SIA 262

Baustoffe

Beton C30/37

$f_{cd} = 20\,\text{MPa}$ (Tab. 8)

$f_{cm} = 38\,\text{MPa}$ (Tab. 3)

$E_{cm} = k_E \sqrt[3]{f_{cm}} \approx 33.6\,\text{GPa}$ (Annahme $k_E = 10'000$) (3.1.2.3.3)

$\varepsilon_{c2d} = 3‰$ (Tab. 8)

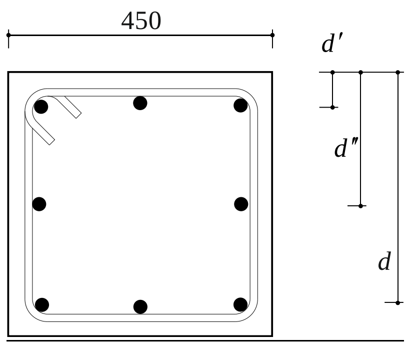
Betonstahl B500B

$f_{sd} = 435\,\text{MPa}$ (Tab. 9)

$E_s = 205\,\text{GPa}\;;\; \varepsilon_{sy} = \dfrac{f_{sd}}{E_s} = 2.12‰$ (3.2.2.4)

Wertigkeit $n = \dfrac{E_s}{E_{cm}} = 6.1$

Geometrie



$A_s = 1'593\,\text{mm}^2$

$A_s' = 1'593\,\text{mm}^2$

$A_s'' = 1'062\,\text{mm}^2$

$d = 450\,\text{mm} - 67.7\,\text{mm} = 382.3\,\text{mm}$

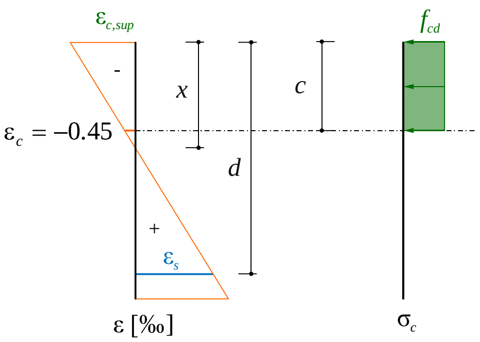
$d' = 67.7\,\text{mm}$

$d'' = \dfrac{450\,\text{mm}}{2} = 225\,\text{mm}$

a) M-N-Interaktionsdiagramm

Theorie Rechteckspannungsblock:

Da in diesem Kolloquium die Dehnungen im Stahl sowohl in der Druck- als auch in der Zugzone auf die Fliessdehnung begrenzt werden, erreicht die maximale Betonstauchung in der Druckzone nicht zwingend 3‰. In diesem Fall wird für den Biegenachweis nicht der Rechteck-Spannungsblock mit Höhe 0.85x angesetzt, sondern der allgemeine Rechteckspannungsblock mit der Bedingung, dass die Spannung weiterhin bei $(1-0.85)\cdot\varepsilon_{c2d} = 0.15\cdot 3‰ = 0.45‰$ von 0 auf f_{cd} springt (vgl. ML HU2, Aufgabe 2.b):



$$c = x\cdot\left(1-\frac{0.45‰}{|\varepsilon_{c,sup}|}\right)$$

$$|\varepsilon_{c,sup}| = \frac{\varepsilon_s}{d-x}\cdot x$$

$$\rightarrow\; c = x - \frac{0.45‰}{\varepsilon_s}\cdot(d-x)$$

Merke, dass für den Fall $\varepsilon_{c,sup} = 3‰$ gilt:

$$c = x\cdot\left(1-\frac{0.45‰}{3‰}\right) = 0.85x$$

1) $\varepsilon_s = \varepsilon_s' = \varepsilon_s'' = -\varepsilon_{sy} = -2.12‰$, $\chi = 0$ (reiner Druck)

$$N_{Rd}^{-} = -A_c\cdot f_{cd} - A_{s,tot}\cdot\left(f_{sd}-f_{cd}\right) = -(450\,\text{mm})^2\cdot 20\,\text{MPa} - 8\cdot 531\,\text{mm}^2\cdot\left(435\,\text{MPa}-20\,\text{MPa}\right) = -5'813\,\text{kN}$$

