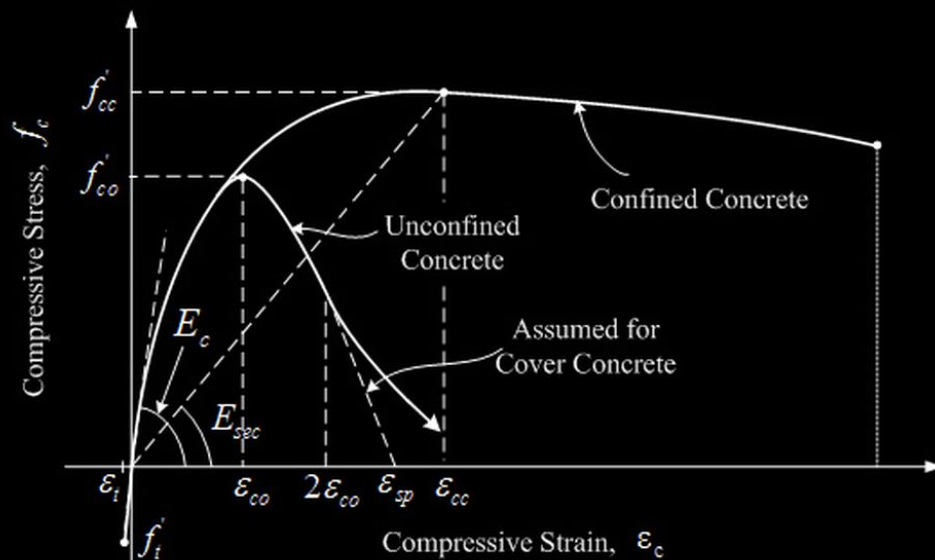
- Druckfestigkeit durch zweiachsige Beanspruchung (Druck) moderat erhöht



- Kupfer [73]
 $f'_c = 19 \dots 31$ MPa  200·200·50 mm
- × Nelissen [111]
 $f'_c = 25$ MPa  180·180·130 mm
- + van Mier [153]
 $f'_c = 47$ MPa  100·100·100 mm
- Kupfer [73]
 $f'_c = 60$ MPa  200·200·50 mm
- Nimura [114]
 $f'_c = 62 \dots 72$ MPa  200·200·50 mm

Verhalten von Beton auf Druck

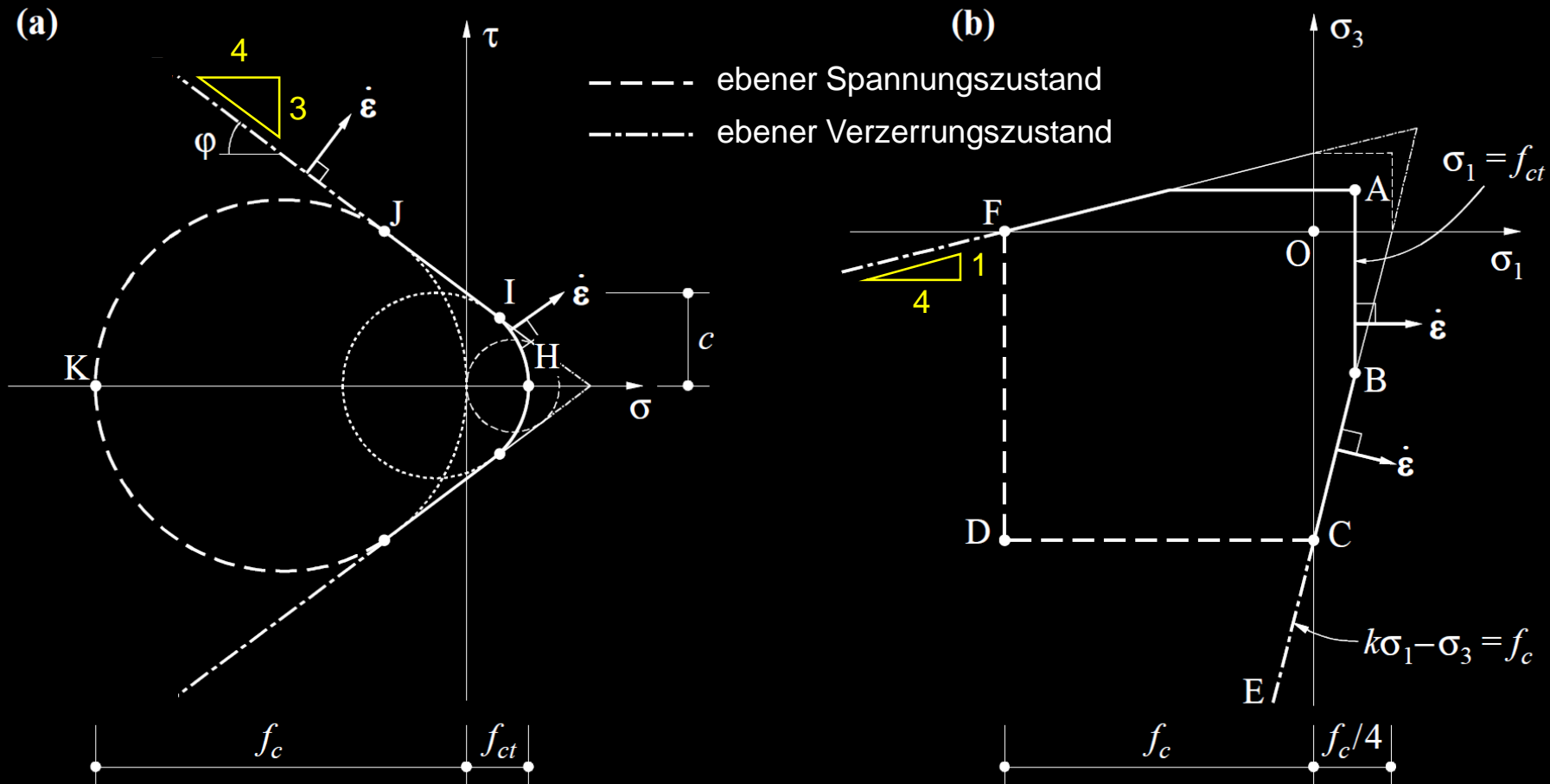
- Druckfestigkeit wird durch dreiaxiale Beanspruchung stark erhöht
 - Näherungsweise gilt $f_{c3} \cong f_c - 4\sigma_{c1}$ (mit $\sigma_{c3} \leq \sigma_{c1} = \sigma_{c2}$)
 - Querbewehrung wirkt wie Querdruk (wirksamer als Längsbewehrung !)
- (Vorzeichen: Druckfestigkeit positiv, Druckspannung negativ)



Verhalten von Beton auf Druck

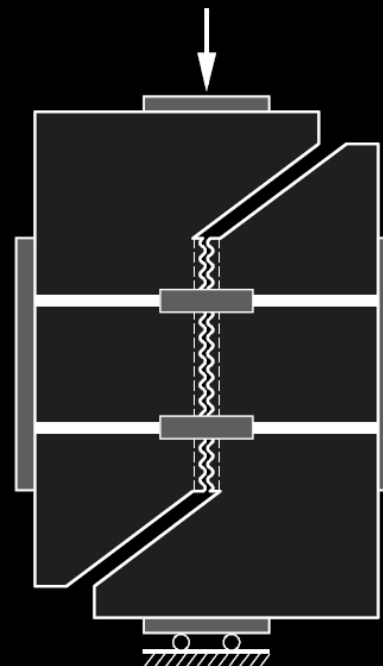
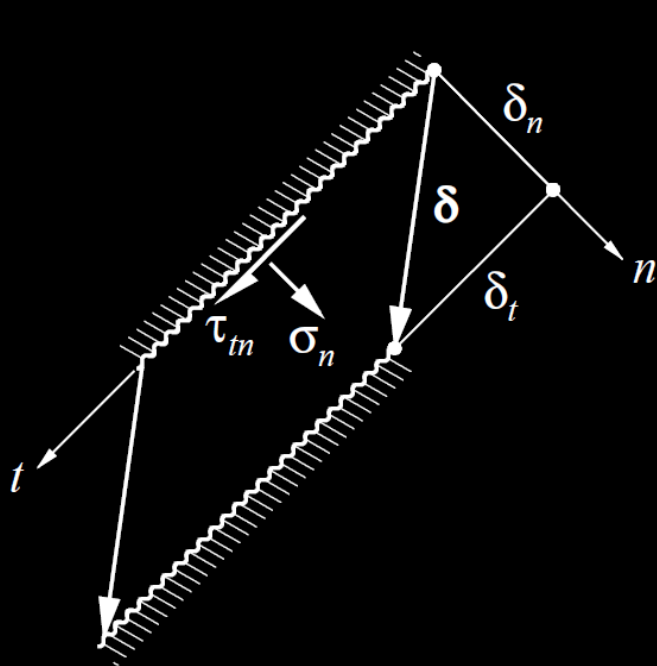
Modifizierte Fließbedingung von Coulomb

