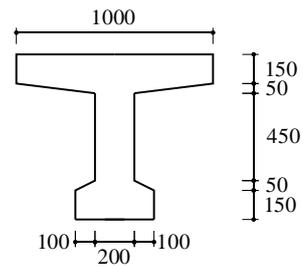


Baustoffe

Beton C30/37 $f_{cd} = 20 \text{ MPa}$; $f_{cm} = 2.9 \text{ MPa}$
 $E_{cm} = 33.6 \text{ GPa}$
 Betonstahl B500B $f_{sd} = 435 \text{ MPa}$
 $E_s = 205 \text{ GPa}$

Geometrie

Spannweite des Balkens: $l = 10 \text{ m}$
 Breite des Flansches: $b_f = 1'000 \text{ mm}$
 Breite des Steges: $b_w = 200 \text{ mm}$
 Dicke der Platte: $h = 240 \text{ mm}$
 Spannweite der Platte: $l_p = 6 \text{ m}$



a) Schnittgrößen, Biegebewehrung und Biegnachweis

Einwirkungen:

Eigenlast der Platte: $g'_{k0,p} = h \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Resultierende Linienlast auf Balken: $g_{k0,p} = g'_{k0,p} \cdot 6 \text{ m} = 36 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

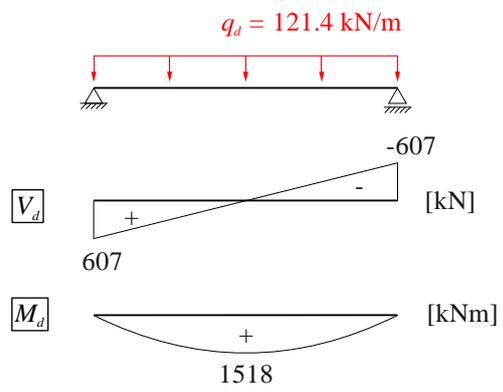
Eigenlast des Balkens: $A_c = 1000 \cdot 150 + 2 \cdot 50 \cdot 400 \cdot \frac{1}{2} + 550 \cdot 200 + 2 \cdot 50 \cdot 100 \cdot \frac{1}{2} + 150 \cdot 400 = 0.345 \text{ m}^2$
 $g_{k0,b} = A_c \cdot 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 8.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Auflast: $g_{k1} = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 6 \text{ m} = 12 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Nutzlast: $q_k = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 6 \text{ m} = 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Bemessungslast: $q_d = 1.35 \cdot (g_{k0,p} + g_{k0,b} + g_{k1}) + 1.5 \cdot q_k = 121.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Schnittkräfte und Biegebewehrung



Abschätzung der Bewehrung:

$A_{s,erf} \approx \frac{1518 \text{ kNm}}{0.8 \cdot 0.85 \text{ m} \cdot 435 \text{ N/mm}^2} \approx 5100 \text{ mm}^2$

Wahl $\rightarrow 4\text{Ø}30 + 4\text{Ø}26$
 $\rightarrow A_s = 4951 \text{ mm}^2$

Flächen der einzelnen Stäbe: $A_{\text{Ø}30} = 707 \text{ mm}^2$
 $A_{\text{Ø}26} = 531 \text{ mm}^2$

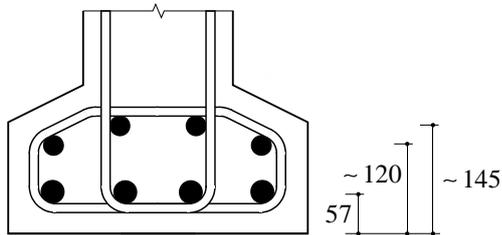
SIA 262
 Tab. 8
 Tab. 3
 3.1.2.3.3
 Tab. 9
 3.2.2.4

SIA 261,
 Tab. 30

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 2/7
Kolloquium 4	Musterlösung	an/17.11.2020 sk/ 19.11.2021 (rev) amr/21.06.2023 (rev)

Biege­widerstand in Feldmitte:

1:10



$$d = 850 - \frac{4 \cdot 707 \cdot 57 + 2 \cdot 531 \cdot (120 + 145)}{4 \cdot 707 + 4 \cdot 531} = 761 \text{ mm}$$

$$c = 0.85x = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{b_{fl} \cdot f_{cd}} = 107.7 \text{ mm} < 150 \text{ mm} \rightarrow \text{i.O.}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{c}{0.85 \cdot d} = 0.167 < 0.35 \rightarrow \text{i.O.}$$