2) $\varepsilon_s' = -\varepsilon_{sy} = -2.12‰$, $x = d$ (Neutralachse bei unterer Bewehrung)

$$\left|\varepsilon_{c,sup}\right| = \frac{2.12‰}{d-d'} \cdot d = 2.58‰ < 3‰ \rightarrow \text{i.O.}$$

$$\left|\varepsilon''\right| = \frac{2.12‰}{d-d'} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) = 1.06‰$$

$$c = x \cdot \left(1 - \frac{0.45‰}{\left|\varepsilon_{c,sup}\right|}\right) = 315.6\,\text{mm}$$

$$F_s = 0$$

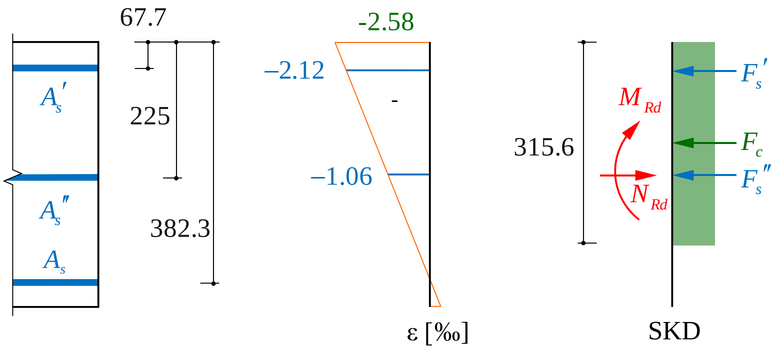
$$F_s' = A_s' \cdot (f_{sd} - f_{cd}) = 661\,\text{kN}$$

$$F_s'' = A_s'' \cdot \left(E_s \cdot \left|\varepsilon_s''\right| - f_{cd}\right) = 210\,\text{kN}$$

$$F_c = c \cdot b \cdot f_{cd} = 2'840\,\text{kN}$$

$$N_{Rd} = F_c + F_s + F_s' + F_s'' = 3'711\,\text{kN} \rightarrow N_{Rd}^- = -3'711\,\text{kN}$$ Σ N

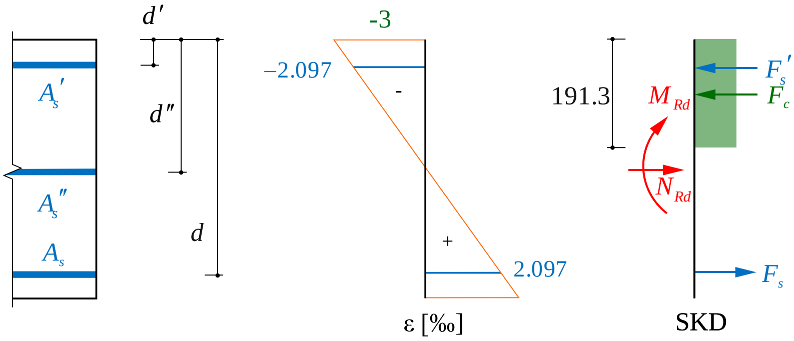
$$M_{Rd} = \left(\frac{h}{2} - d'\right) \cdot F_s' + \left(\frac{h}{2} - \frac{c}{2}\right) \cdot F_c = 295\,\text{kNm}$$ Σ M



3) $\varepsilon_c = -3‰$, $x = h/2$ (Neutralachse bei mittlerer Bewehrung)

$$\left|\varepsilon_s\right| = \left|\varepsilon_s'\right| = \frac{3‰}{h/2} \cdot (h/2 - d') = 2.097‰ < \varepsilon_{sy}$$

Entspricht nicht genau Punkt 3 in VL3.3, S.23 Unterschied sehr klein: $\varepsilon_s = 2.097‰ \Leftrightarrow \varepsilon_{sy} = 2.12‰$



$$F_s = A_s \cdot (E_s \cdot \varepsilon_s) = 685\,\text{kN}\,;\; F_s' = A_s' \cdot \left(E_s \cdot \varepsilon_s' - f_{cd}\right) = 653\,\text{kN}$$

$$F_s'' = 0$$

$$F_c = 0.85 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = 1'721\,\text{kN}$$