Normaler Beton: $\tan\varphi = 0.75 \rightarrow c = f_c/4, \varphi = \text{ca. } 37^\circ$



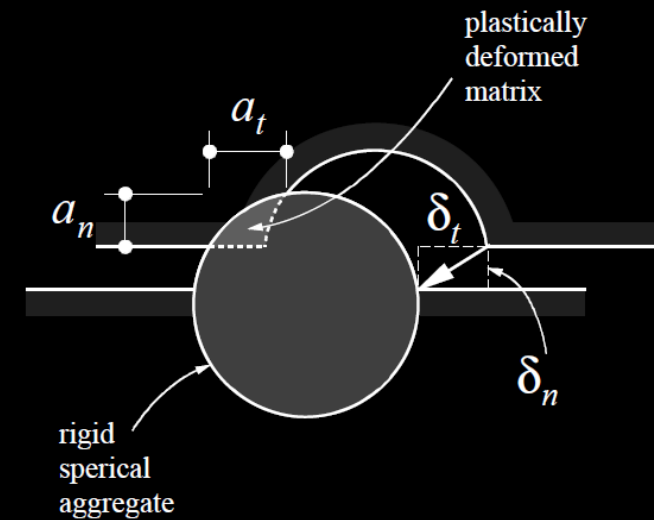
Rissverzahnung des Betons («aggregate interlock»)

- Für Bemessung nicht verwendet, eigentlich wird die Übertragung von Kräften über Risse (aus früheren Beanspruchungen) aber von vielen Bemessungs-Modellen implizit vorausgesetzt
- Verhalten (und Versuche) komplex, kleinste Verschiebungen, grosse Streuung
- Modell von Walraven (1981) auch heute noch aktuell
(starre Zuschlagskörner, plastische Zementmatrix mit Festigkeit f_{my} , wobei (A_n, A_t) von (δ_n, δ_t) abhängen)



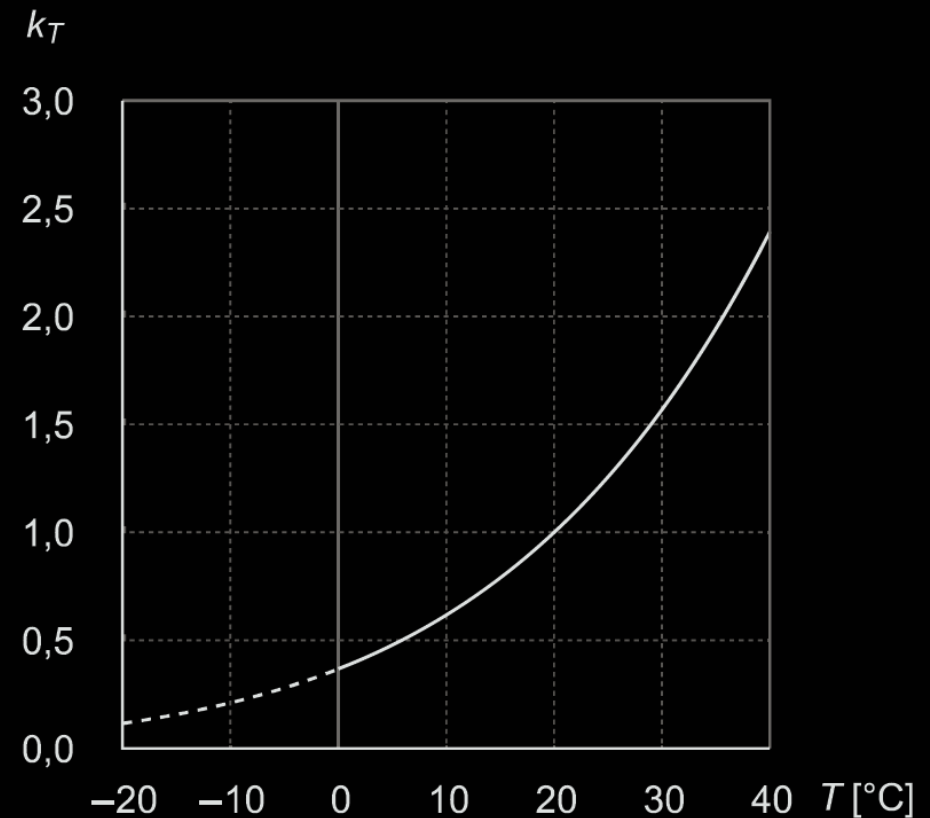
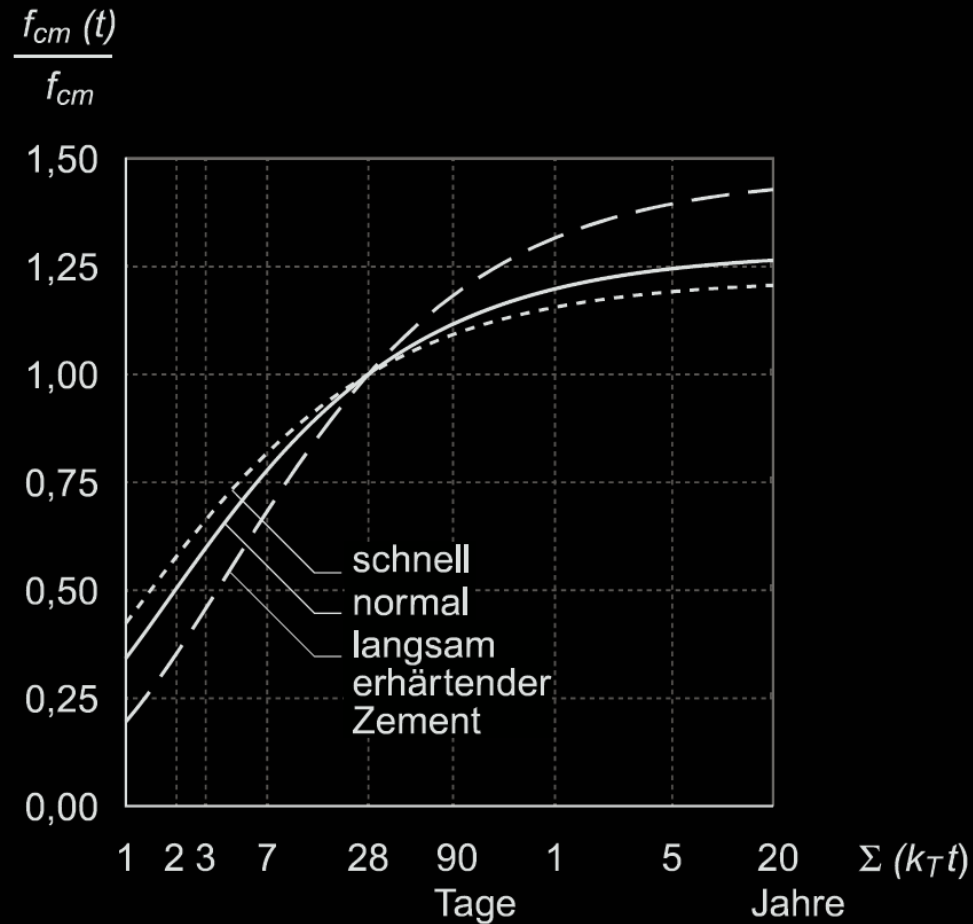
$$\sigma_n = \sigma_n(\delta_n, \delta_t) = f_{my}(A_t - \mu A_n)$$

$$\tau_{tn} = \tau_{tn}(\delta_n, \delta_t) = f_{my}(A_n + \mu A_t)$$



Zeitabhängiges Verhalten von Beton

- Druckfestigkeitszunahme über > 20 Jahre, abhängig von Temperatur
- Bezugswert üblicherweise: 28 Tage / 20°C

