

# 2 Materialverhalten

## Beton, Bewehrung und Verbund

# Verhalten von Beton auf Zug

Direkter Zugversuch (a) : heikel, vor allem Exzentrizitäten kritisch

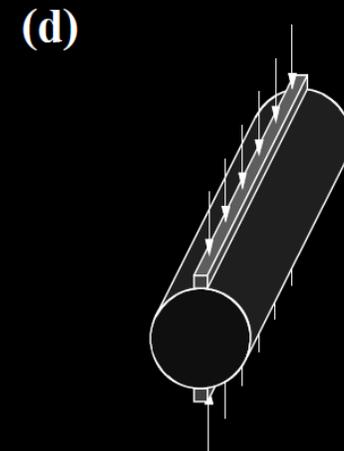
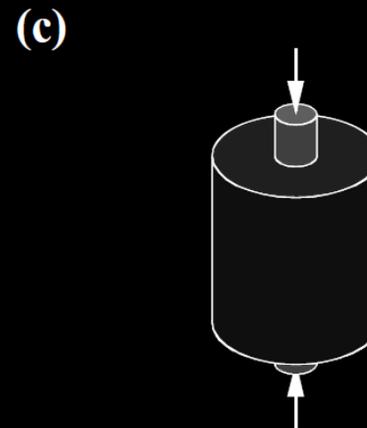
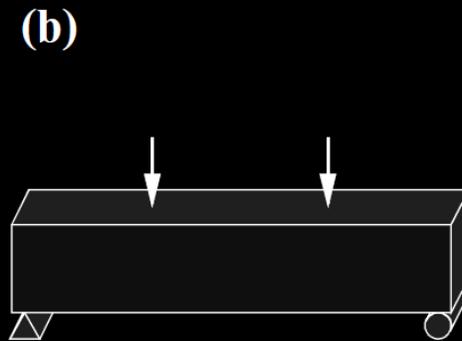
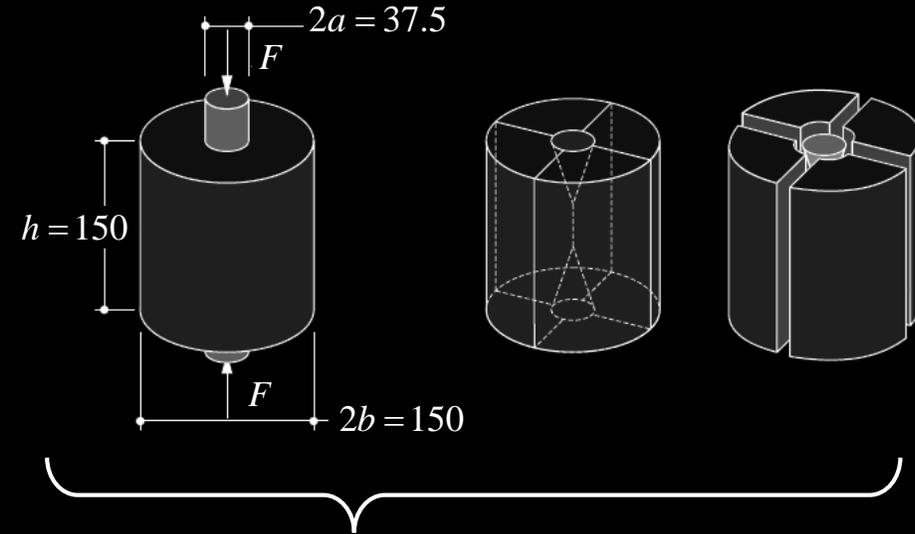
→ indirekte Versuche üblich:

(b) Biegezugversuch

(c) **Stempelversuch** (Streuung klein)

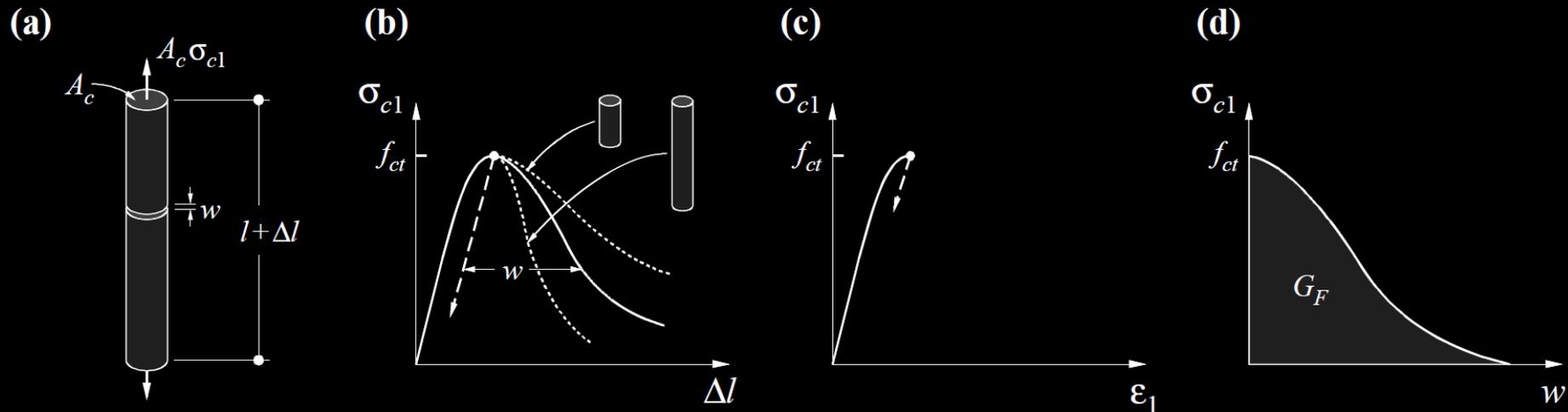
(d) Spaltzugversuch

Sprödes Bruchverhalten



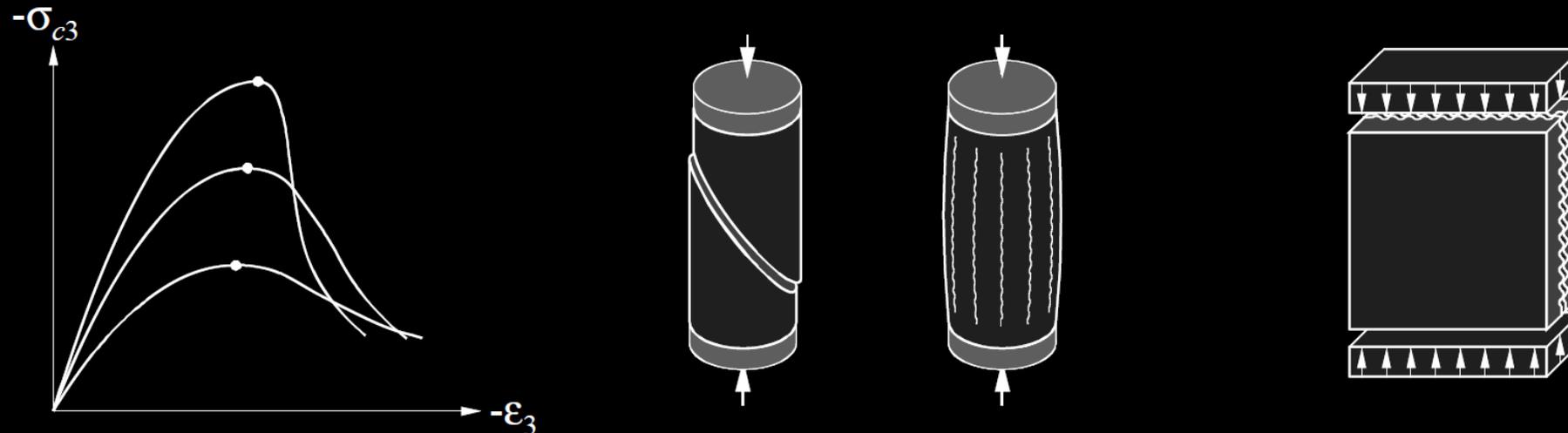
# Verhalten von Beton auf Zug

- Geringe Festigkeit  $f_{ct} \cong 0.3f_c^{2/3}$  (normale Betone: ca. 10% der Druckfestigkeit  $f_c$ )
- Sehr sprödes Verhalten, grosse Streuung, Massstabeffekt (lange Prüfkörper spröder), Risse infolge diverser Ursachen möglich
- Zugfestigkeit des Betons wird bei der Bemessung daher vernachlässigt (indirekt doch angesetzt, insbesondere für Verbund Beton-Bewehrung nötig)
- Bruchmechanik: Bruchenergie  $G_F$  als Materialkennwert erklärt Massstabeffekt (z.B. fictitious crack model / crack band model)



# Verhalten von Beton auf Druck

- Verhalten bei einachsigem Druck spröd, aber weniger ausgeprägt als auf Zug
- Druckfestigkeit  $f_c$  wird bei  $\varepsilon_{c0} \cong 2\text{‰}$  erreicht, höherfeste Betone spröder
- Massstabeffekt (lange Prüfkörper sind spröder)
- Zylinderdruckversuch: normale Betone Gleitbruch, höherfeste Betone und scheibenförmige Bauteile eher laminares Aufspalten
- Festigkeitsreduktion bei langer Einwirkungsdauer resp. langsamerer Belastung
- In Schweiz eher moderate Druckfestigkeiten üblich ( $f_{ck} = 25 \dots 30 \text{ MPa}$ ), international teilweise deutlich höher (z.B. Skandinavien)



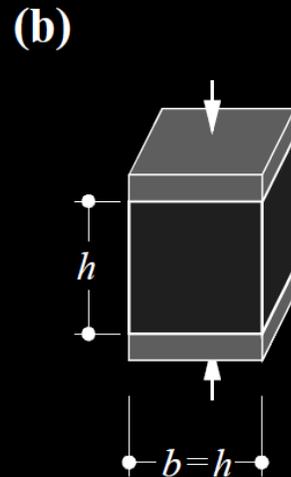
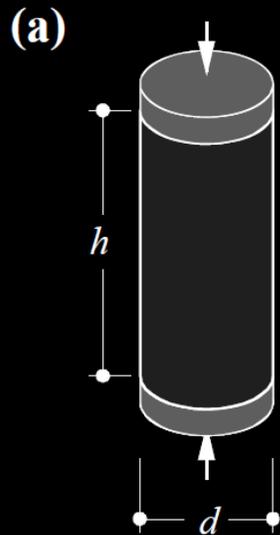
# Verhalten von Beton auf Druck