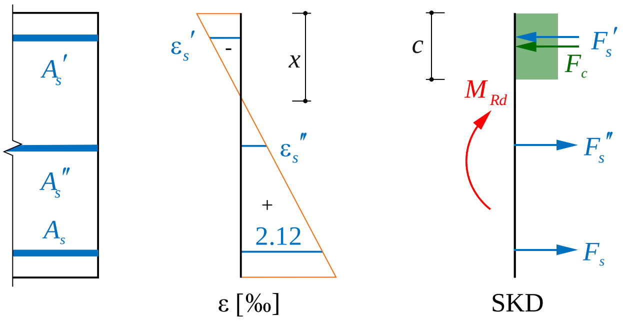
$$N_{Rd} = F_c - F_s + F_s' + F_s'' = 1'689\,\text{kN} \rightarrow N_{Rd}^- = -1'689\,\text{kN}$$

$$M_{Rd} = \left(\frac{h}{2} - d'\right) \cdot F_s' + \left(\frac{h}{2} - 0.85 \cdot \frac{x}{2}\right) \cdot F_c + \left(d - \frac{h}{2}\right) \cdot F_s = 433\,\text{kNm}$$

4) ε_s = 2.12 ‰, $N = 0$ (reine Biegung)

In diesem Zustand ist, im Gegensatz zu den Zuständen 1-3, die Dehnungsebene nicht vorgegeben. Die einzige bekannte Dehnung ist diejenige der Hauptzugbewehrung. Für die Dehnungen der übrigen Bewehrungslagen und des Betons in der Druckzone müssen Annahmen getroffen werden (welche Bewehrungslagen sind unter Zug, welche unter Druck, welche am Fliessen?). Basierend auf diesen Annahmen wird dann der Querschnitt gerechnet und zum Schluss wird überprüft, ob die eingangs getroffenen Annahmen korrekt sind. Falls nicht, ist eine Iteration erforderlich.

Im Folgenden wird angenommen, dass die Bewehrungen A_s' und A_s'' elastisch bleiben und im Beton ein Rechteckspannungsblock mit Höhe c gem. Seite 1 angesetzt werden darf. Des Weiteren wird angenommen, dass $d' < x < h/2$, womit die mittlere Bewehrung unter Zug, die oberste aber unter Druck ist.



Gleichgewicht als Funktion der Druckzonenhöhe x:

$$\varepsilon_s = 2.12‰ \qquad F_s = A_s \cdot f_{sd} = 693\,\text{kN}$$

$$\varepsilon_s' = -\frac{x-d'}{d-x}\cdot 2.12‰ \qquad F_s' = A_s' \cdot \left(|\varepsilon_s'| \cdot E_s - f_{cd}\right)$$

$$\varepsilon_s'' = \frac{d''-x}{d-x}\cdot 2.12‰ \qquad F_s'' = \varepsilon_s'' \cdot A_s'' \cdot E_s$$

$$c = x - \frac{0.45‰}{2.12‰}\cdot(d-x) \qquad F_c = c \cdot b \cdot f_{cd}$$

$$\sum H = F_c - F_s + F_s' - F_s'' = 0 \qquad \rightarrow \qquad x = 132.5\,\text{mm}$$

Überprüfen der Annahmen und Ausrechnen der Kräfte:

$$\varepsilon_s = 2.12‰ \qquad F_s = A_s \cdot f_{sd} = 693\,\text{kN}$$

$$\varepsilon_s' = -\frac{x-d'}{d-x}\cdot 2.12‰ = -0.55‰ > -\varepsilon_{sy} \rightarrow \text{i.O.} \qquad F_s' = A_s' \cdot \left(|\varepsilon_s'| \cdot E_s - f_{cd}\right) = 148\,\text{kN}$$

$$\varepsilon_s'' = \frac{d''-x}{d-x}\cdot 2.12‰ = 0.79‰ < \varepsilon_{sy} \rightarrow \text{i.O.} \qquad F_s'' = \varepsilon_s'' \cdot A_s'' \cdot E_s = 171\,\text{kN}$$

$$c = x - \frac{0.45‰}{2.12‰}\cdot(d-x) = 79.5\,\text{mm} \qquad F_c = c \cdot b \cdot f_{cd} = 716\,\text{kN}$$