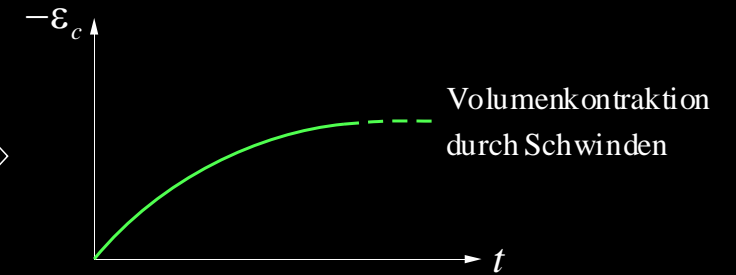
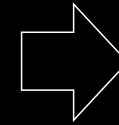
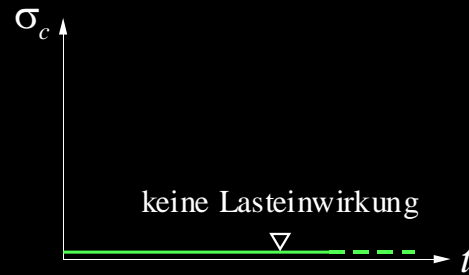


Zeitabhängiges Verhalten von Beton

Schwinden

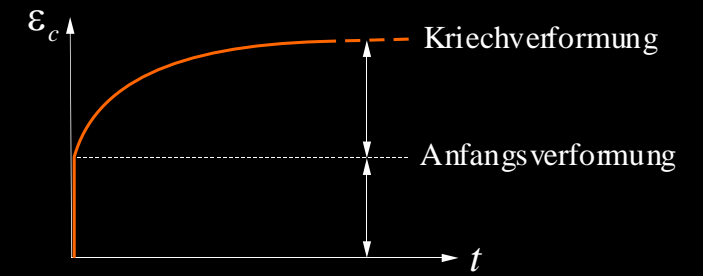
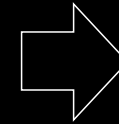
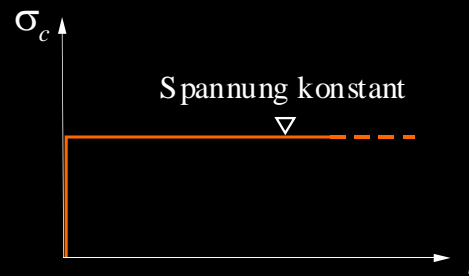
Volumenkontraktion ohne Lasteinwirkung

(Darstellung für freie = unbehinderte Verformungen
→ keine Zwängungen)



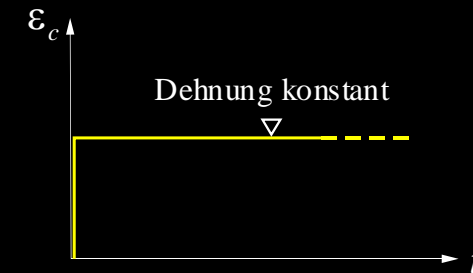
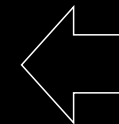
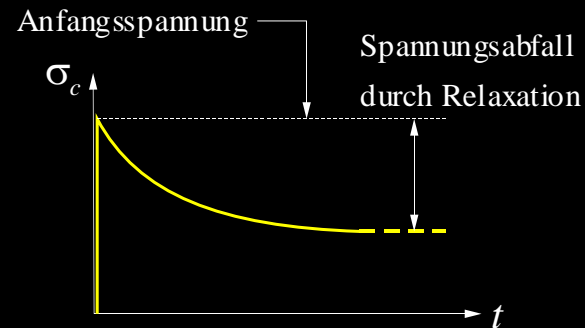
Kriechen

Zunahme der Verformungen unter konstanter Spannung



Relaxation

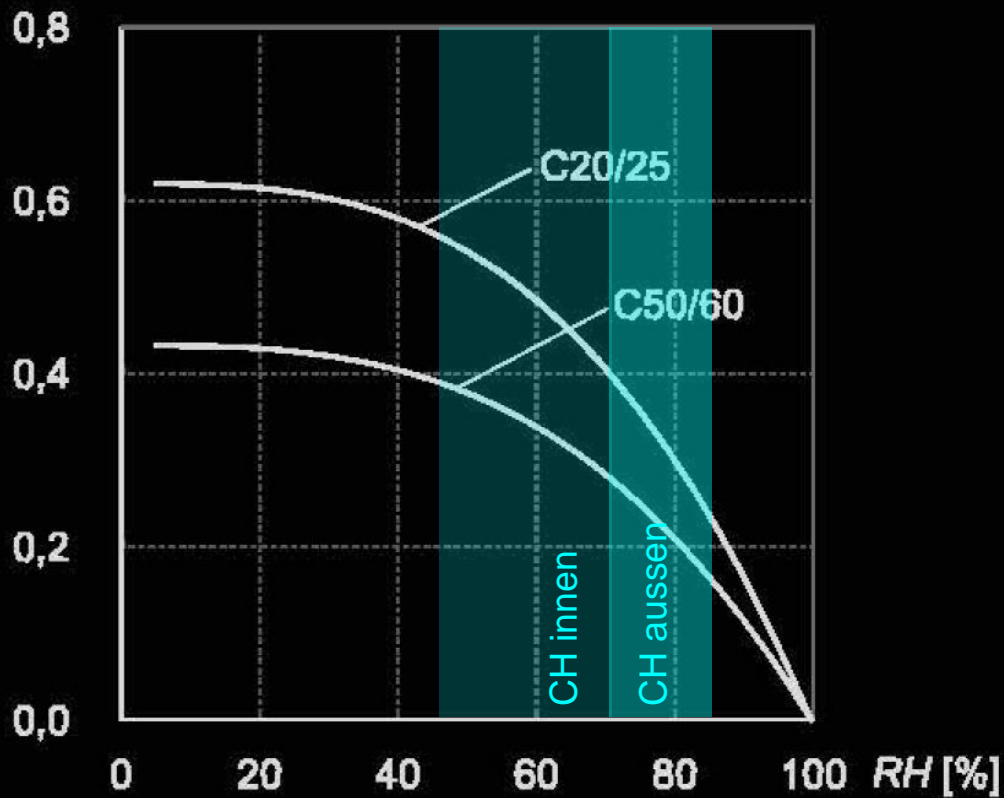
Abfall der Spannungen unter konstanter Dehnung



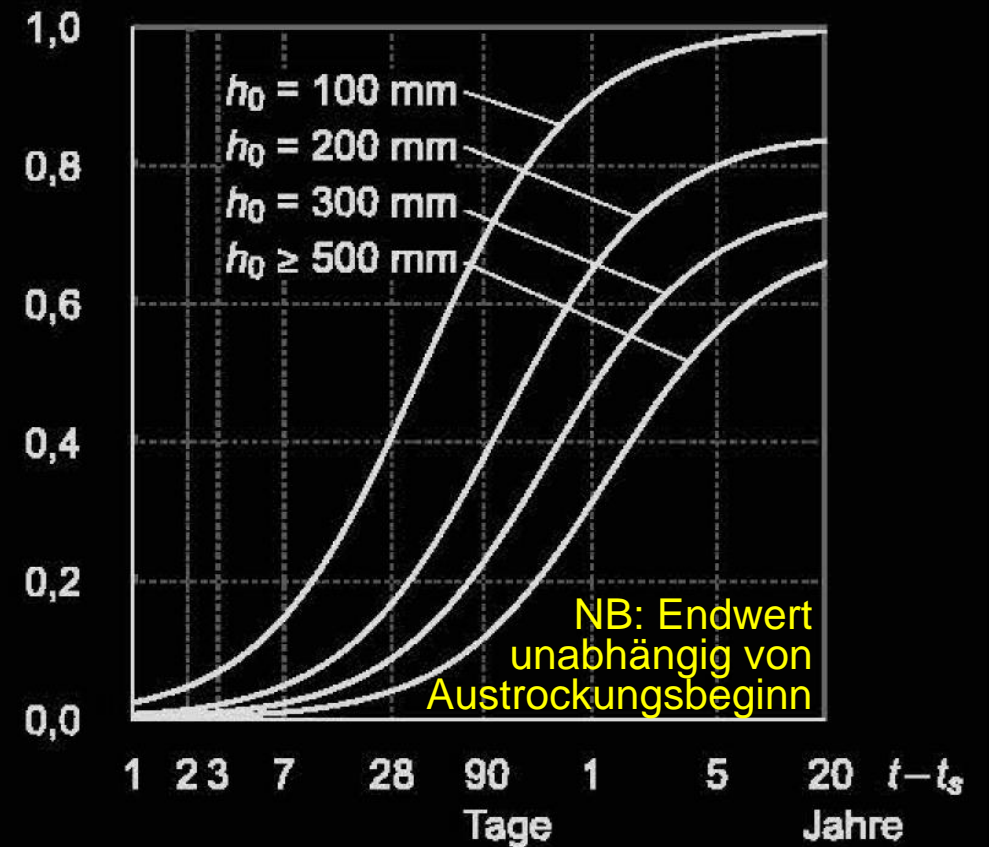
Zeitabhängiges Verhalten von Beton

Trockenschwinden ϵ_{cd}
(nach SIA 262)