$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{sd} \cdot \left(d - \frac{c}{2} \right) = 1522 \text{ kNm}$$

Nachweis: $M_{Rd} = 1522 \text{ kNm} > M_{d,max} = 1518 \text{ kNm}$

Zusätzlich muss nachgewiesen werden, dass die gewählte Bewehrung ausreichend ist zum Verhindern von Sprödbrech. Aus Platzgründen wird dieser Nachweis hier nicht explizit geführt.

b) Schubbewehrung im Steg

Mindestbewehrung im Steg:

$$\rho_{min} = 0.2\% \rightarrow a_{sw,min} = 0.002 \cdot 200 \text{ mm} = 400 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \hat{=} \text{Ø8@250}$$

NB: Dies ist sehr wenig Bewehrung und nach SIA 262, 5.5.2.2 nicht zulässig: $s \leq 25\text{Ø}$

NB: Nach SIA 262, 5.5.2.2 wäre sogar 0.1% ausreichend. Bei Neubauten sollte zugunsten der Robustheit wenn möglich 0.2% eingelegt werden.

Spannungsfeld und Fachwerkmodell:

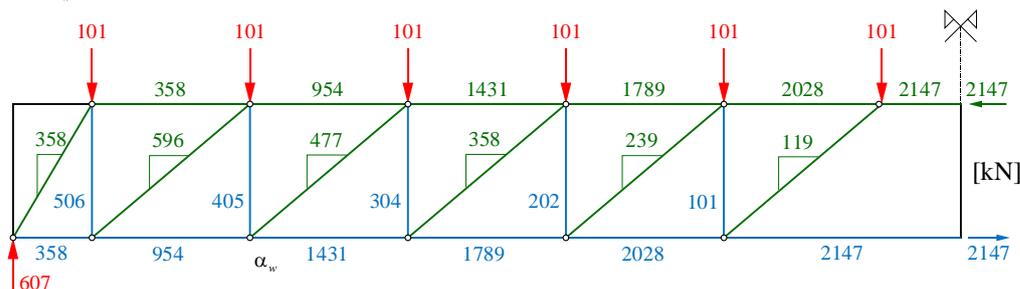
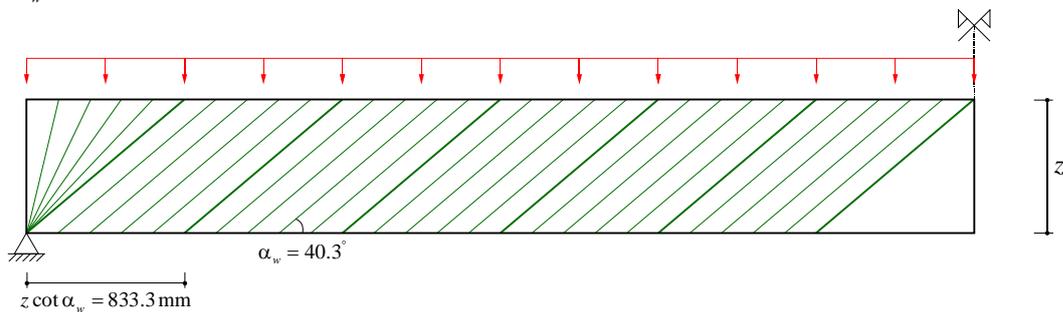
Der Winkel der Druckdiagonalen im Steg darf im Bereich $30^\circ \leq \alpha_w \leq 45^\circ$ frei gewählt werden. In diesem Fall wird er so gewählt, dass genau 5 Parallelfelder und ein Fächer auf der halben Spannweite des Trägers entstehen:

SIA 262, 4.3.3.3.2

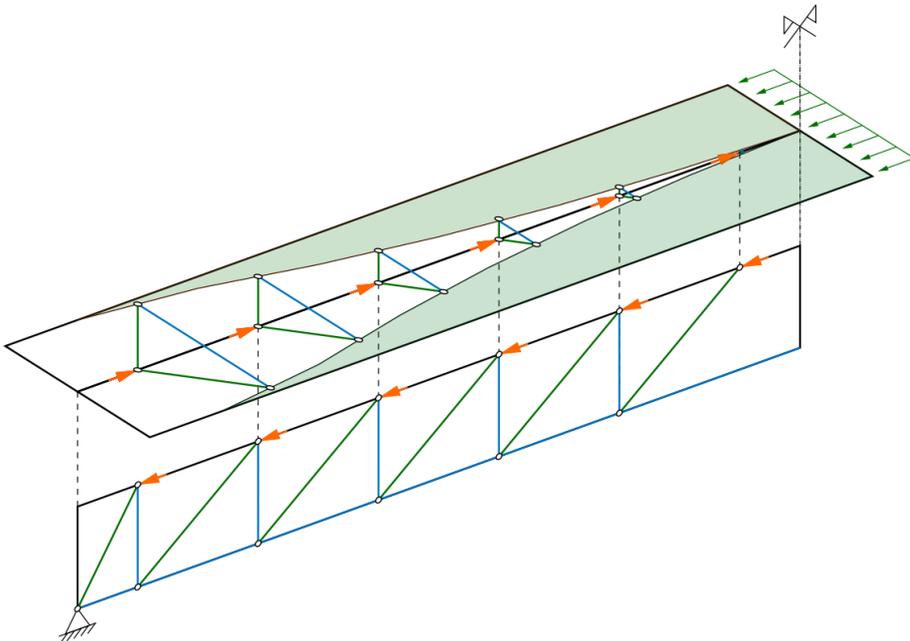
$$z \cot \alpha_w = \frac{L/2}{6} = 833.3 \text{ mm}$$