(a) Zylinderdruckversuch →  $f_c$  (Stirnflächen müssen geschliffen werden)

(b) Würfeldruckversuch →  $f_{c,cube}$  (einfacher, da geschaltete Oberflächen)

(c) Einfluss von Form und Grösse der Prüfkörper beachten

- Querbehinderung durch Lasteinleitplatten bei Zylinder kleiner, daher  $f_{c,cube} > f_c$
- Massstabeffekt: Festigkeit geometrisch ähnlicher Prüfkörper nimmt mit Grösse ab, lange Versuchskörper spröder als kurze (analog Verhalten auf Zug)

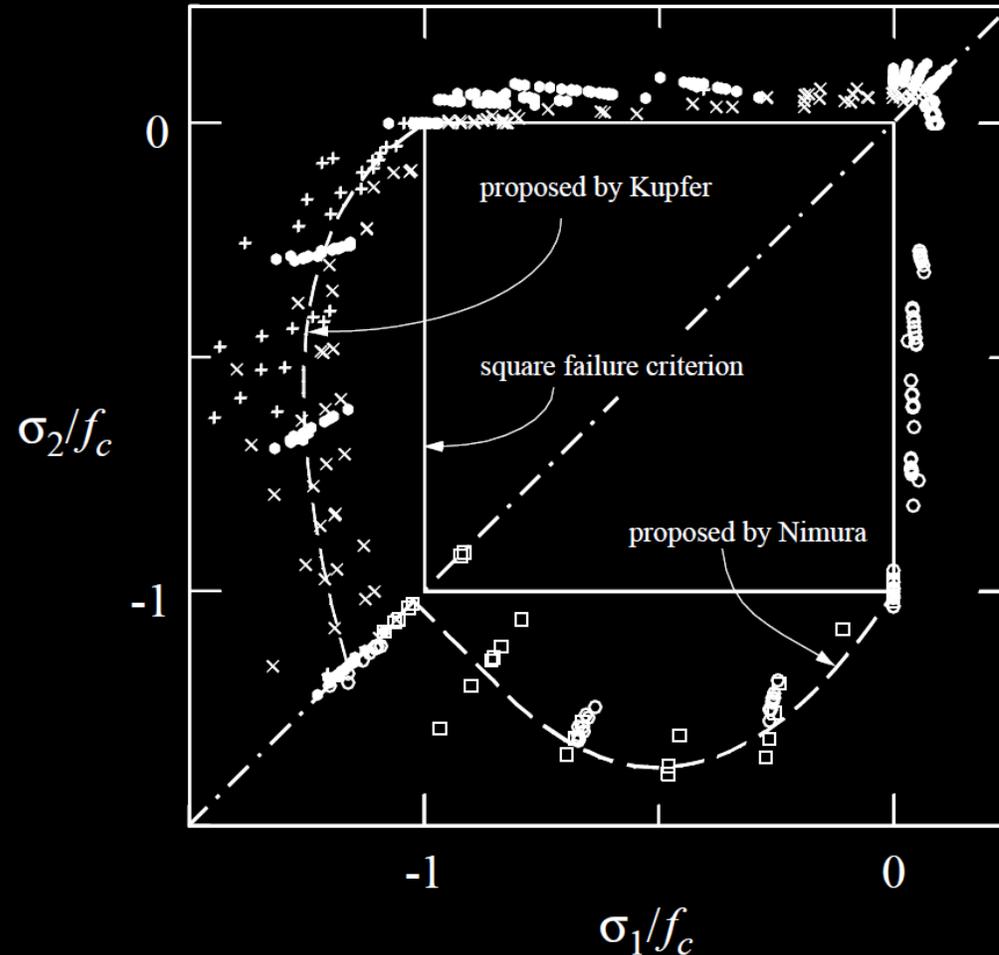


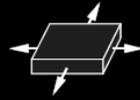
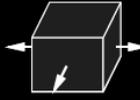
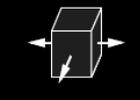
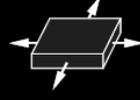
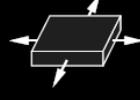
(c)

| Cylinder<br>150·300 mm | Cube<br>100·100 mm | Cube<br>150·150 mm | Cube<br>200·200 mm |
|------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $f'_c$ [MPa]           | $f_{cc}/f'_c$      | $f_{cc}/f'_c$      | $f_{cc}/f'_c$      |
| 50...100               | 1.22               | 1.20               | 1.15               |
| 50                     | 1.33               |                    |                    |
| 75                     | 1.30               |                    |                    |
| 100                    | 1.20               |                    |                    |

# Verhalten von Beton auf Druck

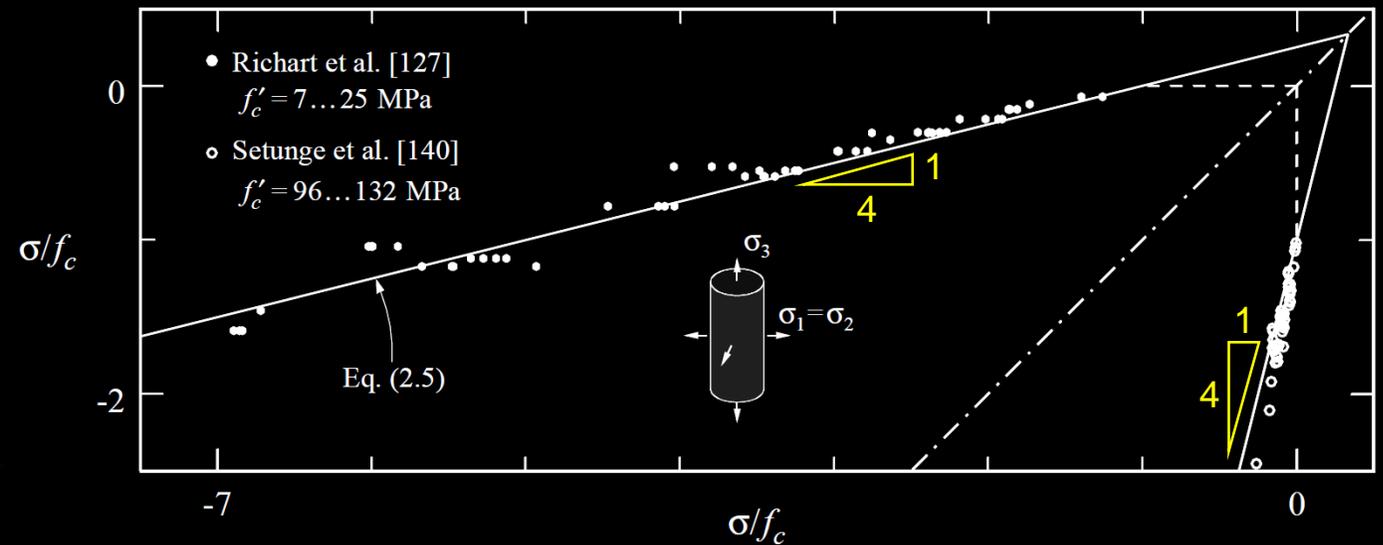
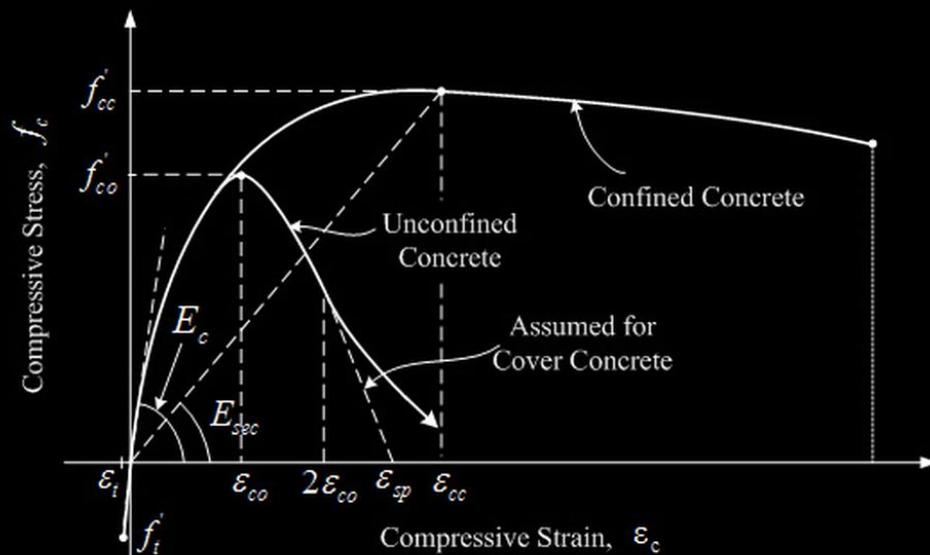
- Druckfestigkeit durch zweiachsige Beanspruchung (Druck) moderat erhöht



- Kupfer [73]  
 $f'_c = 19 \dots 31$  MPa  200·200·50 mm
- × Nelissen [111]  
 $f'_c = 25$  MPa  180·180·130 mm
- + van Mier [153]  
 $f'_c = 47$  MPa  100·100·100 mm
- Kupfer [73]  
 $f'_c = 60$  MPa  200·200·50 mm
- Nimura [114]  
 $f'_c = 62 \dots 72$  MPa  200·200·50 mm