Trockenschwindmass $\epsilon_{cd\infty}$ [‰]



Zeitverlauf $\epsilon_{cd}(t) / \epsilon_{cd\infty}$



Zeitabhängiges Verhalten von Beton

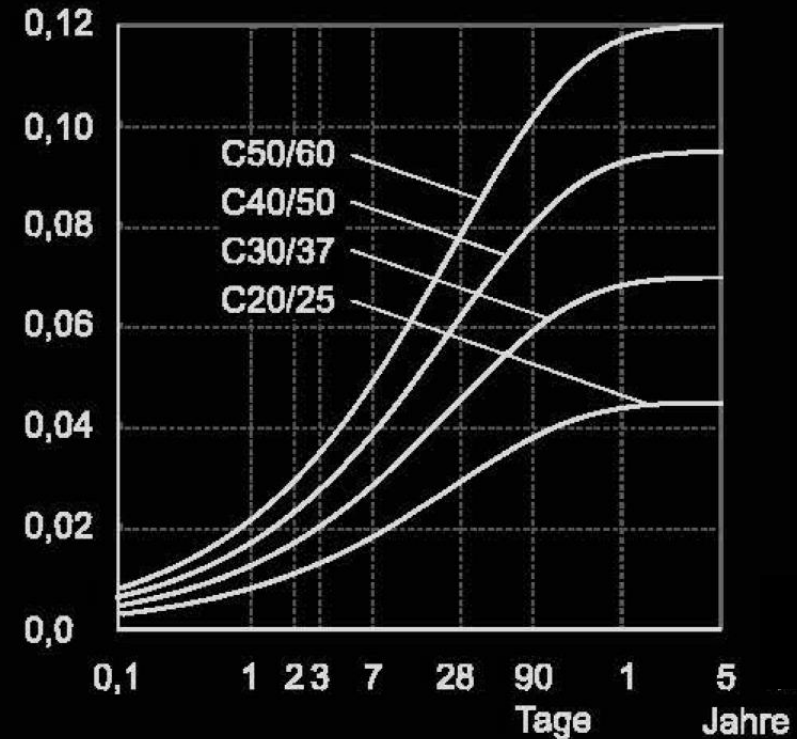
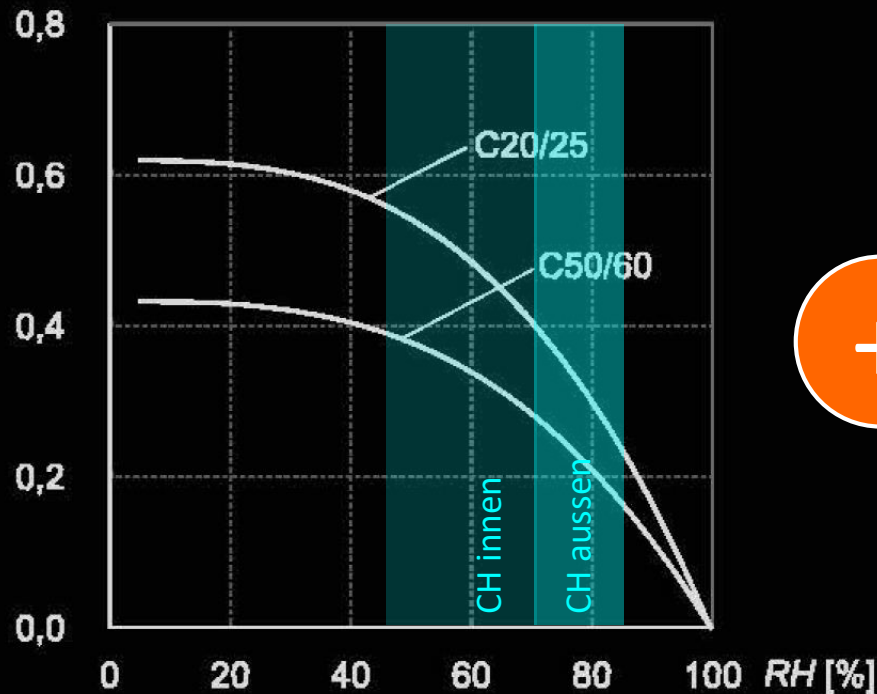
Trockenschwinden ε_{cd}

Autogenes Schwinden ε_{ca} (nach SIA 262)

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd(t)} + \varepsilon_{ca}(t)$$

Trockenschwindmass $\varepsilon_{cd\infty}$ [‰]

Zeitverlauf und Schwindmass $\varepsilon_{ca}(t)$ [‰]



Zeitabhängiges Verhalten von Beton

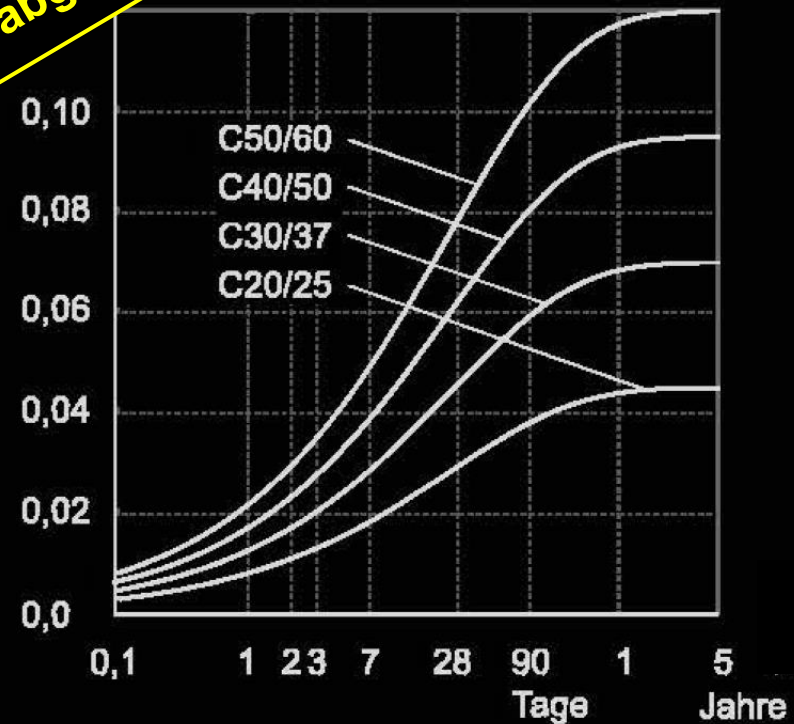
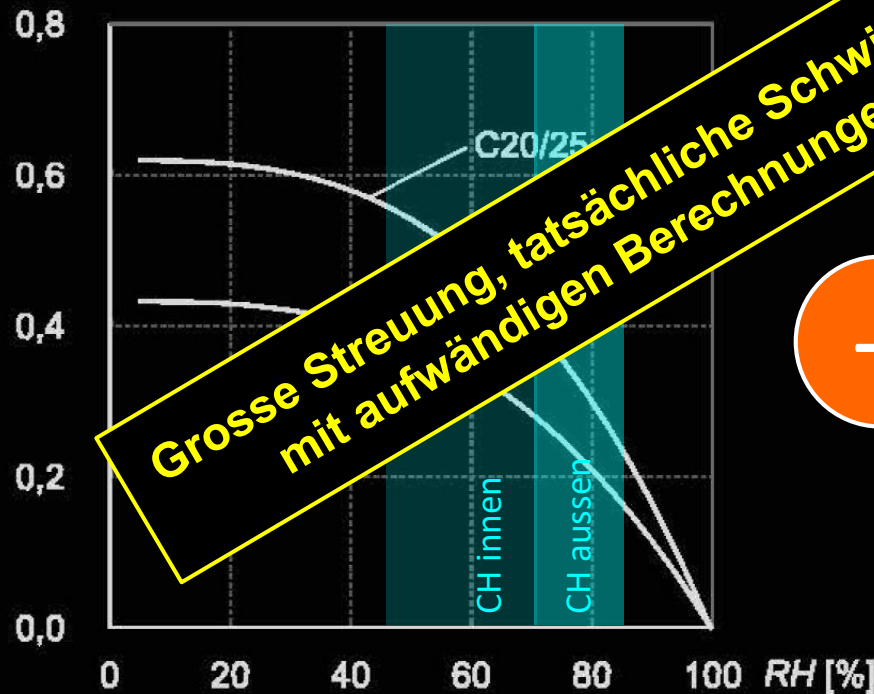
Trockenschwinden ε_{cd}

