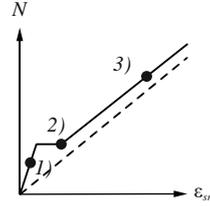


In diesem Anwendungsmuster wird anhand eines Musterquerschnitts die Anwendung der Zuggurt-App erklärt. Es wird aufgezeigt, wie die App bedient wird und wie sie für das angegebene Beispiel die Resultate berechnet. Es werden dafür drei verschiedene Belastungsstufen durchgerechnet:

- 1) Ungerissenes Verhalten bei  $N = 50 \text{ kN}$
- 2) Rissbildung bei  $N = N_r = 136.45 \text{ kN}$
- 3) Gerissenes Verhalten bei  $N = 200 \text{ kN}$



Alle Berechnungen werden mit  $\lambda = 1$  durchgeführt.

Eingabeparameter in der App

Es wird das Beispiel aus dem Kolloquium I betrachtet. Der modellierte Zuggurt umfasst dabei einen sich wiederholenden Abschnitt vom Gesamtquerschnitt mit  $n_s = 2$  Bewehrungsstäben:

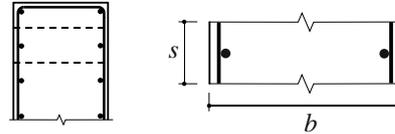
Eine Längsbewehrung  $\text{Ø}16 @ 150 \text{ mm}$ , zweischnittig mit

$$a_s = 2681 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \text{ ist eingelegt.}$$

$$A_s = a_s \cdot s = n_s \cdot \frac{\pi \cdot \text{Ø}^2}{4} = 402 \text{ mm}^2$$

$$A_c = s \cdot b = 45'000 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 0.893609\% \text{ (Hohe Genauigkeit für Replizierbarkeit der Resultate)}$$



Allgemein	Geometrie & Bewehrung	Baustoffe	Darstellung
Bruttobetongfläche $A_c$	-	45'000	mm <sup>2</sup> +
Bewehrungsgehalt $\rho$	-	0.893609	% +
Stabdurchmesser der Bewehrung $\text{Ø}$	-	16	mm

Allgemein	Geometrie & Bewehrung	Baustoffe	Darstellung
<b>Beton</b> (linear)	<b>Stahl</b> (bilinear)	<b>Verbund</b> (zweistufig, starr-plastisch)	
C30/37	B500B	Standardmodell	
$f_{ctm}$ 2.9 [MPa]	$f_{sk}$ 500 [MPa]	$\tau_{b0} = 2f_{ctm}$ 5.8 [MPa]	
$E_c$ 33.62 [GPa]	$k_s$ 1.08 [-]	$\tau_{b1} = f_{ctm}$ 2.9 [MPa]	
	$f_{tk}$ 540 [MPa]		
	$\epsilon_{su}$ 50 [‰]		
	$E_s$ 205 [GPa]		

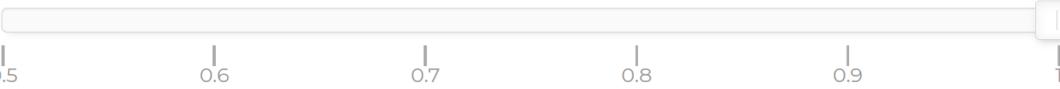
**1) N = 50 kN, ungerissenes Verhalten**

Allgemein
Geometrie & Bewehrung
Baustoffe
Darstellung

Normalkraft  $N$  - 50.000 kN +



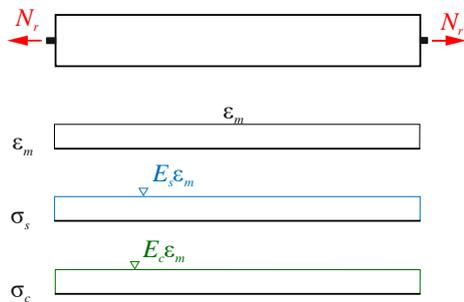
Rissabstandsparameter  $\lambda$  1.00



Zustandsgrößen

$\sigma_{sr}$	6.5	[MPa]	$\epsilon_{sm}$	0.032	[10 <sup>-3</sup> ]
$s_{rm}$	443.6	[mm]	$\Delta\epsilon$	0.575	[10 <sup>-3</sup> ]
$w_r$	0	[mm]			

Herleitung der Resultate:



Gesamtsteifigkeit:  $EA = E_s A_s + E_c \cdot (A_c - A_s) = 205'000 \cdot 8^2 \cdot \pi \cdot 2 + 33'600 \cdot (45'000 - 8^2 \cdot \pi \cdot 2) = 1.581 \text{ GN}$

Mittlere Dehnung:  $\epsilon_m = \epsilon_{cm} = \epsilon_{sm} = \frac{N}{EA} = 0.0316\text{‰}$

Stahlspannung:  $\sigma_s = E_s \epsilon_{sm} = 6.5 \text{ MPa}$

Dehnungsdifferenz:  $\Delta\epsilon = \frac{N}{E_s A_s} - \epsilon_{sm} = 0.575\text{‰}$

NB: Der Rissabstand  $s_r$  wird in der App angezeigt, da er ein rein geometrischer Parameter unabhängig von der Belastung ist. Bei einer Belastung unterhalb der Rissbildung ist er jedoch ein fiktiver Wert.