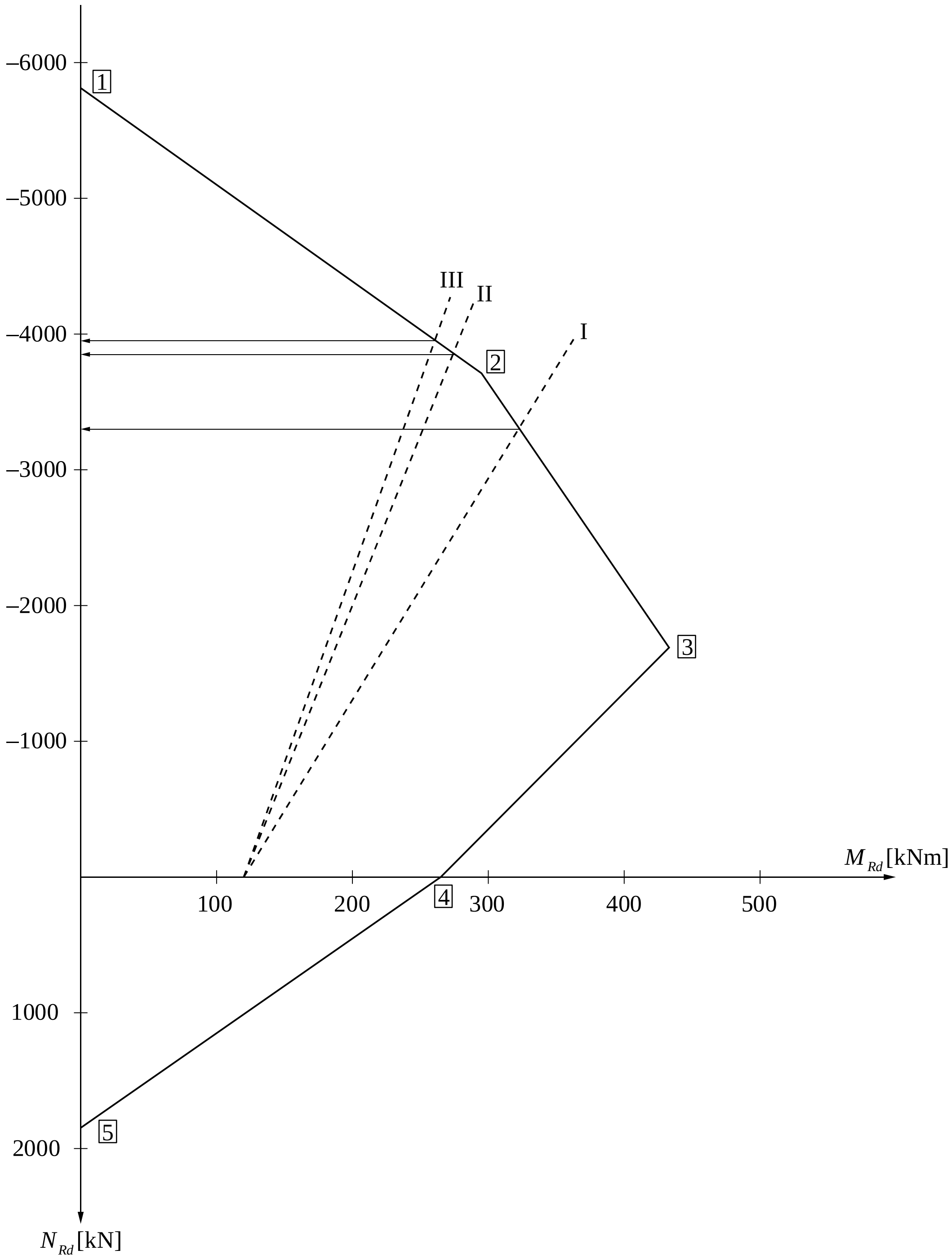
$$\varepsilon_{c,sup} = -\frac{2.12‰}{d-x}\cdot x = -1.12‰ > -3‰ \rightarrow \text{i.O.}$$

$$d' = 67.7\,\text{mm} < x = 132.5\,\text{mm} < d'' = 225\,\text{mm} \rightarrow \text{i.O.}$$

$$M_{Rd} = (693\,\text{kN} + 148\,\text{kN})\cdot(225\,\text{mm} - 67.7\,\text{mm}) + 716\,\text{kN}\cdot\left(225\,\text{mm} - \frac{79.5\,\text{mm}}{2}\right) = 265\,\text{kNm}$$

5) ε_s = 2.12 ‰, $\chi = 0$ (reiner Zug)

$$N_{Rd}^{\ +} = \left(A_s + A_s' + A_s''\right) \cdot f_{sd} = 1'848\,\text{kN}$$



Stahlbeton I	Herbstsemester	Seite 5/6
Kolloquium 3	Musterlösung	an/22.10.2020 amr/ 24.10.2022(rev.)