Autogenes Schwinden (nach SIA 262)

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd(t)} + \varepsilon_{ca}(t)$$

Trockenschwindmass $\varepsilon_{cd\infty}$ [‰]

Schwindmass $\varepsilon_{ca}(t)$ [‰]



Grosse Streuung, tatsächliche Schwindverformungen können auch mit aufwändigen Berechnungen nur abgeschätzt werden!



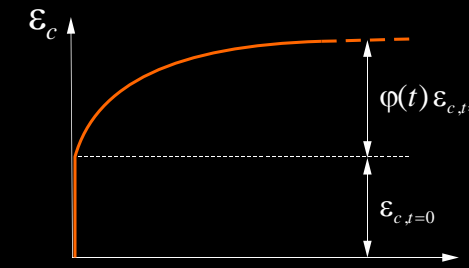
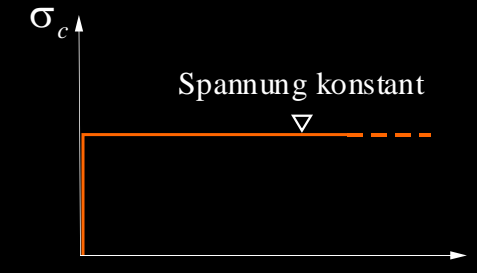
Zeitabhängiges Verhalten von Beton

Kriechen

- Zunahme der Verformung bei konstanter Spannung

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c,t=0} (1 + \varphi(t))$$

- Normalfall: $\varphi_{t=\infty} \cong 1.5 \dots 2.5$, d.h. Zunahme der Verformungen um Faktor 2.5...3.5
- Analoges Verhalten auf Zug (ungerissener Beton)



Zeitabhängiges Verhalten von Beton

Relaxation (\approx Kriechen bei $\varepsilon = \text{const.}$)

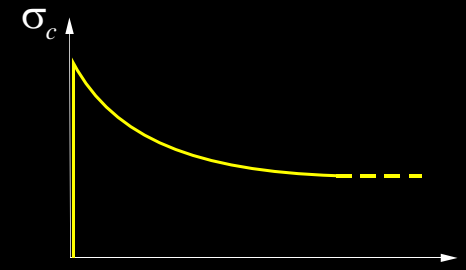
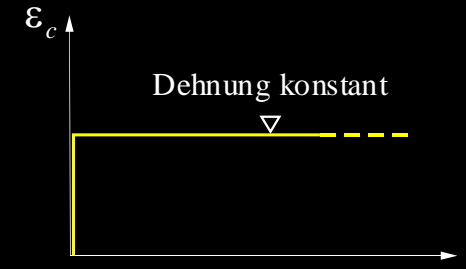
- Abnahme der Spannung bei konstanter Verformung
- Grobe Näherung (fikt. E-Modul):

$$\sigma_c(t) = \sigma_{c,t=0} \frac{1}{1 + \varphi}$$

- Bessere Näherung (nach Trost):

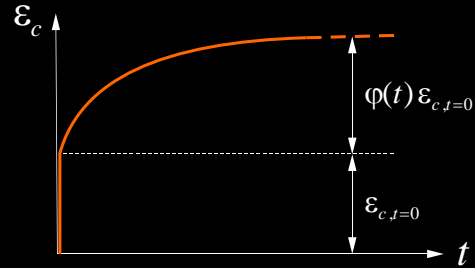
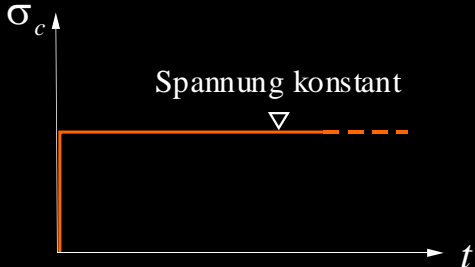
$$\sigma_c(t) = \sigma_{c,t=0} \left(1 - \frac{\varphi(t)}{1 + \mu\varphi} \right)$$

- Normalfall: $\varphi_{t=\infty} \cong 1.5 \dots 2.5$, $\mu = \text{ca. } 0.75$, d.h. Abbau der initialen Spannung auf ca. 25%
- Abbau bei langsamer aufgezwungener Verformung weniger stark (auf ca. 40%)

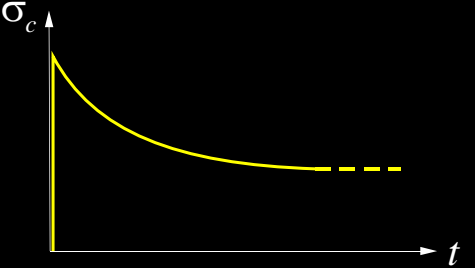
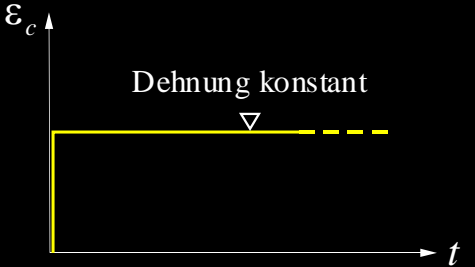


Zeitabhängiges Verhalten von Beton

Kriechen



Relaxation



Zeitabhängiges Verhalten von Beton

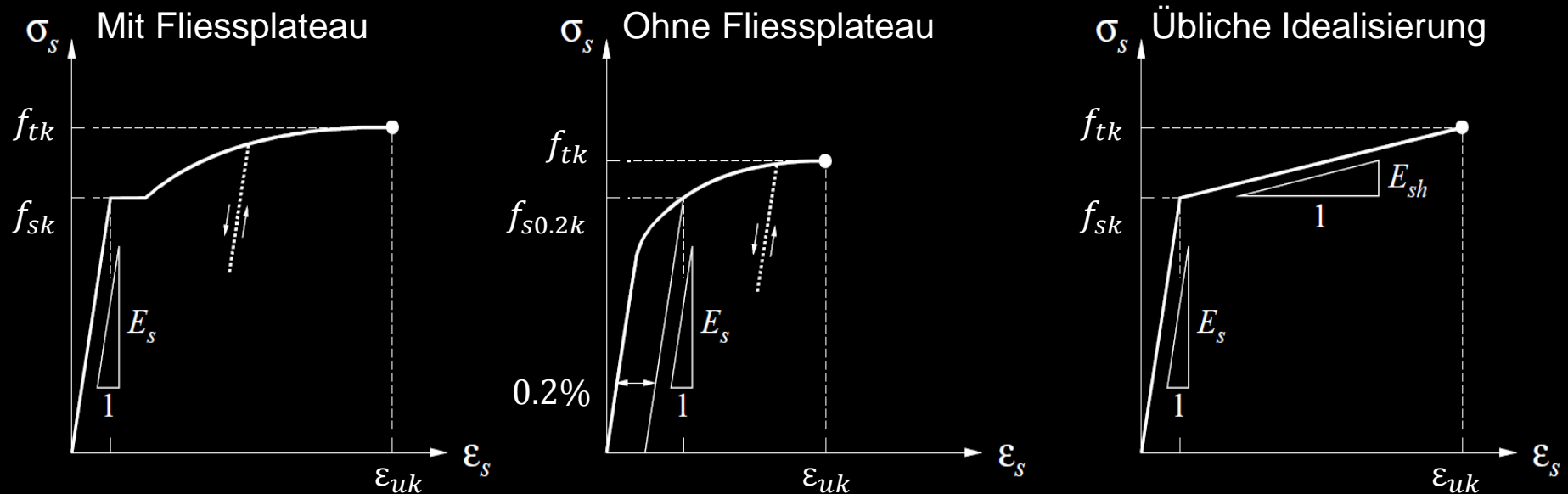
Parameter	Einfluss auf die Schwinddehnungen	Einfluss auf die Kriechzahl
Bauteilabmessung (mittlere Bauteilstärke resp. spezifische Oberfläche)	wesentlich schnellerer Verlauf bei dünnen Bauteilen	etwas schnellerer Verlauf bei dünnen Bauteilen
Relative Luftfeuchtigkeit	kleinere Werte bei grösserer Luftfeuchtigkeit	
Betonalter / Hydratationsgrad bei Belastung (t_0) resp. bei Austrocknungsbeginn (t_S)	ohne Einfluss auf Endwert und Verlauf ab Austrocknungsbeginn	grössere Verformungen bei früher Belastung
Zementart	kleinere Werte für langsam erhärtenden Zement	grössere Werte für langsam erhärtenden Zement, nur bei früher Belastung signifikant
Temperatur	etwas schnellerer Verlauf und grössere Werte bei höheren Temperaturen	tiefere Temperaturen entsprechen einem früheren Belastungszeitpunkt
Betondruckfestigkeit (W/Z-Wert, Zementart)	kleinere Werte für höhere Betonfestigkeit	
Belastungsniveau	kein Einfluss	grössere Werte bei hoher Druckbeanspruchung