# Verhalten von Beton auf Druck

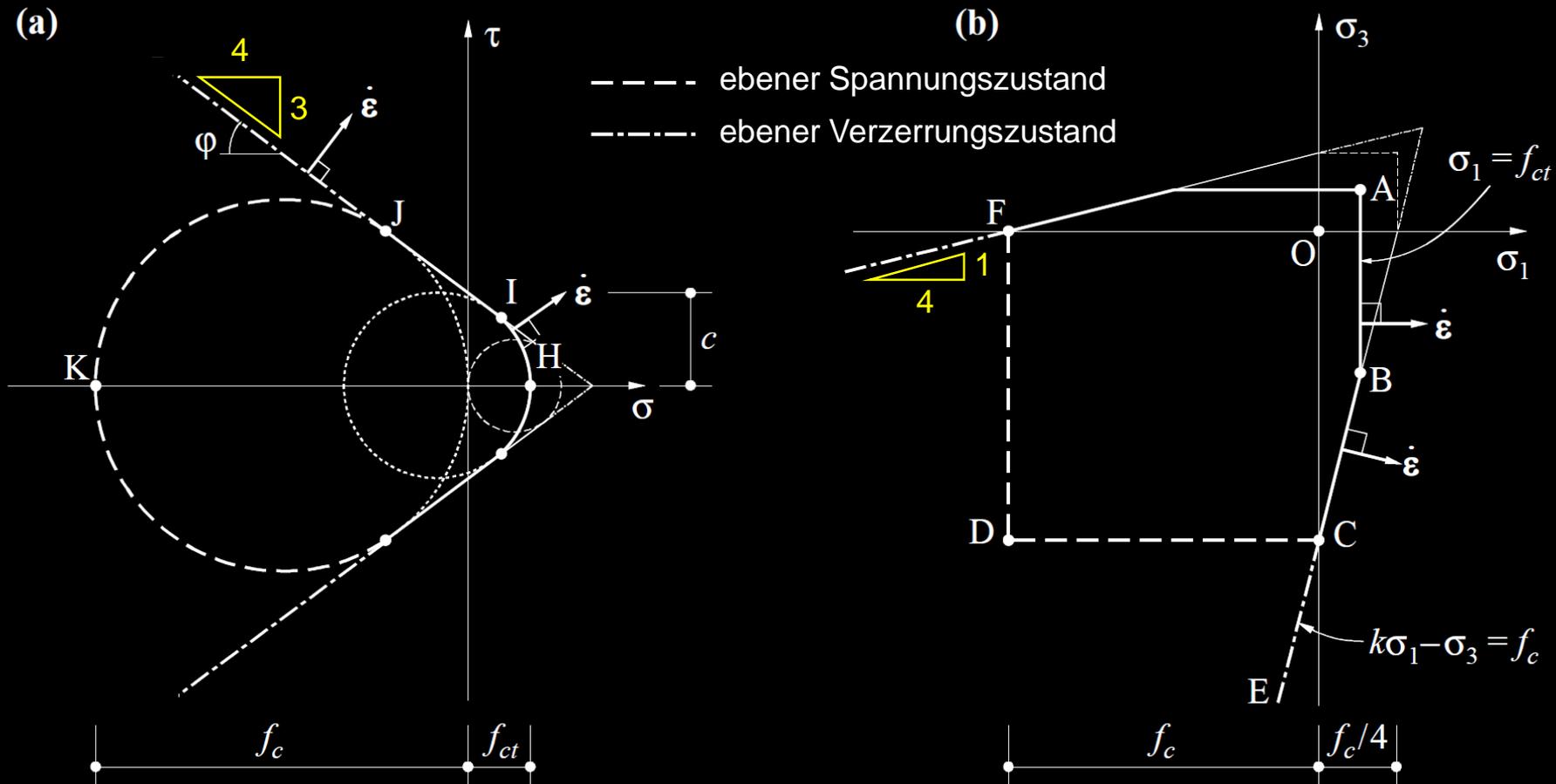
- Druckfestigkeit wird durch dreiachsige Beanspruchung stark erhöht
  - Näherungsweise gilt  $f_{c3} \cong f_c - 4\sigma_{c1}$  (mit  $\sigma_{c3} \leq \sigma_{c1} = \sigma_{c2}$ )
  - Querbewehrung wirkt wie Querdruk (wirksamer als Längsbewehrung !)
- (Vorzeichen: Druckfestigkeit positiv, Druckspannung negativ)



# Verhalten von Beton auf Druck

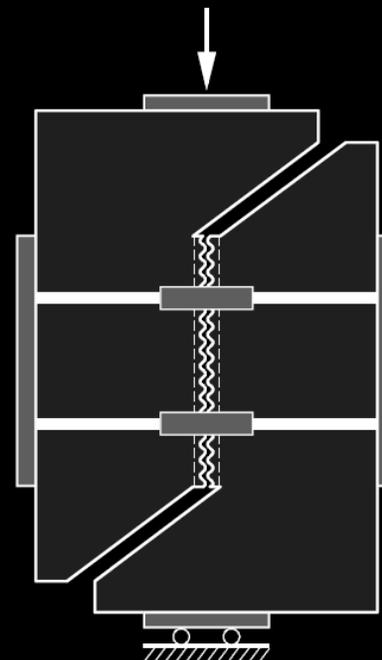
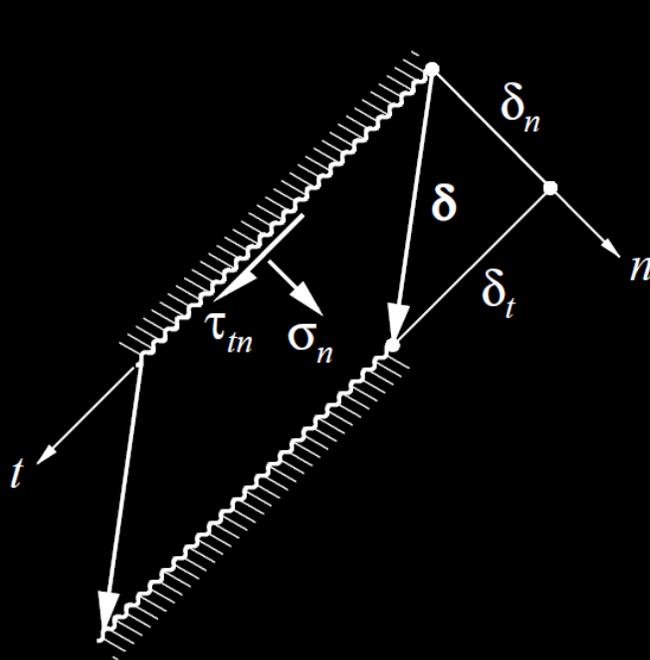
## Modifizierte Fließbedingung von Coulomb

Normaler Beton:  $\tan\varphi = 0.75 \rightarrow c = f_c/4, \varphi = \text{ca. } 37^\circ$

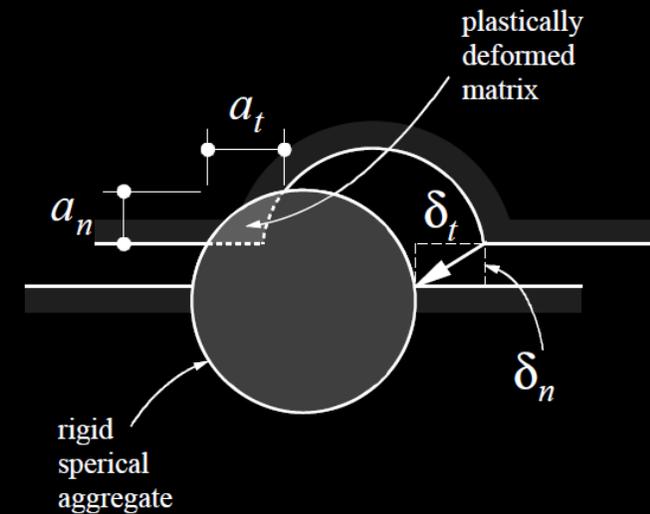


# Rissverzahnung des Betons («aggregate interlock»)

- Für Bemessung nicht verwendet, eigentlich wird die Übertragung von Kräften über Risse (aus früheren Beanspruchungen) aber von vielen Bemessungs-Modellen implizit vorausgesetzt
- Verhalten (und Versuche) komplex, kleinste Verschiebungen, grosse Streuung
- Modell von Walraven (1981) auch heute noch aktuell (starre Zuschlagskörner, plastische Zementmatrix mit Festigkeit  $f_{my}$ , wobei  $(A_n, A_t)$  von  $(\delta_n, \delta_t)$  abhängen)

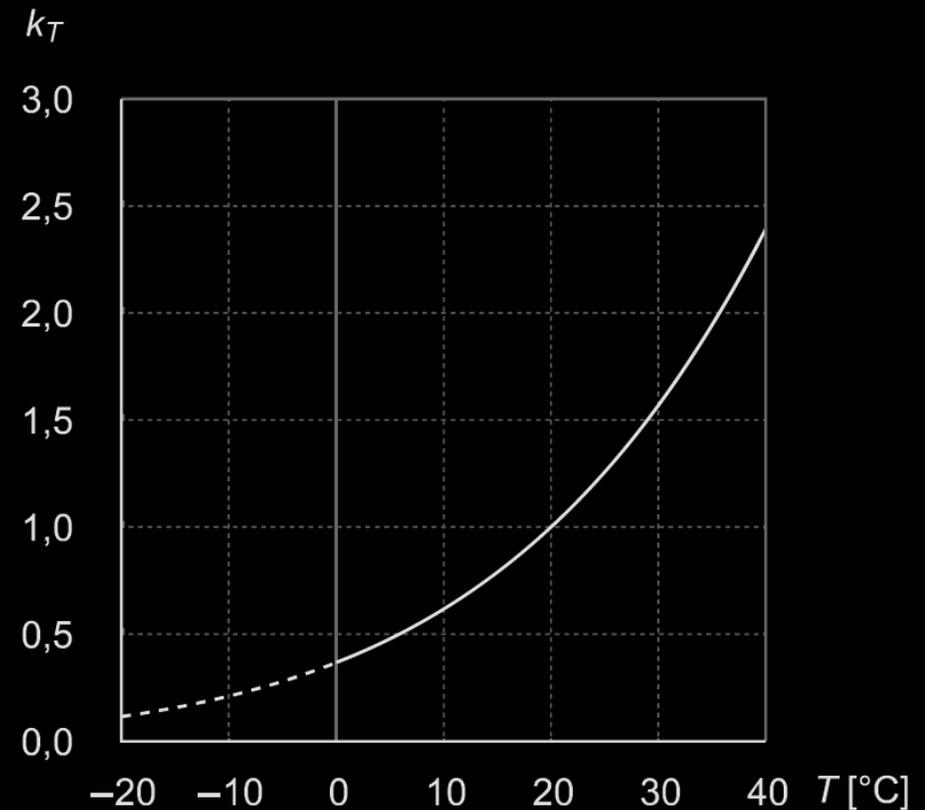
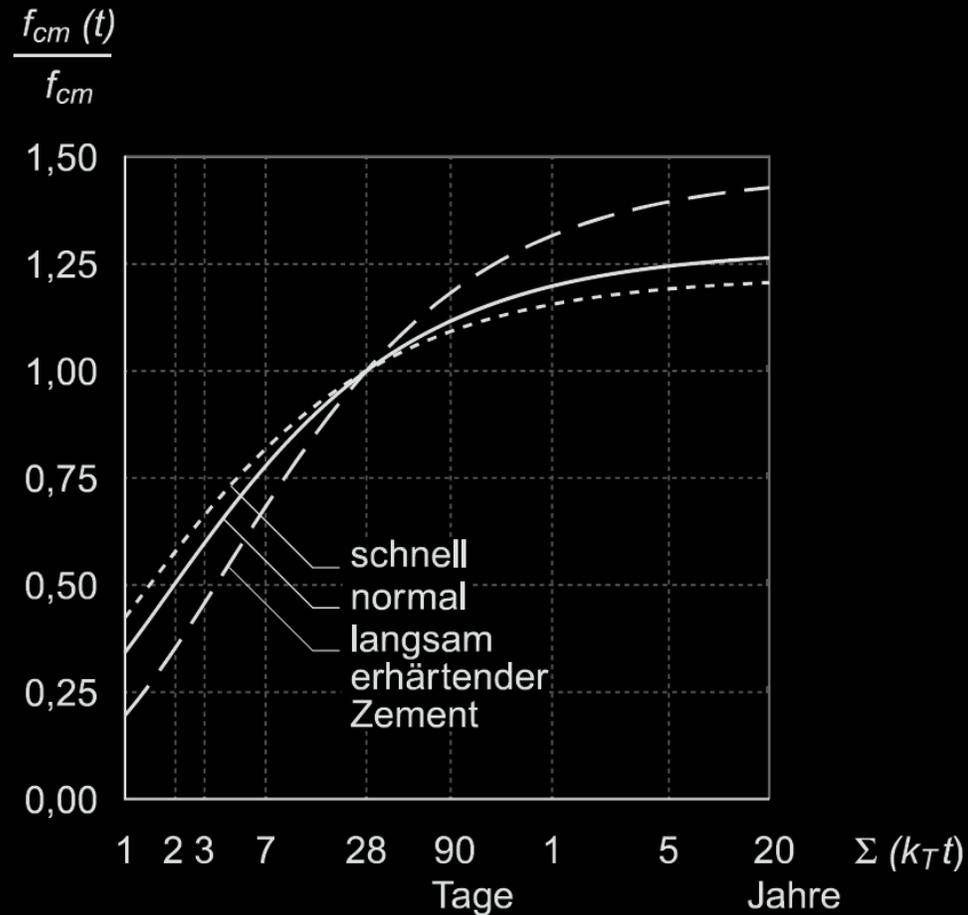