$$z = d - \frac{c}{2} = 707 \text{ mm}$$

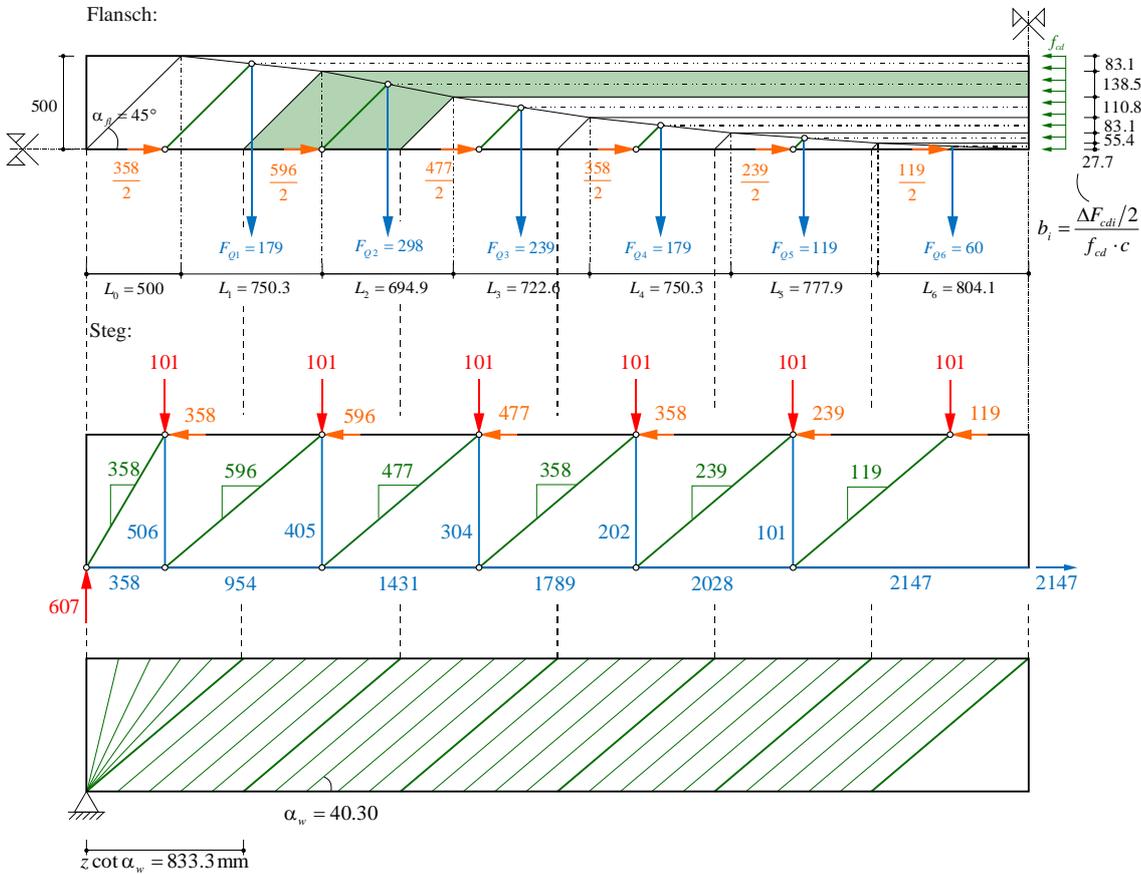
$$\alpha_w = 40.3^\circ$$



Kontrolle: $2147 \text{ kN} \cdot 707 \text{ mm} = 1517 \text{ kNm} = \frac{q_d \cdot L^2}{8}$ Moment aus FW entspricht der Beanspruchung!

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 3/7
Kolloquium 4	Musterlösung	an/17.11.2020 sk/ 19.11.2021 (rev) amr/21.06.2023 (rev)
<p>NB: Die massgebende Querkraft bei Querschnittsbetrachtung gemäss SIA 262, 4.3.3.4.1 wirkt im Abstand von $z \cot \alpha_w$ vom Auflager: $V_d = 607 \text{ kN} - q_d z \cot \alpha_w = 506 \text{ kN}$. Dies entspricht genau der Kraft in der massgebenden Zugstrebe aus dem Fachwerkmodell.</p> <p>Dimensionierung der Schubbewehrung:</p> $a_{sw,erf} = \frac{V_d}{z \cdot \cot(\alpha_w) \cdot f_{sd}} = 1395 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ <p>→ Wahl: 2-schnittige Bügel Ø12@150, $a_{sw} = 1508 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$</p> <p>Nachweise:</p> <p>Bewehrung: $V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{sd} \cdot z \cdot \cot \alpha_w = 547 \text{ kN} > V_d = 506 \text{ kN} \rightarrow \text{i.O.}$</p> <p>Beton: $V_{Rd,c} = k_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \sin \alpha_w \cdot \cos \alpha_w = 767 \text{ kN} > V_d = 506 \text{ kN} \rightarrow \text{i.O.}$</p> <p>Mit: $k_c = 0.55$ $b_w = 200 \text{ mm}$</p> <p>Zu verankernde Zugkraft beim Auflager:</p> <p>Aus dem Fachwerkmodell wird ersichtlich, dass eine Kraft von 358 kN über dem Auflager verankert werden muss. Dies entspricht einer Bewehrungsfläche von $A_{s,erf} = 358 \text{ kN} / f_{sd} = 823 \text{ mm}^2$.</p> <p>Zusätzlich gilt gemäss SIA 262, 5.5.2.5, dass mindestens 25% der Gurtbewehrung zu verankern sind, dies entspricht $A_{s,erf} = 4951 \text{ mm}^2 / 4 = 1238 \text{ mm}^2$. Es müssen somit 2Ø30 voll über dem Auflager verankert werden.</p> <p>NB: Die zu verankernde Zugkraft entspricht genau der Längszugkraft aus dem Versatzmass:</p> $F_{Vd} = \frac{V_d \cdot \cot \alpha_w}{2} = \frac{607 \text{ kN}}{2} \cdot \cot(40.3) = 358 \text{ kN}$ <p><u>c) Anschluss Druckflansch</u></p> <p>Die vom Steg eingeleiteten Kräfte müssen auf die gesamte Druckflanschbreite ausgebreitet werden. Es wird angenommen, dass die Druckkräfte vom Schwerpunkt der Druckzone ausgehend unter einem Winkel $25^\circ \leq \alpha_{fl} \leq 45^\circ$ in den Flansch eingeleitet werden, wodurch Querzug auftritt.</p>		<p>SIA 262 (43)</p> <p>SIA 262 (43)</p> <p>SIA 262 (45)</p> <p>4.2.1.7</p> <p>Stegdicke</p> <p>VL 3.4</p> <p>S. 23ff.</p> <p>SIA 262 (50)</p> <p>4.3.4.1.2</p>
		

Der Querzug im Flansch muss der Beanspruchung aus Querbiegung superponiert werden. Zur Ermittlung der Spreizkraft (Querzug) dient das nachfolgende Fachwerkmodell, bei dem die Ausdehnung der Druckstreben im Flansch berücksichtigt wird:



Die Konstruktion des Fachwerks im Flansch wird nun, beginnend beim Auflager, Schritt für Schritt aufgezeigt. Es wird mit $\alpha_f = 45^\circ$ gerechnet.