Verhalten von Betonstahl

- In der Schweiz üblicher Betonstahl (generell $E_s = 205 \text{ GPa}$ gemäss Swisscodes)

Betonstahl (A/B/C: Duktilitätsklasse)	B500A	B500B	B500C	B700B
Fließgrenze f_{sk} in MPa		500		700
Dehnung bei Höchstlast ϵ_{uk}	$\geq 2.5\%$	$\geq 5\%$	$\geq 7.5\%$	$\geq 5\%$
Verhältnis $(f_t/f_s)_k$ (Verfestigung)	≥ 1.05	≥ 1.08	≥ 1.15 ≤ 1.35	≥ 1.08

in CH heute üblich



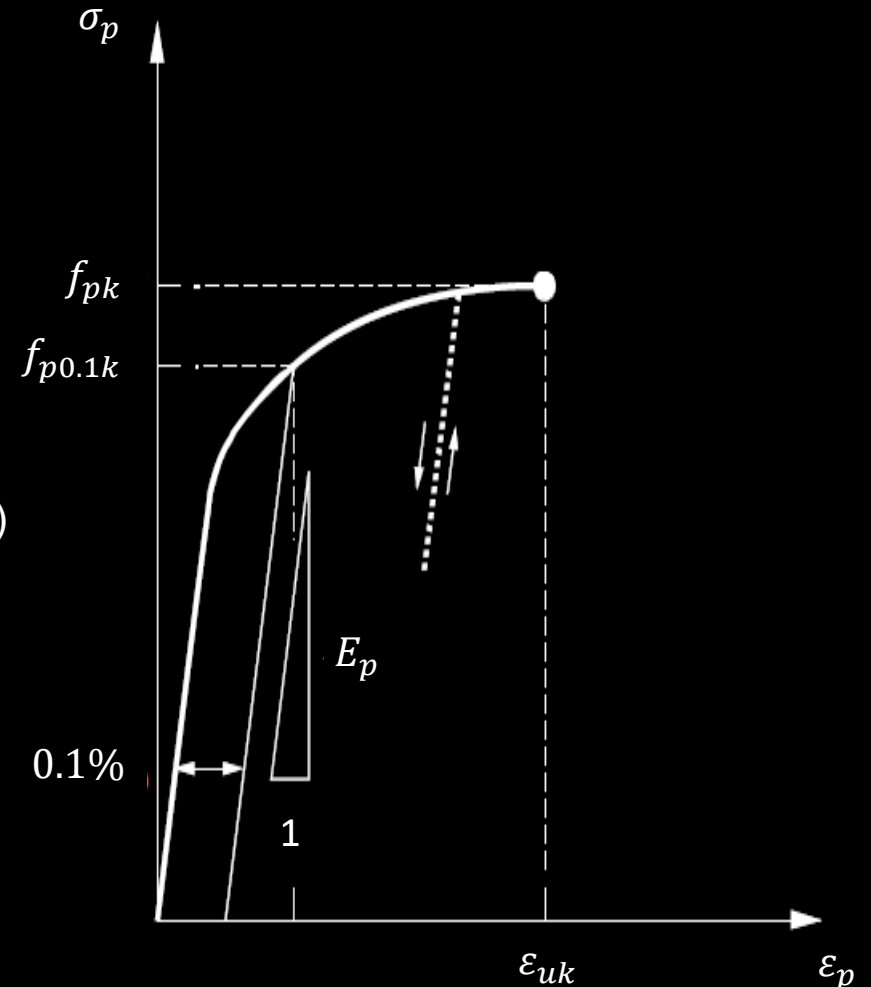
Verhalten von Spannstahl

- Spannstahl verhält sich grundsätzlich ähnlich wie kaltverformter Betonstahl, Fließgrenze definiert bei 0.1% bleibender Dehnung
- Drähte und Stäbe $E_p = 205$ GPa, Litzen $E_p = 195$ GPa; generelle $\varepsilon_{ud} = 2\%$
- Vorspannung in Schweiz auf $\leq 0.7 \cdot f_{pk}$ (überspannen auf $0.75 \cdot f_{pk}$ zulässig)
- Litzen in der Regel aus sieben Drähten
- In der Schweiz üblicher Spannstahl (Y... : Zugfestigkeit f_{pk} in MPa)

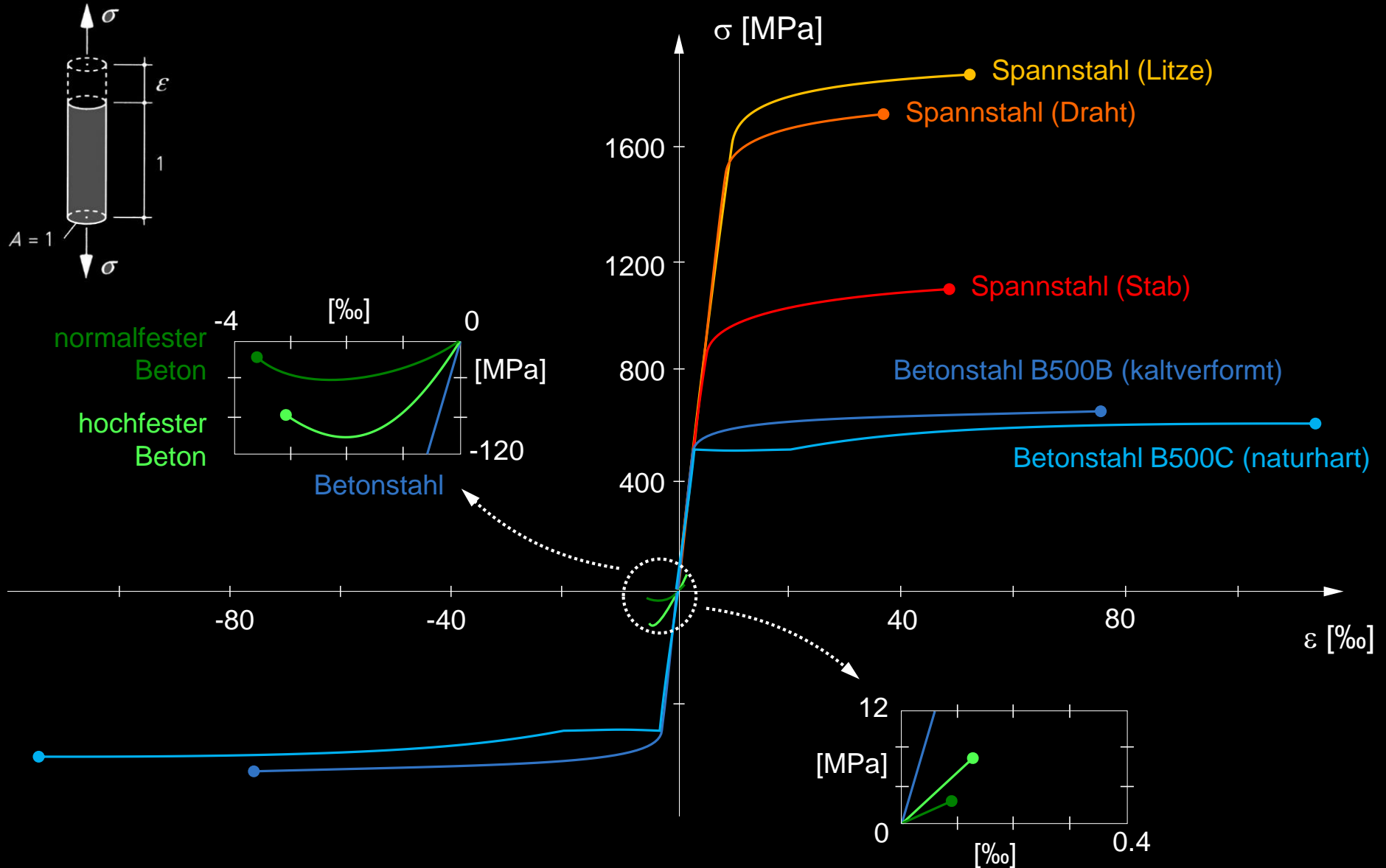
Litzen $\varnothing 15.7$ mm, $A_p = 150$ mm² ($\varnothing 15.3$ mm, 140 mm², $\varnothing 12.9$ mm, 100 mm²)
Y1860 oder Y1770