$$\sigma_n = \sigma_n(\delta_n, \delta_t) = f_{my}(A_t - \mu A_n)$$
$$\tau_{tn} = \tau_{tn}(\delta_n, \delta_t) = f_{my}(A_n + \mu A_t)$$



# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

- Druckfestigkeitszunahme über > 20 Jahre, abhängig von Temperatur
- Bezugswert üblicherweise: 28 Tage / 20°C

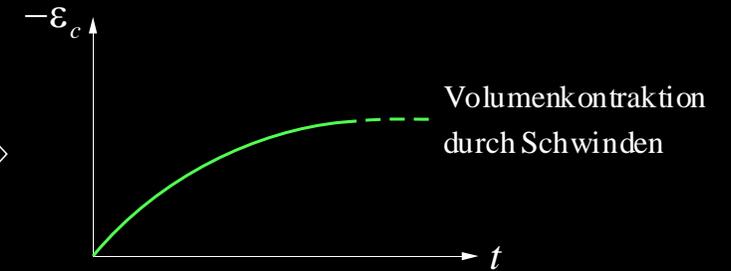
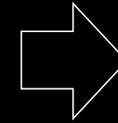


# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

## Schwinden

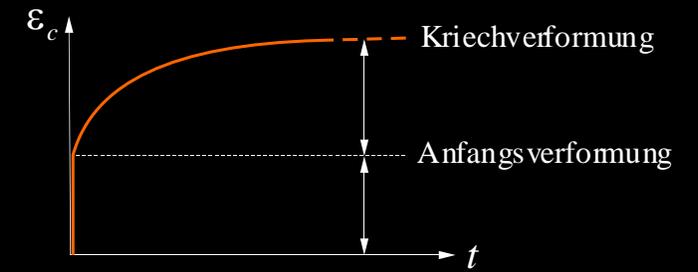
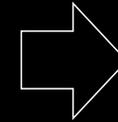
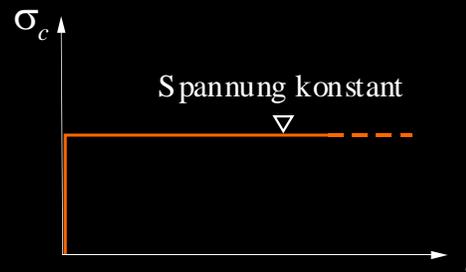
Volumenkontraktion ohne Lasteinwirkung

(Darstellung für freie = unbehinderte Verformungen  
→ keine Zwängungen)



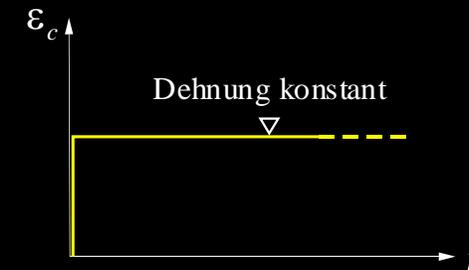
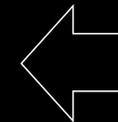
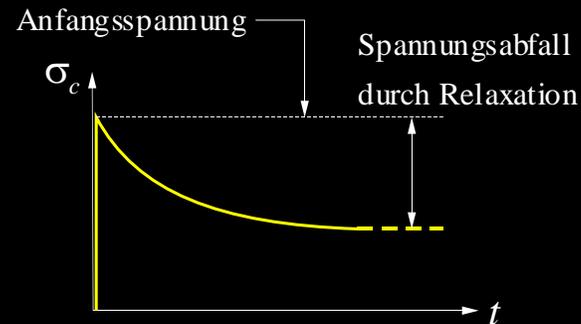
## Kriechen

Zunahme der Verformungen unter konstanter Spannung



## Relaxation

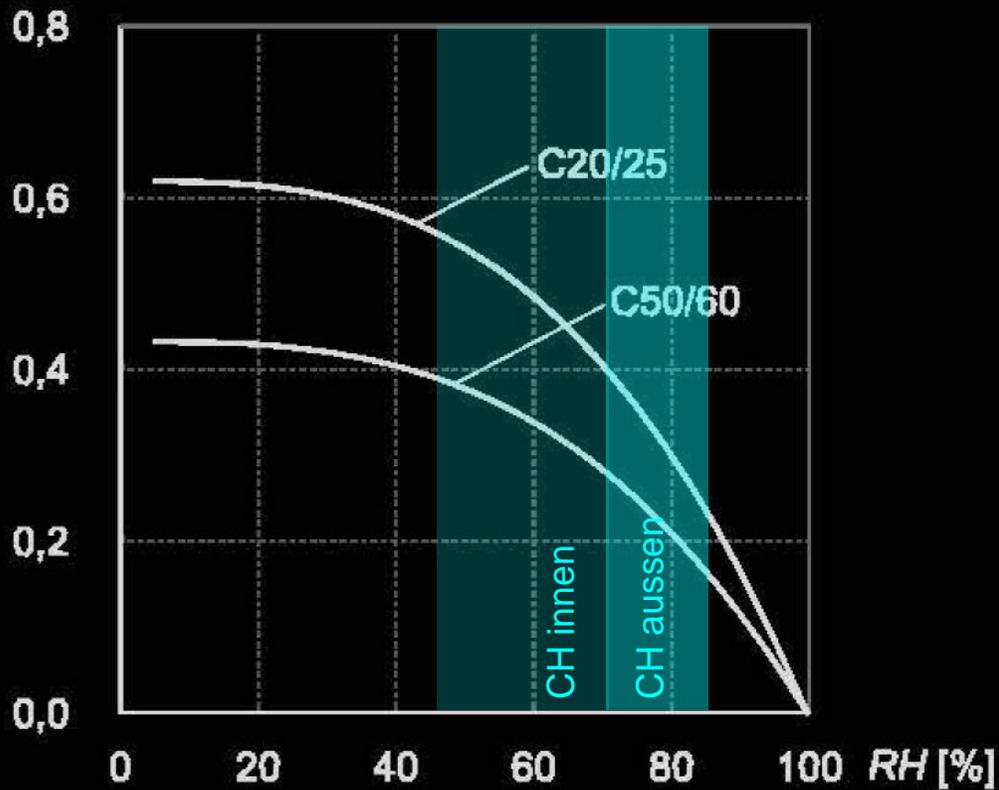
Abfall der Spannungen unter konstanter Dehnung



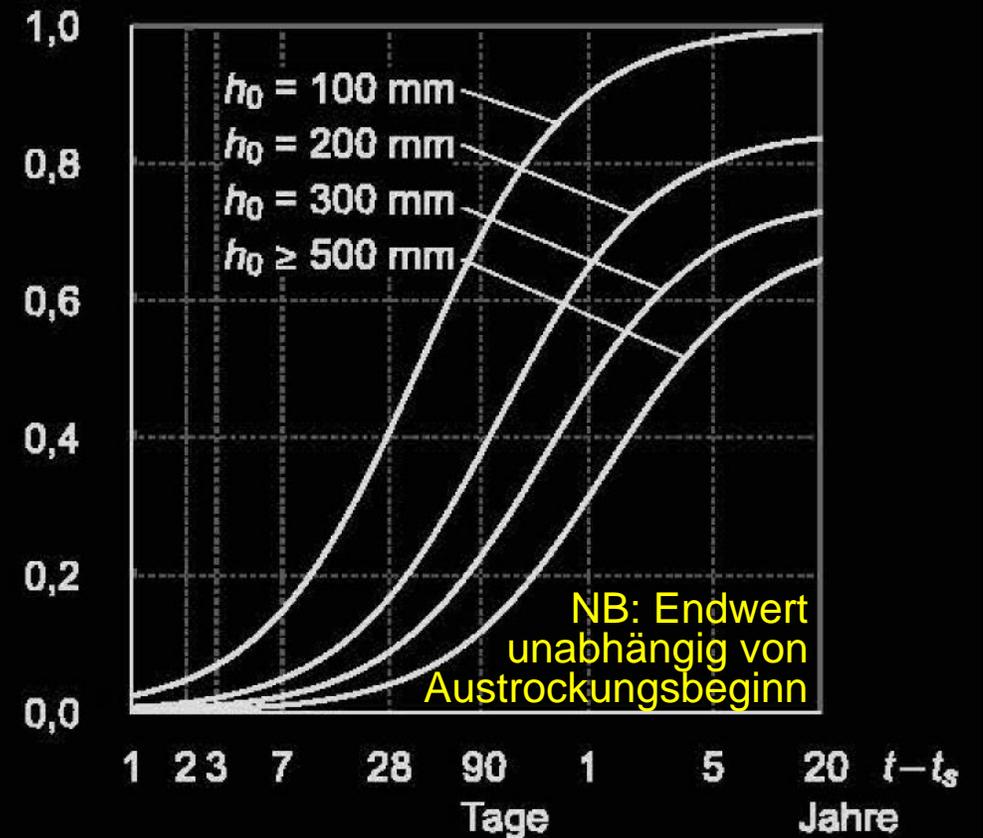
# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