- Die erste Druckkraft aus dem Steg (358 kN) wird bei $\frac{z \cot \alpha_w}{2}$ vom Auflager in den Flansch eingeleitet. Von dort aus breitet sie sich unter 45° im Flansch aus. Die Breite des resultierenden Druckgurts in Längsrichtung des Trägers beträgt $b_1 = \frac{358 \text{ kN} / 2}{f_{cd} \cdot c} = 83.1 \text{ mm}$.
- Die Länge dieses ersten Parallelfeldes berechnet sich zu $L_1 = z \cot \alpha_w + \left(\frac{b_f}{2} - b_1 \right) \cdot \cot \alpha_f - \frac{b_f}{2} \cdot \cot \alpha_f = 833.3 + (500 - 83.1) - 500 = 750.3 \text{ mm}$
- Nun kann die resultierende Querzugkraft berechnet werden: Die Kraft in der Strebe muss dem Längsanteil der Druckkraft entsprechen: $F_{Q1} = \frac{F_{cd, \text{längs}}}{2} \cdot \tan(\alpha_f) = \frac{358 \text{ kN}}{2} \cdot \tan(45^\circ) = 179 \text{ kN}$. Um die Querzugkraft pro Meter zu bekommen, muss diese nun durch die Länge dieses Parallelfeldes geteilt werden: $f_{Q1} = \frac{F_{Q1}}{L_1} = 238 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$
- Analog können nun die restlichen Streben aus dem Steg ausgebreitet werden. Die resultierenden Druckgurte mit Breite $b_i = \frac{\Delta F_{cdi} / 2}{f_{cd} \cdot c}$, wobei $\Delta F_{cdi} = [358 \text{ kN}, 596 \text{ kN}, 477 \text{ kN} \dots]$ der Kraft aus den Streben entspricht, kommen dabei jeweils angrenzend an den vorherigen Druckgurt zu liegen.

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 5/7
Kolloquium 4	Musterlösung	an/17.11.2020 sk/ 19.11.2021 (rev) amr/21.06.2023 (rev)

Die Länge der entsprechenden Parallelfelder beträgt:

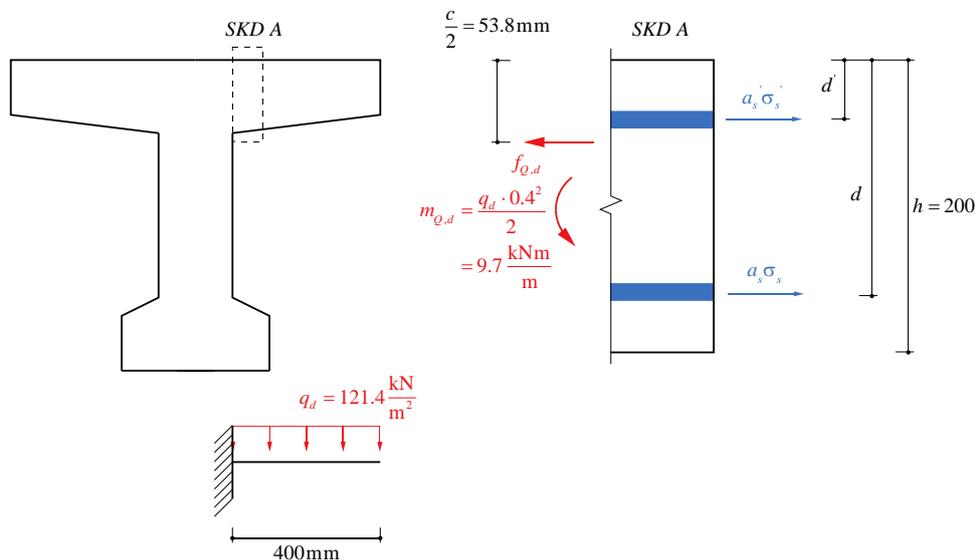
$$L_i = i \cdot z \cot \alpha_w + \left(L_0 - \sum_{k=1}^i b_k \right) \cdot \cot \alpha_{fl} - \sum_{k=0}^{i-1} L_k \quad \text{und die massgebende Querkzugkraft berechnet sich}$$

$$\text{zu } f_{Qi} = \frac{\Delta F_{cdi} \cdot \tan(\alpha_{fl}) / 2}{L_i}$$

$$\text{Die grösste Querkzugkraft entsteht im Feld 2: } f_{Q,d} = f_{Q2} = \frac{298 \text{ kN}}{0.6949 \text{ m}} = 429 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Querbiegung und Querzug im Flansch:

Für den Nachweis der Biegetragsicherheit des Flanschs in Querrichtung werden die Flanschkhälften als Kragarme modelliert, welche im Steg eingespannt sind. Die resultierenden Kräfte aus Querbiegung müssen jenen des Querzugs superponiert werden. Analysiert wird hier der «Einspannquerschnitt» vom Flansch mit Höhe 200 mm.