Stäbe $\varnothing 20 / 26 / 32 / 36$ mm
Y1030, Y1050, Y1230

Drähte $\varnothing 3 \dots 10$ mm (Vorfabrikation)
Y1570, Y1670, Y1770, Y1860



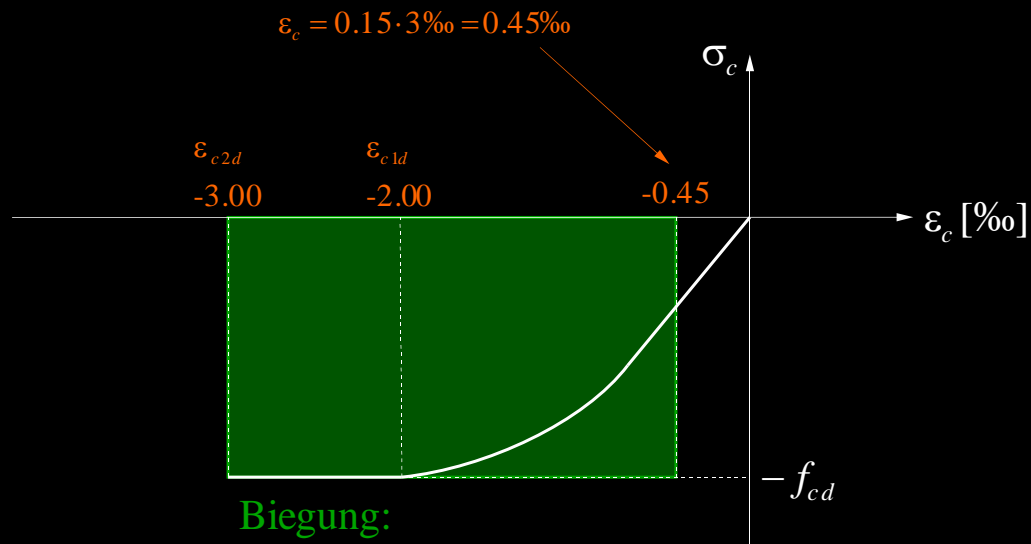
Verhalten von Beton, Beton- und Spannstahl



Verhalten von Beton und Bewehrung nach SIA 262

Beton

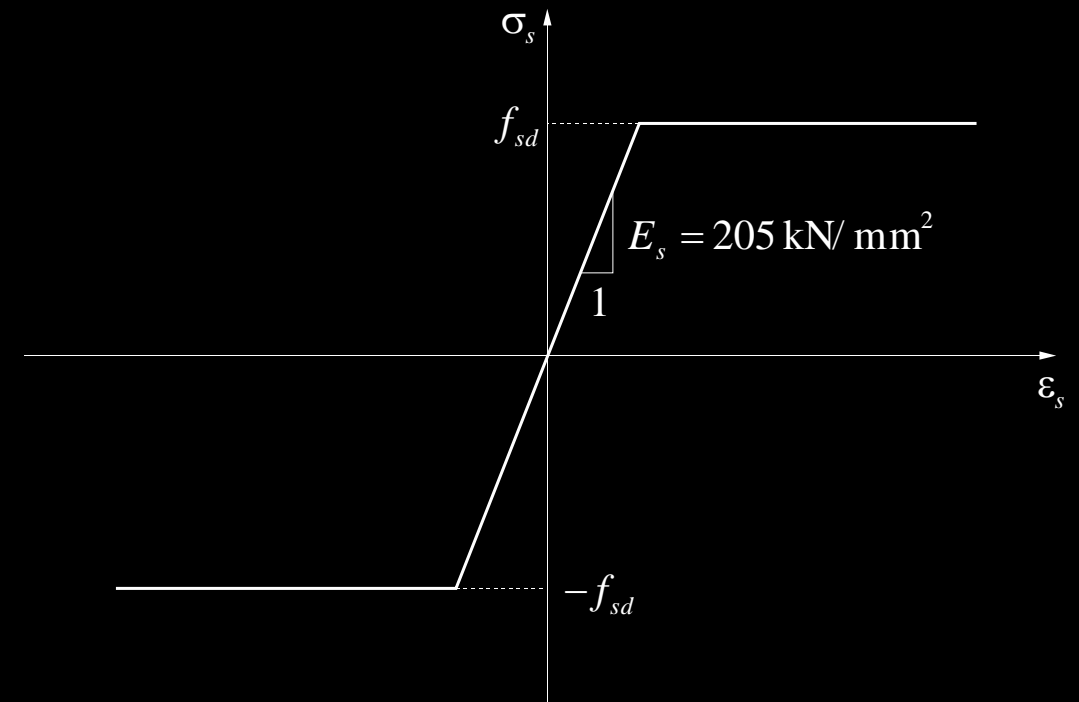
SIA 262, Tab. 8 / Ziffer 4.2.1.4



Biegung:
Rechteckiger Spannungsblock
 $0.85x \cdot f_{cd}$ (Vereinfachung)

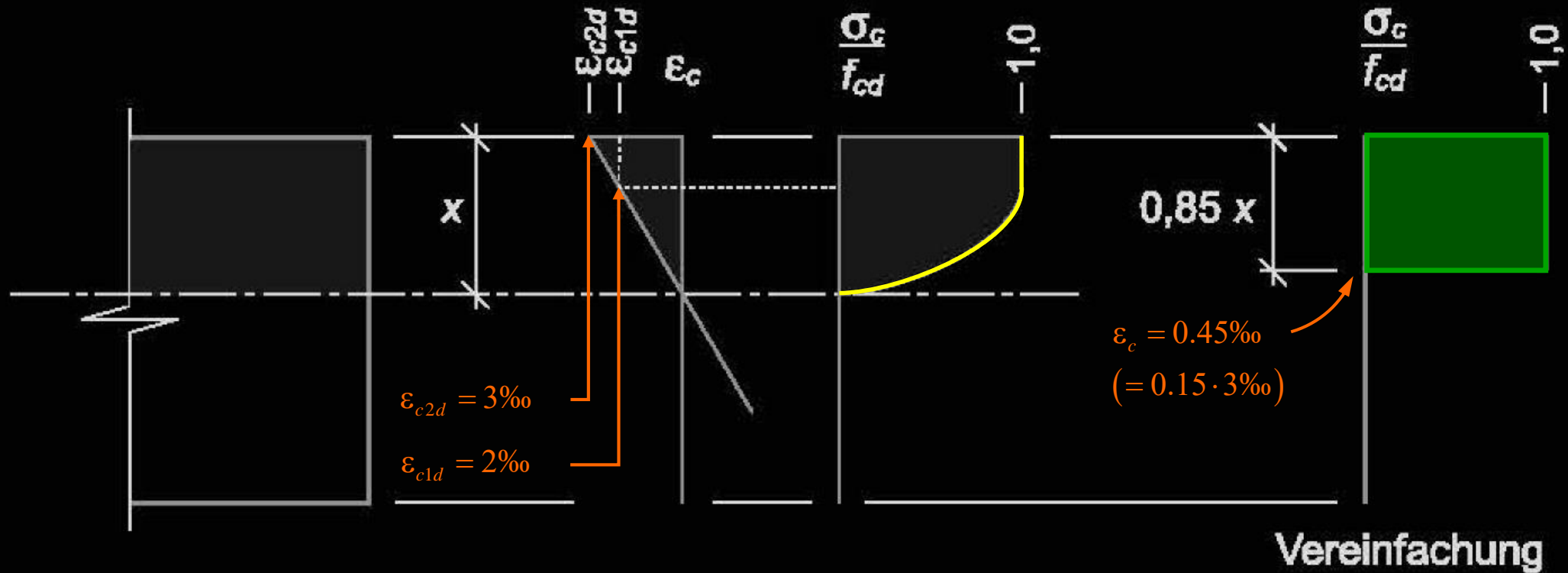
Betonstahl

SIA 262, Tab. 9 / Ziffer 4.2.2.1



Verhalten von Beton nach SIA 262

Idealisierte Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Beton, SIA 262, Fig. 12