Trockenschwinden  $\epsilon_{cd}$   
(nach SIA 262)

Trockenschwindmass  $\epsilon_{cd\infty}$  [‰]



Zeitverlauf  $\epsilon_{cd}(t) / \epsilon_{cd\infty}$



# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

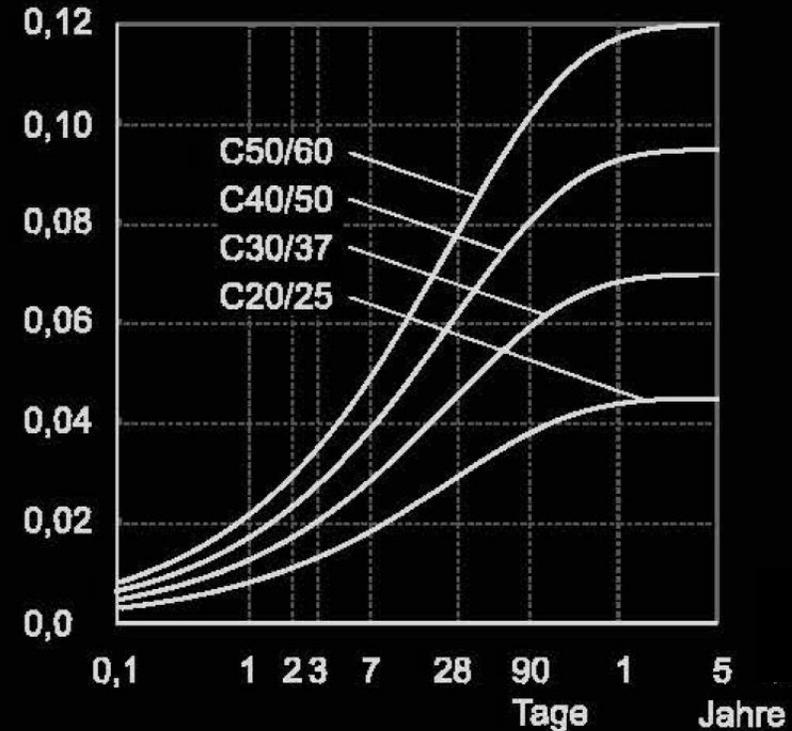
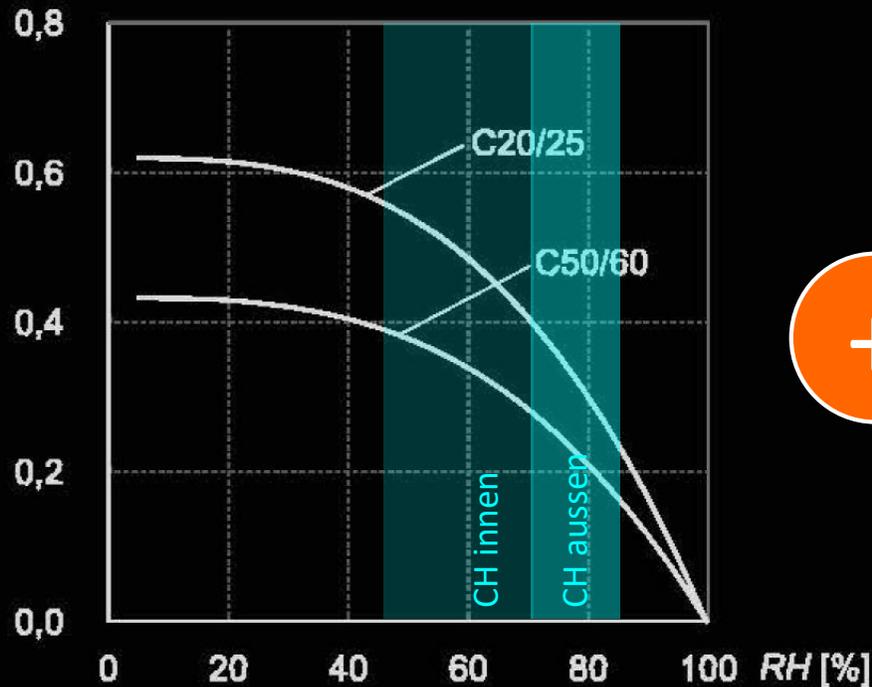
Trockenschwinden  $\varepsilon_{cd}$

Autogenes Schwinden  $\varepsilon_{ca}$  (nach SIA 262)

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd(t)} + \varepsilon_{ca}(t)$$

Trockenschwindmass  $\varepsilon_{cd\infty}$  [‰]

Zeitverlauf und Schwindmass  $\varepsilon_{ca}(t)$  [‰]



# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

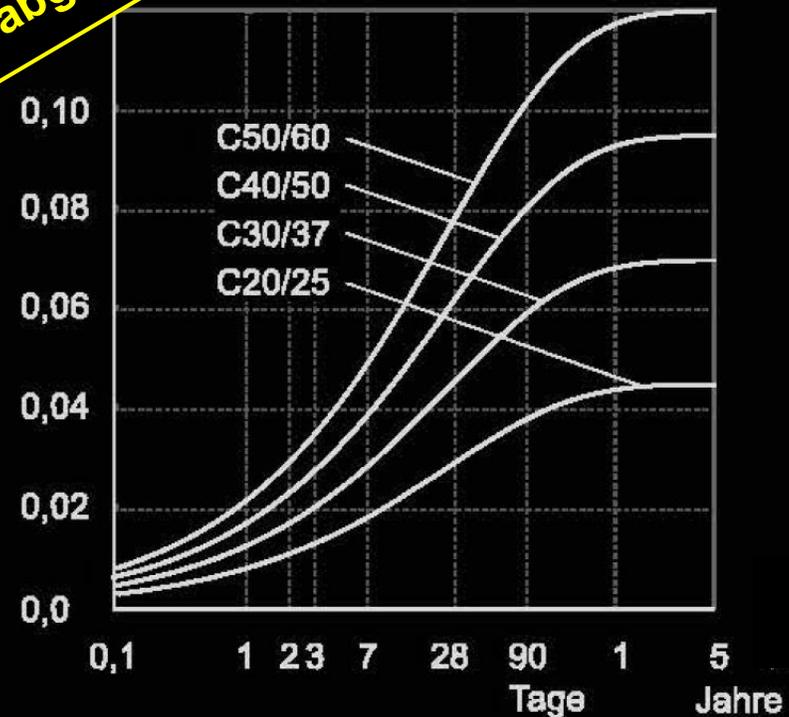
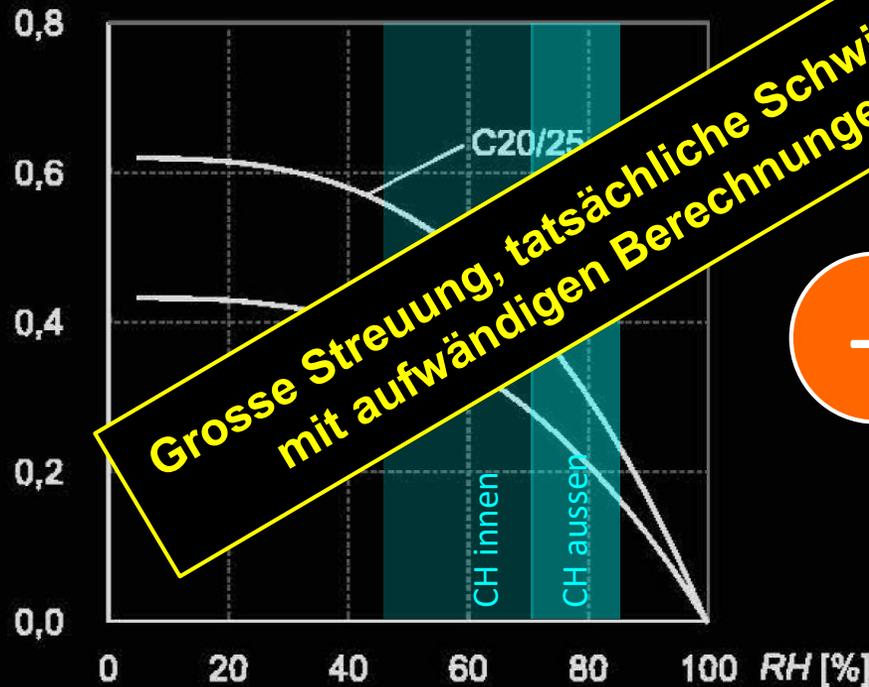
Trockenschwinden  $\varepsilon_{cd}$

Autogenes Schwinden (nach SIA 262)

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd(t)} + \varepsilon_{ca}(t)$$

Trockenschwindmass  $\varepsilon_{cd\infty}$  [‰]

Schwindmass  $\varepsilon_{ca}(t)$  [‰]



**Grosse Streuung, tatsächliche Schwindverformungen können auch mit aufwändigen Berechnungen nur abgeschätzt werden!**



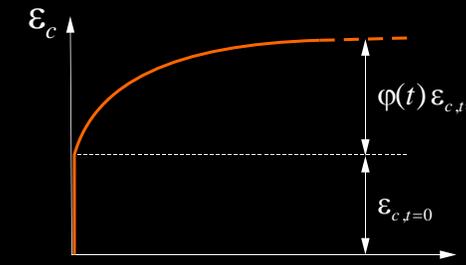
# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

## Kriechen

- Zunahme der Verformung bei konstanter Spannung

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c,t=0} (1 + \varphi(t))$$

- Normalfall:  $\varphi_{t=\infty} \cong 1.5 \dots 2.5$ , d.h. Zunahme der Verformungen um Faktor 2.5...3.5
- Analoges Verhalten auf Zug (ungerissener Beton)



# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

**Relaxation** ( $\approx$  Kriechen bei  $\varepsilon = \text{const.}$ )

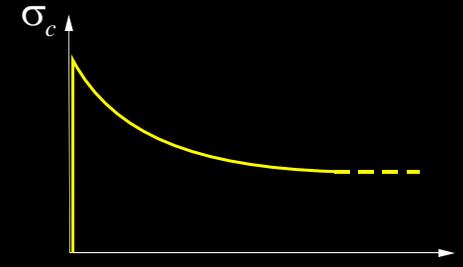
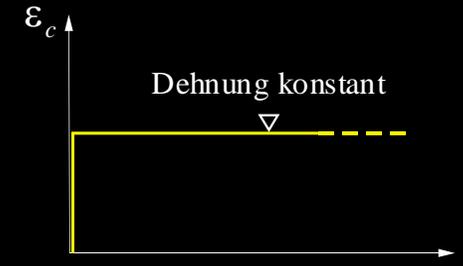
- Abnahme der Spannung bei konstanter Verformung
- Grobe Näherung (fikt. E-Modul):

$$\sigma_c(t) = \sigma_{c,t=0} \frac{1}{1 + \varphi}$$

- Bessere Näherung (nach Trost):

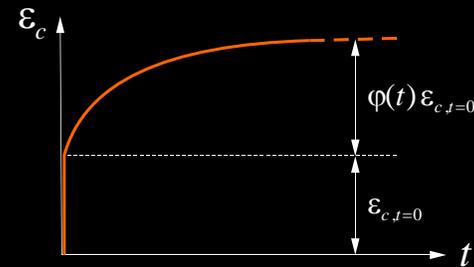
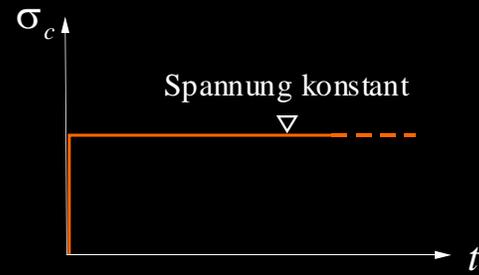
$$\sigma_c(t) = \sigma_{c,t=0} \left( 1 - \frac{\varphi(t)}{1 + \mu\varphi} \right)$$

- Normalfall:  $\varphi_{t=\infty} \cong 1.5 \dots 2.5$ ,  $\mu = \text{ca. } 0.75$ , d.h. Abbau der initialen Spannung auf ca. 25%
- Abbau bei langsamer aufgezwungener Verformung weniger stark (auf ca. 40%)

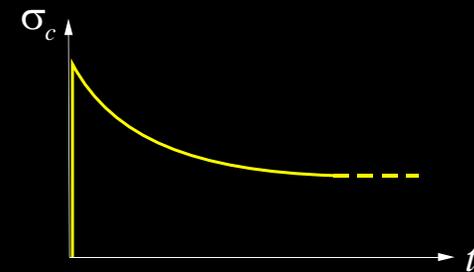
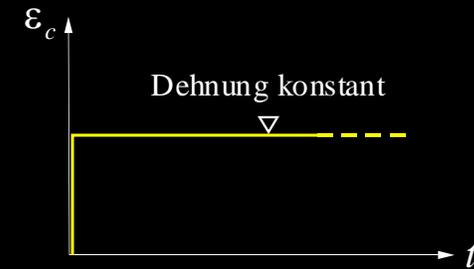


# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

## Kriechen



## Relaxation



# Zeitabhängiges Verhalten von Beton

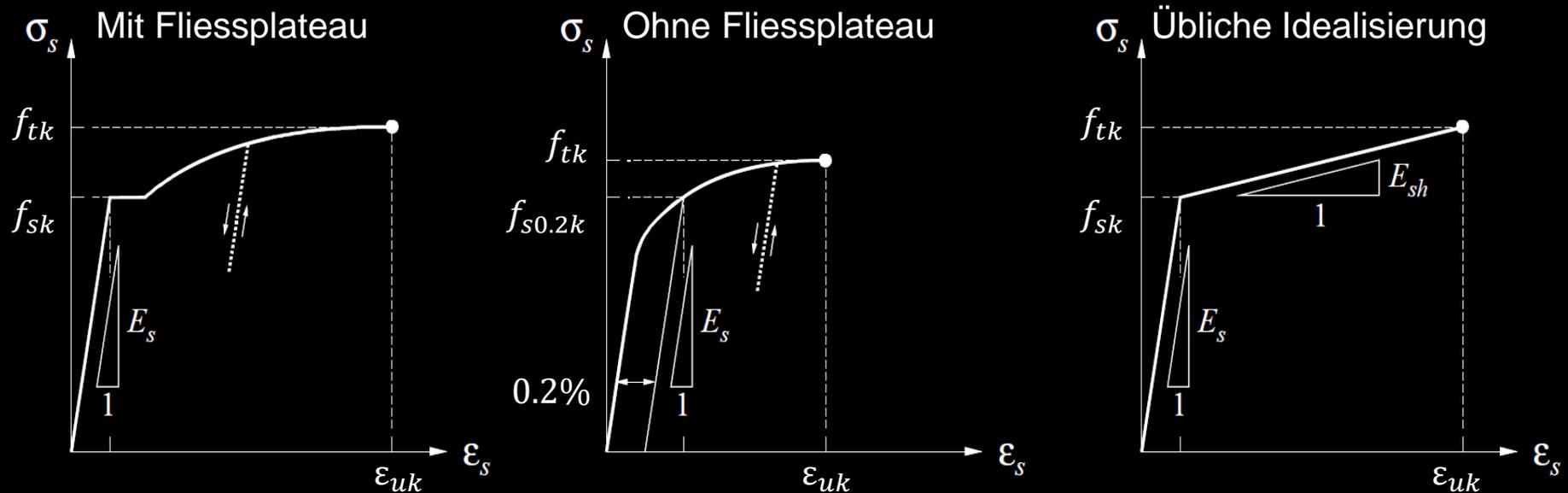
| Parameter   | Einfluss auf die Schwinddehnungen                                     | Einfluss auf die Kriechzahl   |
|---|---|---|
| Bauteilabmessung (mittlere Bauteilstärke resp. spezifische Oberfläche)                        | wesentlich schnellerer Verlauf bei dünnen Bauteilen                   | etwas schnellerer Verlauf bei dünnen Bauteilen                                      |
| Relative Luftfeuchtigkeit   | kleinere Werte bei grösserer Luftfeuchtigkeit                         |   |
| Betonalter / Hydratationsgrad bei Belastung ( $t_0$ ) resp. bei Austrocknungsbeginn ( $t_S$ ) | ohne Einfluss auf Endwert und Verlauf ab Austrocknungsbeginn          | grössere Verformungen bei früher Belastung  |
| Zementart   | kleinere Werte für langsam erhärtenden Zement                         | grössere Werte für langsam erhärtenden Zement, nur bei früher Belastung signifikant |
| Temperatur  | etwas schnellerer Verlauf und grössere Werte bei höheren Temperaturen | tiefere Temperaturen entsprechen einem früheren Belastungszeitpunkt                 |
| Betondruckfestigkeit (W/Z-Wert, Zementart)  | kleinere Werte für höhere Betonfestigkeit                             |   |
| Belastungsniveau  | kein Einfluss   | grössere Werte bei hoher Druckbeanspruchung   |

# Verhalten von Betonstahl

- In der Schweiz üblicher Betonstahl (generell  $E_s = 210$  GPa)

| Betonstahl (A/B/C: Duktilitätsklasse)   | B500A        | B500B       | B500C                      | B700B       |
|---|--------------|-------------|----------------------------|-------------|
| Fließgrenze $f_{sk}$ in MPa             |              | 500         |                            | 700         |
| Dehnung bei Höchstlast $\epsilon_{uk}$  | $\geq 2.5\%$ | $\geq 5\%$  | $\geq 7.5\%$               | $\geq 5\%$  |
| Verhältnis $(f_t/f_s)_k$ (Verfestigung) | $\geq 1.05$  | $\geq 1.08$ | $\geq 1.15$<br>$\leq 1.35$ | $\geq 1.08$ |

in CH heute üblich



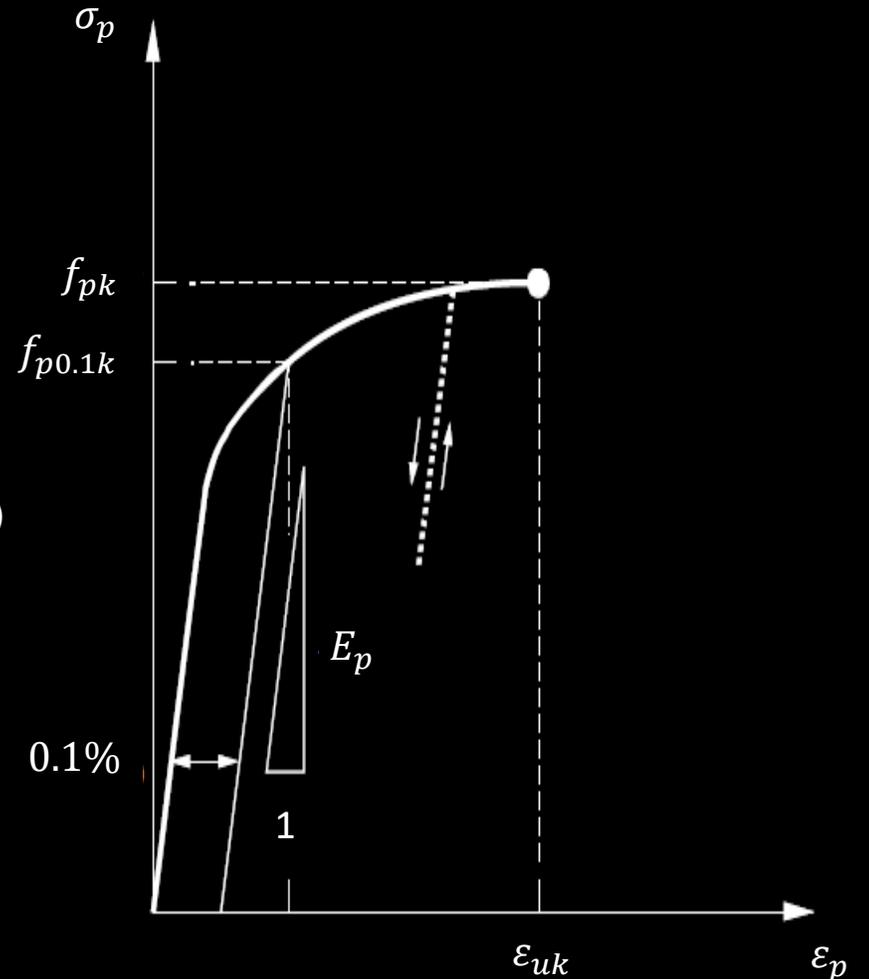
# Verhalten von Spannstahl

- Spannstahl verhält sich grundsätzlich ähnlich wie kaltverformter Betonstahl, Fließgrenze definiert bei 0.1% bleibender Dehnung
- Drähte und Stäbe  $E_p = 205$  GPa, Litzen  $E_p = 195$  GPa; generelle  $\varepsilon_{ud} = 2\%$
- Vorspannung in Schweiz auf  $\leq 0.7 \cdot f_{pk}$  (überspannen auf  $0.75 \cdot f_{pk}$  zulässig)
- Litzen in der Regel aus sieben Drähten
- In der Schweiz üblicher Spannstahl (Y... : Zugfestigkeit  $f_{pk}$  in MPa)