Die Flächenlast auf dem Oberflansch berechnet sich aus der Linienlast am Stabsystem, geteilt durch die Fläche des Flansches: $q_d [\text{kN/m}^2] = \frac{q_d [\text{kN/m}]}{b_{fl} [\text{m}]} = \frac{121.4 \text{ kN/m}}{1 \text{ m}} = 121.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Das daraus resultierende Moment in Querrichtung ist: $m_{Q,d} = \frac{q_d \cdot \left(\frac{(b_{fl} - b_w)}{2} \right)^2}{2} = 9.7 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Mindestbewehrung im Flansch:

$$\text{Annahme: } \varnothing = 8 \text{ mm} \rightarrow d = h - c_{nom} - \frac{\varnothing}{2} = 166 \text{ mm}; d' = c_{nom} + \frac{\varnothing}{2} = 34 \text{ mm}$$

$$m_r = \frac{\bar{b} \cdot h^2}{6} \cdot f_{ctd} = \frac{\bar{b} \cdot h^2}{6} \cdot k_t \cdot f_{ctk0.95} \approx \frac{\bar{b} \cdot h^2}{6} \cdot 1.3 \cdot f_{cm} = 25.1 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

$$a_{s,erf} \approx \frac{m_r}{f_{sd} \cdot 0.9d} = 387 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \rightarrow \text{Wahl: } \varnothing 8 @ 125, \quad a_s = a'_s = 402 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$c_q = \frac{a_s f_{sd}}{b \cdot f_{cd}} = 8.74 \text{ mm}$$

$$\frac{x_q}{d} = \frac{c_q}{0.85 \cdot d} = 0.06 < 0.35 \rightarrow \text{i.O.}$$

$$m_{Rd} = \left(d - \frac{c_q}{2} \right) \cdot a_s \cdot f_{sd} = 28.3 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} > m_r = 25.1 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Annahme
 $k_t=1.0$
(konservativ)