SIA 262

b) Normalkraftwiderstand unter Querbelastung

Geometrische Imperfektionen: $e_{0d} = max\left\{\alpha_i \cdot \frac{l_{cr}}{2}, \frac{d}{30}\right\}, \frac{1}{200} \geq \alpha_i = \frac{0.01}{\sqrt{l}} \geq \frac{1}{300}$ — 4.3.7.5, 4.1.3.2

$$e_{0d} = max\left\{\frac{1}{300} \cdot \frac{6\,\text{m}}{2} = 10.0\,\text{mm}, \frac{382.3\,\text{mm}}{30} = 12.7\,\text{mm}\right\} = 12.7\,\text{mm}$$

Moment 1. Ordnung: $M_{1d} = \frac{H_d l}{8} = \frac{80\,\text{kN} \cdot 12\,\text{m}}{8} = 120\,\text{kNm}$

1. Abschätzung (Konservative Annahme, dass sowohl Druck- als auch Zugbewehrung gerade fliessen):

$$\chi_d = \frac{2 f_{sd}}{E_s \cdot (d - d')} = \frac{2 \cdot 435\,\text{MPa}}{205\,\text{GPa} \cdot (382.3\text{mm} - 67.7\text{mm})} = 13.49\,\frac{\text{mrad}}{\text{m}}$$ 4.3.7.8

$$e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^{\ 2}}{\pi^2} = 13.49\,\frac{\text{mrad}}{\text{m}} \cdot \frac{(6\text{m})^2}{\pi^2} = 49.2\,\text{mm}$$ 4.3.7.7, 4.3.7.12

$$M_d = M_{1d} - N_d \cdot (e_{0d} + e_{2d}) = 120\,\text{kNm} - N_d \cdot 61.9\,\text{mm}$$

$\rightarrow$ Gerade I in Diagramm

$\rightarrow$ ablesen: $N_{Rd} = \underline{\underline{-3'300\,\text{kN}}}$

Querschnittsanalyse mit $N_d = -3'300\,\text{kN}$

Es wird angenommen, dass bei A_s' genau die Fliessdehnung erreicht wird und dass die übrigen Bewehrungen elastisch bleiben. Des weiteren wird angenommen, dass $h/2 < x < d$ (da sich der Punkt gemäss dem Interaktionsdiagramm zwischen Punkt 2 und 3 befindet), womit die mittlere Bewehrung unter Druck, die untere aber unter Zug ist.

Gleichgewicht als Funktion der Druckzonenhöhe *x*:

$\varepsilon_s' = -2.12‰$ $\qquad F_s' = A_s' \cdot (f_{sd} - f_{cd}) = 661\,\text{kN}$

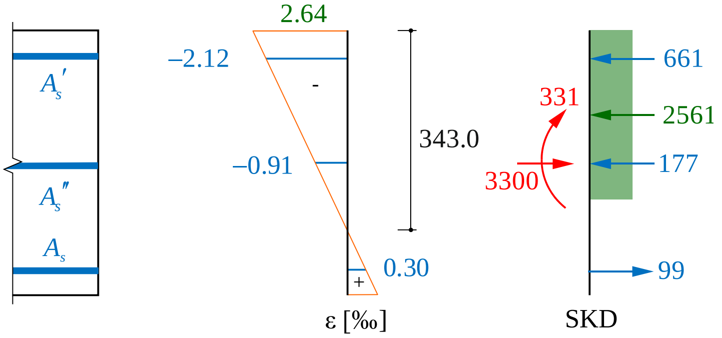
$\varepsilon_{c,\sup} = -\frac{x}{x - d'} \cdot 2.12‰$

$c = x \cdot (1 - -\frac{0.45‰}{|\varepsilon_{c,\sup}|})$ $\qquad F_c = c \cdot b \cdot f_{cd}$

$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x - d'} \cdot 2.12‰$ $\qquad F_s = A_s \cdot \varepsilon_s \cdot E_s$