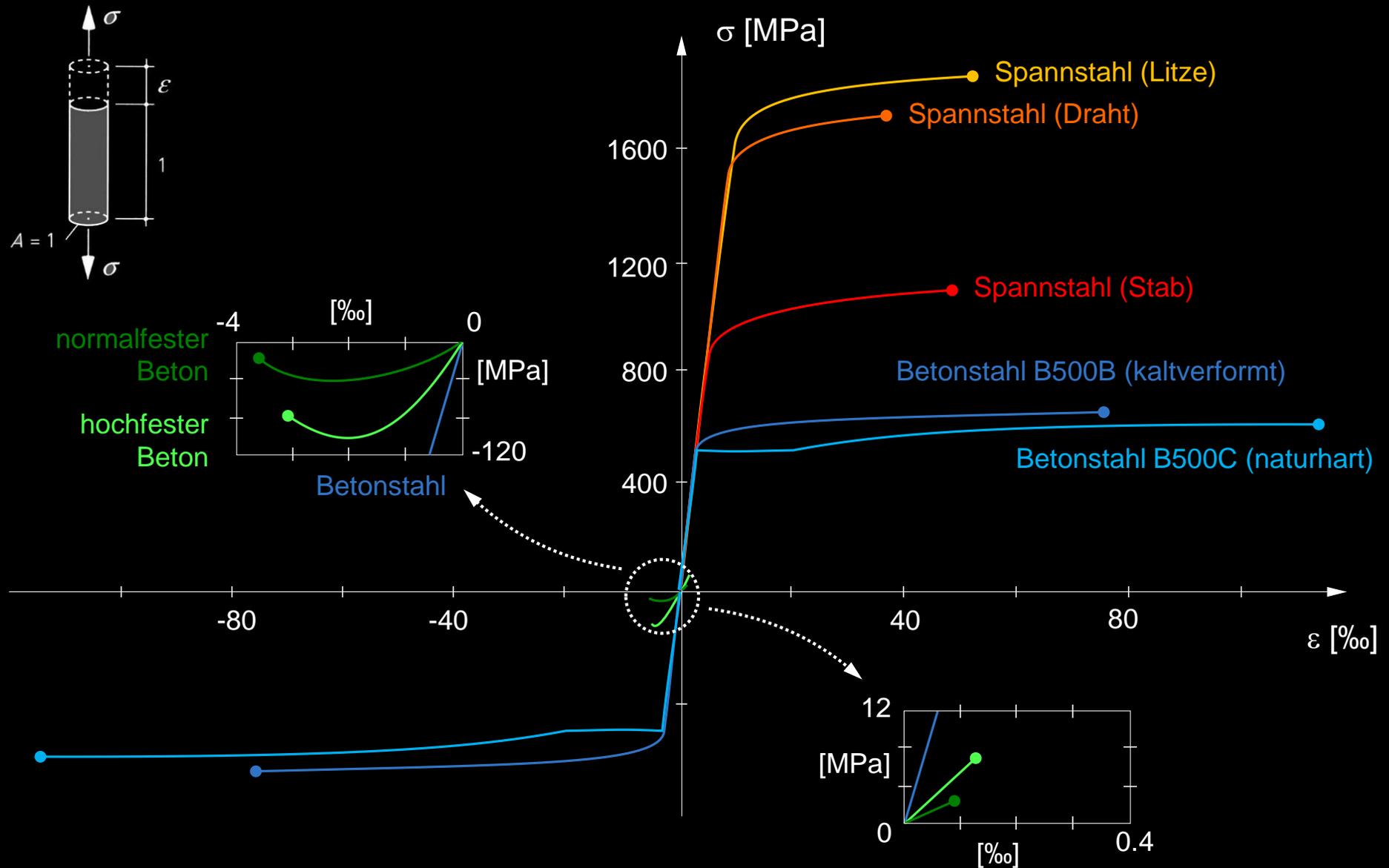
Litzen  $\varnothing 15.7$  mm,  $A_p = 150$  mm<sup>2</sup> ( $\varnothing 15.3$  mm, 140 mm<sup>2</sup>,  $\varnothing 12.9$  mm, 100 mm<sup>2</sup>)  
Y1860 oder Y1770

Stäbe  $\varnothing 20 / 26 / 32 / 36$  mm  
Y1030, Y1050, Y1230

Drähte  $\varnothing 3 \dots 10$  mm (Vorfabrikation)  
Y1570, Y1670, Y1770, Y1860



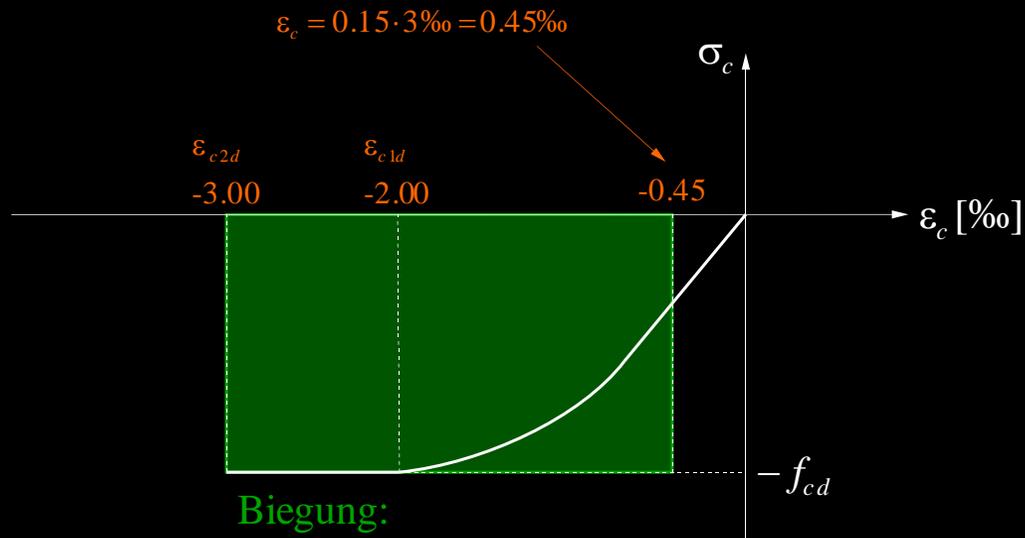
# Verhalten von Beton, Beton- und Spannstahl



# Verhalten von Beton und Bewehrung nach SIA 262

Beton

SIA 262, Tab. 8 / Ziffer 4.2.1.4



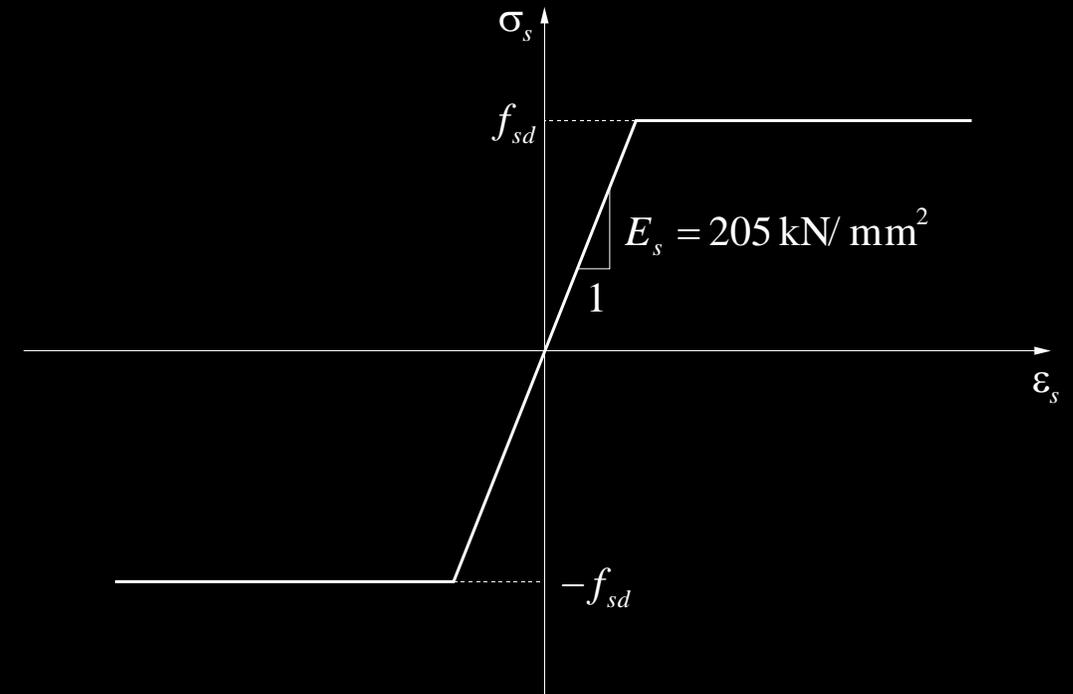
Biegung:

Rechteckiger Spannungsblock

$0.85x \cdot f_{cd}$  (Vereinfachung)