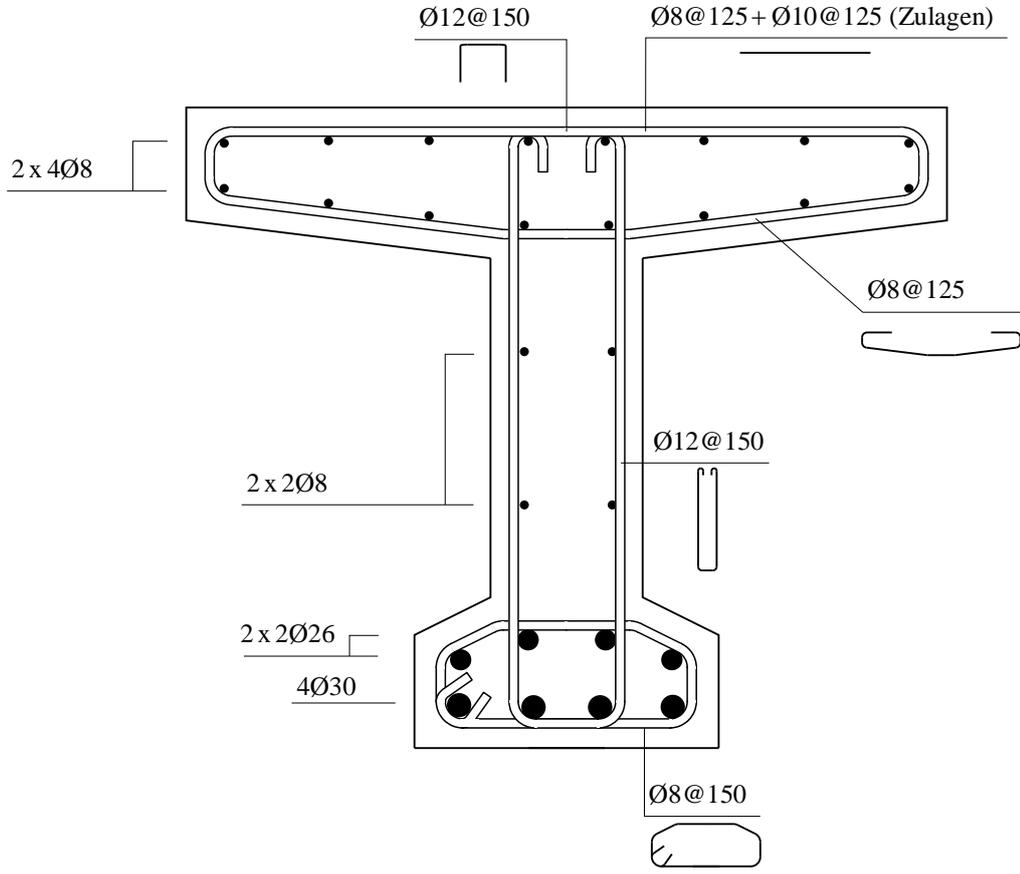
Druckblock
in
Querrichtung

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 6/7
Kolloquium 4	Musterlösung	an/17.11.2020 sk/ 19.11.2021 (rev) amr/21.06.2023 (rev)
<p>Dimensionierung der oberen Flanschquerbewehrung:</p> <p>Vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend wird der Betondruck in der Gleichgewichtsbetrachtung vernachlässigt (unterer Grenzwert).</p> $\sum M = 0: f_{Q,d} \left(d - \frac{c}{2} \right) + m_{Q,d} = a'_s \cdot \sigma'_s (d - d')$ <p>Grenzwertbetrachtung: die obere Bewehrung fließt $\rightarrow \sigma'_s = f_{sd}$</p> $a'_{s,erf} = \frac{f_{Q,d} \left(d - \frac{c}{2} \right) + m_{Q,d}}{f_{sd} (d - d')} = \frac{429 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (166\text{mm} - 53.8\text{mm}) + 9.7 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}}{435\text{N/mm}^2 \cdot (166\text{mm} - 34\text{mm})} = 1007 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ <p>Wahl der oberen Bewehrung: $\emptyset 8 @ 125$, $a_{s,min} = 402 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$</p> $+ \text{Zulagen } \emptyset 10 @ 125, \quad \Delta a = 628 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ $\rightarrow a'_s = 1030 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$ <p>Die zuvor getroffene Annahme $\emptyset 8$ trifft nicht zu. Die Ermittlung der notwendigen Bewehrung muss somit noch einmal mit $\emptyset 10$ durchgeführt werden.</p> $d' = \frac{34\text{mm} \cdot 402 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} + 35\text{mm} \cdot 628 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}}{1030 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}} = 34.6\text{mm}$ $a'_{s,erf} = \frac{f_{Q,d} \left(d - \frac{c}{2} \right) + m_{Q,d}}{f_{sd} (d - d')} = 1012 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} < a_s = 1030 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \rightarrow \text{i.O.}$ <p>Dimensionierung der unteren Flanschquerbewehrung:</p> $\sum H = 0: a_s \sigma_s + a'_s f_{sd} = f_{Q,d}$ <p>Resultierende Spannung in der unteren Flanschbewehrung, falls die Mindestbewehrung eingelegt wird ($a_s = a_{s,min}$): $\sigma_s = \frac{f_{Q,d} - a'_s f_{sd}}{a_{s,min}} = -57.3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > -f_{sd} \rightarrow \text{i.O.}$</p> <p>$\rightarrow$ Die Mindestbewehrung ist ausreichend für die untere Lage</p> <p>Zusätzlich muss noch der Nachweis für die Querkraft im Flansch (ohne Querkraftbewehrung, wirkt als schlanke Platte) geführt werden, wobei auch die positive Wirkung des geneigten Untergurtes berücksichtigt werden darf. Aus Platzgründen wird dieser Nachweis hier nicht explizit geführt.</p>		<p>Momenten- GGW um untere Bew.</p>

Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 7/7
Kolloquium 4	Musterlösung	an/17.11.2020 sk/ 19.11.2021 (rev) amr/21.06.2023 (rev)

d) Bewehrungsskizzen

Querschnitt 1:10



Längsschnitt 1:50