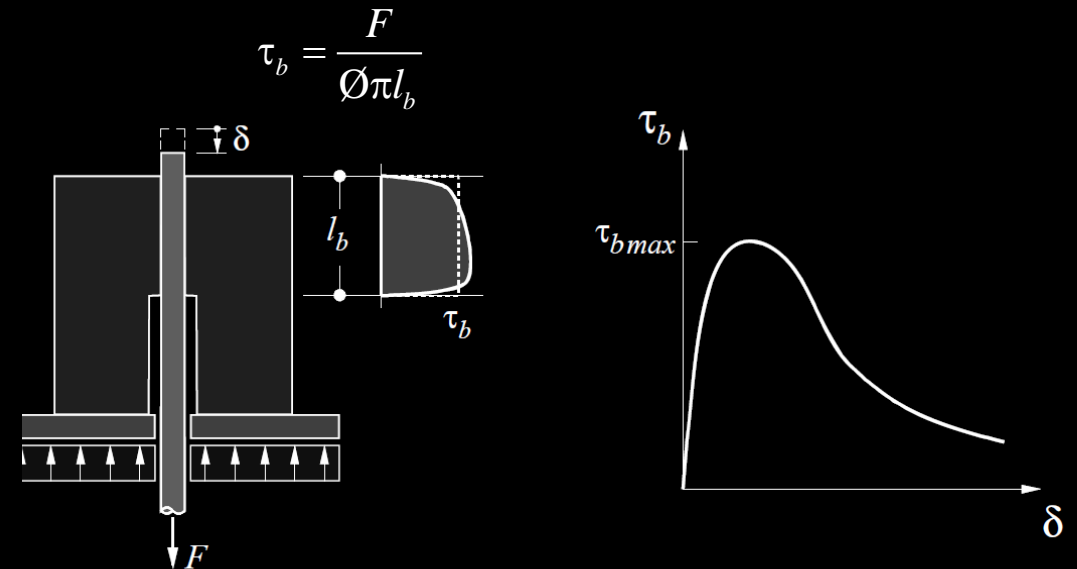
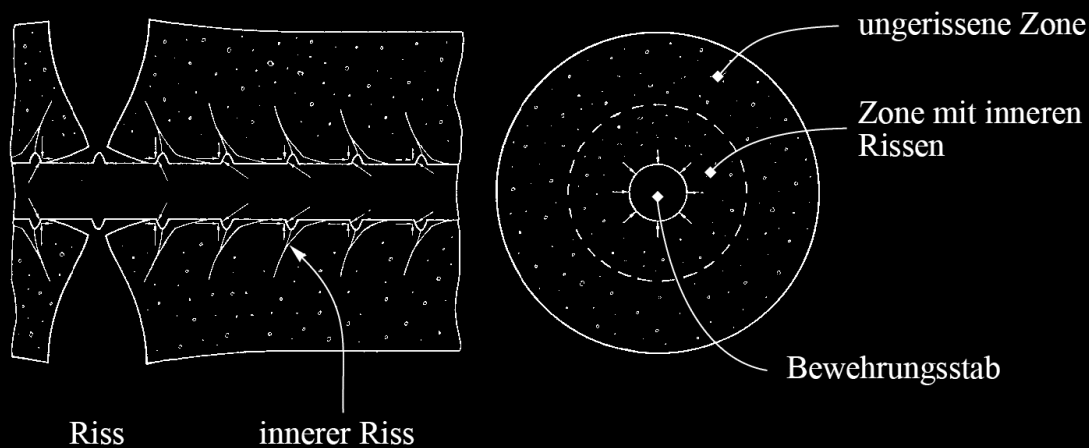


SIA 262, Formel 28:
$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{k_\sigma \zeta - \zeta^2}{1 + (k_\sigma - 2)\zeta} \quad \text{mit} \quad k_\sigma = \frac{E_{cd}}{400 f_{cd}} \quad \text{und} \quad \zeta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1d}}$$

Tragsicherheit (Biegung): **Rechteckiger Spannungsblock** ausreichend genau

Verbund («bond» / «tension stiffening»)

- Verbund ist für das Verständnis des Tragverhaltens von Stahlbeton zentral
- Verzahnung der rauen, durch Rippen profilierten Staboberfläche mit dem Beton, Verhalten grundsätzlich komplex
- Vereinfachung: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung als «Stoffgesetz»
- Standardverbundversuch: mittlere Verbundspannung $\tau_b = \frac{F}{\varnothing \pi l_b}$



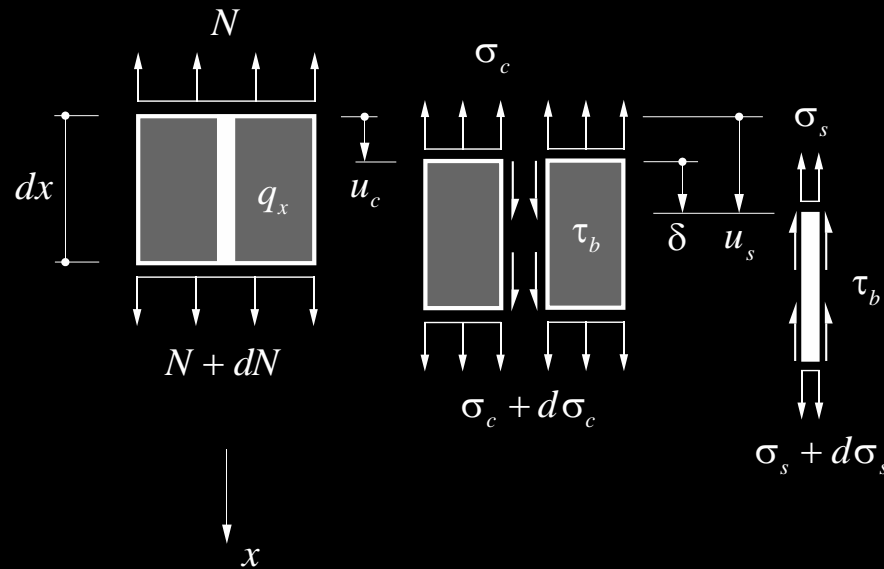
Verbund («bond»)

- Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes**

Bezeichnungen: Schlupf $\delta = u_s - u_c$, Dehnungen $\varepsilon_c = du_c/dx$, $\varepsilon_s = du_s/dx$

Stabdurchmesser \varnothing , Querschnitte A_c , A_s (A_c : Bruttoquerschnitt Beton inkl. A_s) Bewehrungsgehalt $\rho = A_s/A_c = \pi\varnothing^2/(4A_c)$,

Normalkraft $N = N_c + N_s$



Gleichgewicht erfordert

$$\varnothing\pi dx\tau_b + q_x dx + A_c(1-\rho)d\sigma_c = 0$$

$$-\varnothing\pi dx\tau_b + \frac{\varnothing^2\pi}{4}d\sigma_s = 0$$

woraus

$$\frac{d\sigma_c}{dx} = -\frac{\varnothing\pi\tau_b + q_x}{A_c(1-\rho)} \quad \text{und} \quad \frac{d\sigma_s}{dx} = \frac{4\tau_b}{\varnothing}$$

und für linear elastisches Verhalten:

$$\frac{d\varepsilon_s}{dx} - \frac{d\varepsilon_c}{dx} = \frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{4\tau_b}{\varnothing E_s} + \frac{\varnothing\pi\tau_b + q_x}{A_c E_c(1-\rho)}$$