$\varepsilon_s'' = -\frac{x - d''}{x - d'} \cdot 2.12‰$ $\qquad F_s'' = A_s'' \cdot (|\varepsilon_s''| \cdot E_s - f_{cd})$

$$\sum H = F_c - F_s + F_s' + F_s'' = 3300\,\text{kN} \quad \rightarrow \quad x = 343.0\,\text{mm}$$



$$\chi_d = \frac{2.12‰}{x - d'} = 7.71\,\frac{\text{mrad}}{\text{m}}$$

Überprüfen der Annahmen und Ausrechnen der Kräfte:

$$\varepsilon_s' = -2.12‰ \qquad F_s' = A_s' \cdot (f_{sd} - f_{cd}) = 661\,\mathrm{kN}$$

$$\varepsilon_{c,\sup} = -\frac{x}{x-d'} \cdot 2.12‰ = -2.64‰ > -3‰ \rightarrow \text{i.O.}$$

$$c = x \cdot (1 - -\frac{0.45‰}{|\varepsilon_{c,\sup}|}) = 284.6\,\mathrm{mm} \qquad F_c = c \cdot b \cdot f_{cd} = 2561\,\mathrm{kN}$$

$$\varepsilon_s = \frac{d-x}{x-d'} \cdot 2.12‰ = 0.30‰ < \varepsilon_{sy} \rightarrow \text{i.O.} \qquad F_s = A_s \cdot \varepsilon_s \cdot E_s = 99\,\mathrm{kN}$$

$$\varepsilon_s'' = -\frac{x-d''}{x-d'} \cdot 2.12‰ = -0.91‰ > -\varepsilon_{sy} \rightarrow \text{i.O.} \qquad F_s'' = A_s'' \cdot (|\varepsilon_s''| \cdot E_s - f_{cd}) = 177\,\mathrm{kN}$$

$$h/2 = 225\,\mathrm{mm} < x = 343.0\,\mathrm{mm} < d = 382.3\,\mathrm{mm} \rightarrow \text{i.O.}$$

$$M_{Rd} = (661\,\mathrm{kN} + 99\,\mathrm{kN}) \cdot (225\,\mathrm{mm} - 67.7\,\mathrm{mm}) + 2561\,\mathrm{kN} \cdot \left(225\,\mathrm{mm} - \frac{284.6\,\mathrm{mm}}{2}\right) = 331\,\mathrm{kNm}$$

1. Iteration:

$$e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{\pi^2} = 7.71\frac{\mathrm{mrad}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{(6\,\mathrm{m})^2}{\pi^2} = 28.1\,\mathrm{mm}$$

$$M_d = M_{1d} - N_d \cdot (e_{0d} + e_{2d}) = 120\,\mathrm{kNm} - N_d \cdot 40.8\,\mathrm{mm}$$

$\rightarrow$ Gerade II

$\rightarrow$ ablesen: $N_{Rd} = \underline{\underline{-3'850\,\mathrm{kN}}}$

Querschnittsanalyse mit $N_d = -3'850\,\mathrm{kN} \rightarrow M_{Rd} = 281\,\mathrm{kNm}$, $\chi_d = 6.46\frac{\mathrm{mrad}}{\mathrm{m}}$

Situation sehr ähnlich zu Punkt 2 im Interaktions-diagramm

2. Iteration:

$$e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{\pi^2} = 6.46\frac{\mathrm{mrad}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{(6\,\mathrm{m})^2}{\pi^2} = 23.6\,\mathrm{mm}$$

$$M_d = M_{1d} - N_d \cdot (e_{0d} + e_{2d}) = 120\,\mathrm{kNm} - N_d \cdot 36.3\,\mathrm{mm}$$

$\rightarrow$ Gerade III

$\rightarrow$ ablesen: $N_{Rd} = \underline{\underline{-3'950\,\mathrm{kN}}}$

Vorgehen analog

Abbruch der Iteration, da Zuwachs klein (ca. 2.5%).

Nomenklatur		
Parameter	***Einheit***	***Beschreibung***
Querschnittsbetrachtung		
c	mm	*Höhe des Rechteck-Spannungsblocks. 0.85x bei* $\varepsilon_c=\varepsilon_{c2d}$
n	-	*Wertigkeit: Verhältnis der E-Moduli von Bewehrung und Beton*
Nachweis 2. Ordnung		
e_{0d}	mm	*Exzentrizität infolge geometrischer Imperfektionen*
e_{2d}	mm	*Exzentrizität infolge Verformung des Druckglieds*