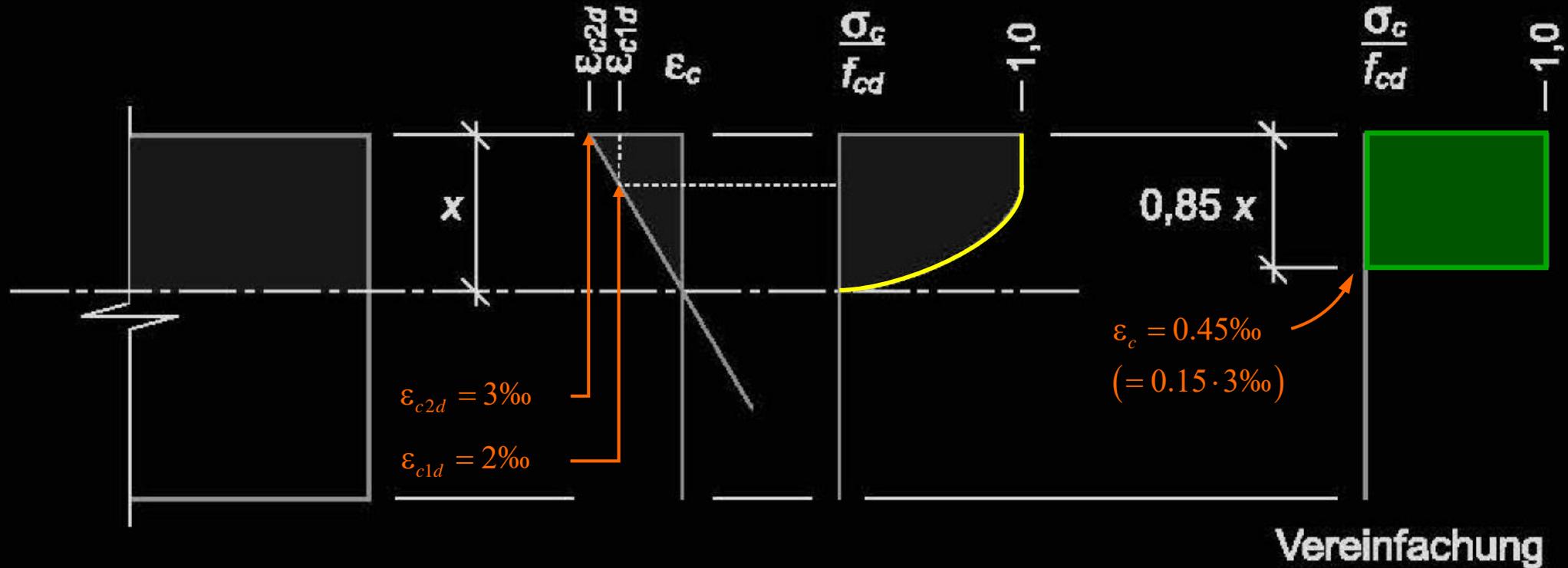
Betonstahl

SIA 262, Tab. 9 / Ziffer 4.2.2.1



# Verhalten von Beton nach SIA 262

Idealisierte Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Beton, SIA 262, Fig. 12

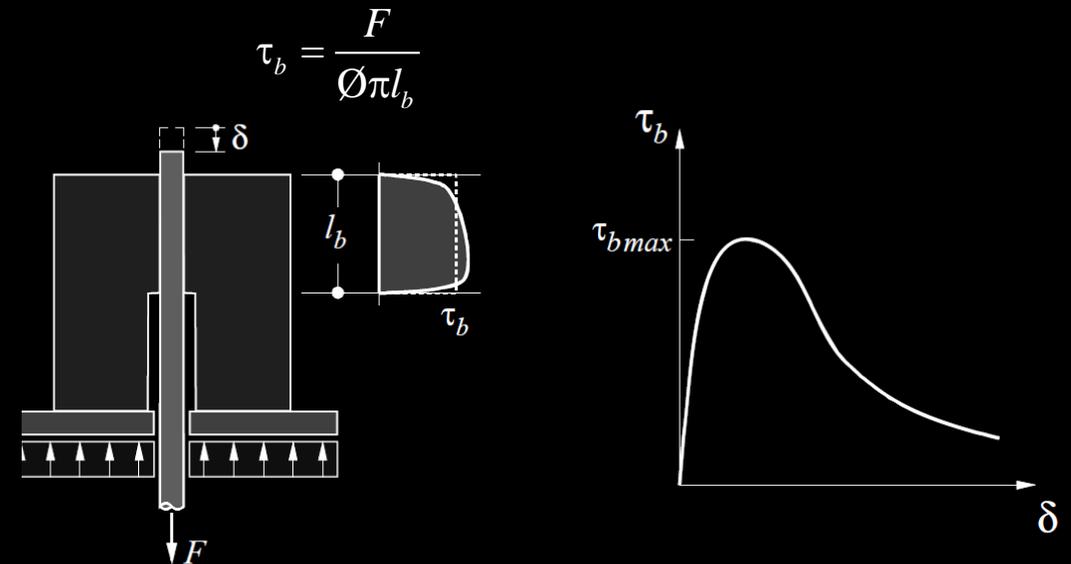
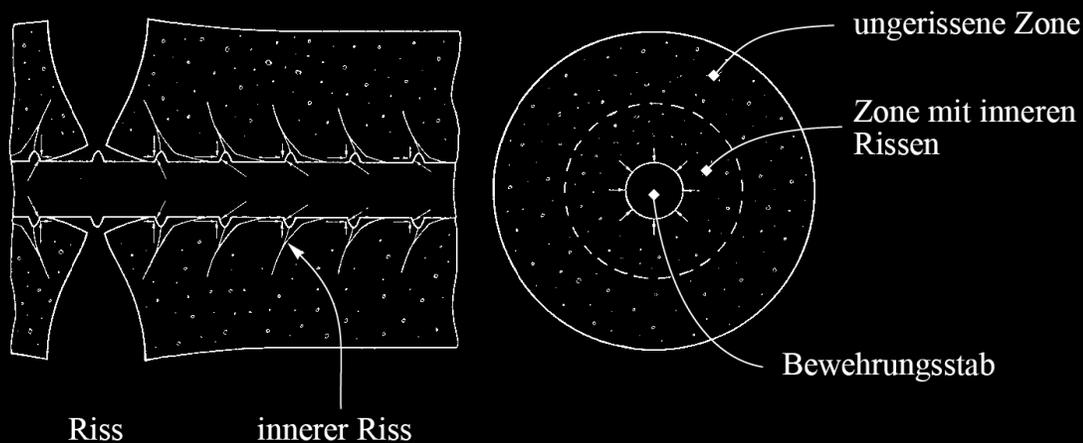


SIA 262, Formel 28: 
$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \frac{k_\sigma \zeta - \zeta^2}{1 + (k_\sigma - 2)\zeta} \quad \text{mit} \quad k_\sigma = \frac{E_{cd}}{400 f_{cd}} \quad \text{und} \quad \zeta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1d}}$$

Tragsicherheit (Biegung): **Rechteckiger Spannungsblock** ausreichend genau

# Verbund («bond» / «tension stiffening»)

- Verbund ist für das Verständnis des Tragverhaltens von Stahlbeton zentral
- Verzahnung der rauen, durch Rippen profilierten Staboberfläche mit dem Beton, Verhalten grundsätzlich komplex
- Vereinfachung: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung als «Stoffgesetz»
- Standardverbundversuch: mittlere Verbundspannung  $\tau_b = \frac{F}{\varnothing \pi l_b}$



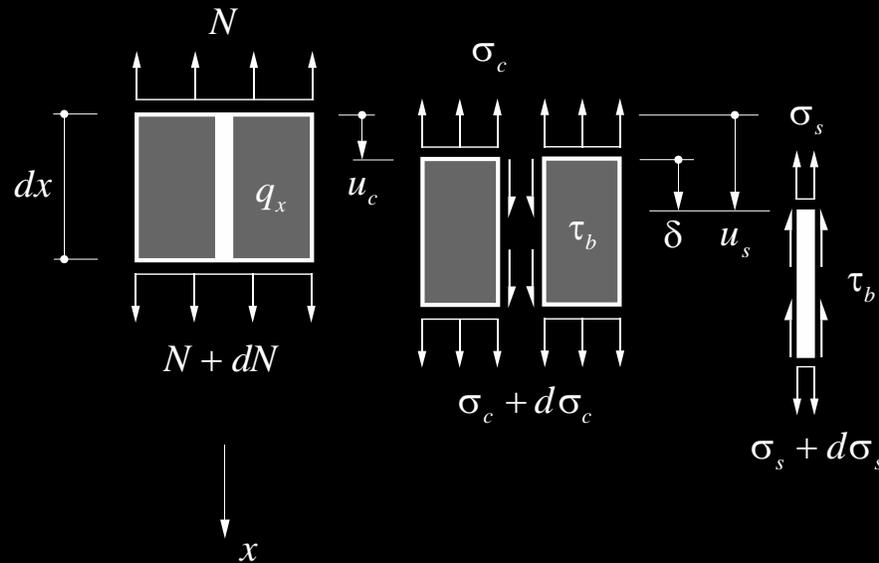
# Verbund («bond»)

- Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes**

Bezeichnungen: Schlupf  $\delta = u_s - u_c$ , Dehnungen  $\varepsilon_c = du_c/dx$ ,  $\varepsilon_s = du_s/dx$

Stabdurchmesser  $\varnothing$ , Querschnitte  $A_c$ ,  $A_s$  ( $A_c$ : Bruttoquerschnitt Beton inkl.  $A_s$ ) Bewehrungsgehalt  $\rho = A_s/A_c = \pi\varnothing^2/(4A_c)$ ,

Normalkraft  $N = N_c + N_s$



Gleichgewicht erfordert

$$\varnothing\pi dx\tau_b + q_x dx + A_c(1-\rho)d\sigma_c = 0$$

$$-\varnothing\pi dx\tau_b + \frac{\varnothing^2\pi}{4}d\sigma_s = 0$$

woraus

$$\frac{d\sigma_c}{dx} = -\frac{\varnothing\pi\tau_b + q_x}{A_c(1-\rho)} \quad \text{und} \quad \frac{d\sigma_s}{dx} = \frac{4\tau_b}{\varnothing}$$

und für linear elastisches Verhalten:

$$\frac{d\varepsilon_s}{dx} - \frac{d\varepsilon_c}{dx} = \frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{4\tau_b}{\varnothing E_s} + \frac{\varnothing\pi\tau_b + q_x}{A_c E_c(1-\rho)}$$