2)  $N = 136.45 \text{ kN}$ , abgeschlossenes Rissbild

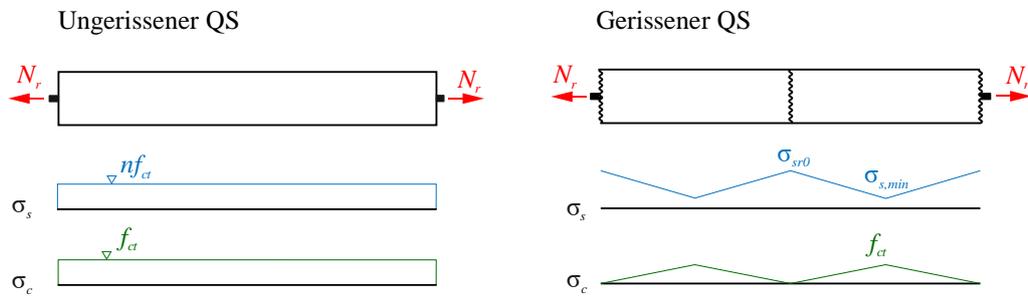
Allgemein
Geometrie & Bewehrung
Baustoffe
Darstellung

Normalkraft  $N$  - 136.450 kN +

Rissabstandsparameter  $\lambda$  1.00

Zustandsgrößen					
$\sigma_{sr}$	339.3	[MPa]	$\epsilon_{sm}$	0.871	$[10^{-3}]$
$s_{rm}$	443.6	[mm]	$\Delta\epsilon$	0.784	$[10^{-3}]$
$w_r$	0.37	[mm]			

Herleitung der Resultate:



$$N_r = A_c \cdot (1 - \rho) \cdot f_{ct} + A_s \cdot n \cdot f_{ct}$$

$$N_r = A_s \cdot \sigma_{sr0}$$

$$\rightarrow \sigma_{sr0} = f_{ct} \cdot \left( \frac{1}{\rho} - 1 + n \right)$$

Geometrische Parameter:

$$A_c = s \cdot b = 150 \cdot 300 = 45'000 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 2 \cdot r^2 \cdot \pi = 402 \text{ mm}^2$$

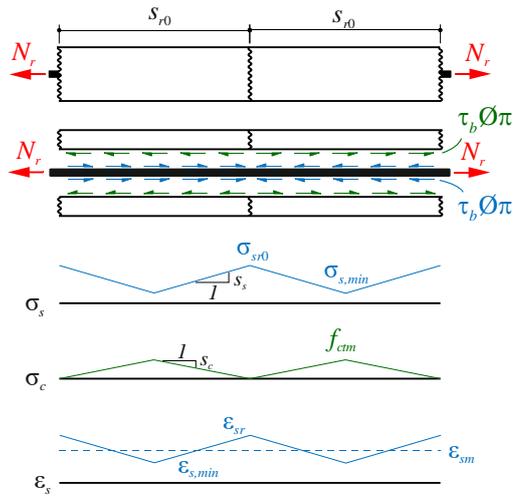
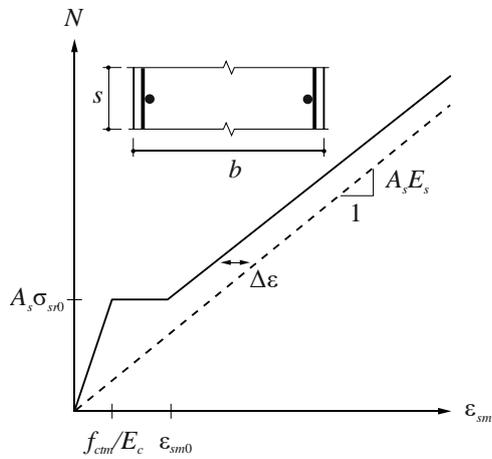
$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 0.893609\%$$

Parameter Zuggurtmodell

$$\tau_{b0} = 2 \cdot f_{ctm} = 5.8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sr} = \sigma_{sr0} = f_{ctm} \cdot \left( \frac{1}{\rho} - 1 + n \right) = 339.3 \text{ MPa}$$

NB: Für die Berechnung der Verbundspannung zwischen Beton und Bewehrung wird angenommen, dass die Bewehrung nicht ins Fließen kommt (andernfalls muss  $\tau_{b1}$  auf der Länge der fließenden Bewehrung angesetzt werden).



Verbundkraft im Risselement:

$$\tau_{b0} \cdot \pi \cdot \varnothing \cdot n_s = 583.1 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Steigung der Spannung im Stahl:

$$s_s = \frac{\tau_{b0} \cdot \pi \cdot \varnothing \cdot n_s}{n_s \cdot \frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4}} = \frac{4\tau_{b0}}{\varnothing} = 1.45 \frac{\text{MPa}}{\text{mm}}$$

Steigung der Spannung im Beton:

$$s_c = \frac{\tau_{b0} \cdot \pi \cdot \varnothing \cdot n_s}{A_c \cdot (1-\rho)} = \frac{4\tau_{b0}\rho}{\varnothing(1-\rho)} = 0.01 \frac{\text{MPa}}{\text{mm}}$$

Gleichung für maximalen Rissabstand:

$$s_c \cdot \frac{s_{r0}}{2} = f_{ctm}$$

Maximaler Rissabstand:

$$s_{r0} = 2 \cdot \frac{f_{ctm}}{s_c} = 443.6 \text{ mm}$$

Minimale Spannung im Stahl:

$$\sigma_{s,\min} = \sigma_{sr0} - s_s \cdot \frac{s_{r0}}{2} = 17.7 \text{ MPa}$$

NB: Die obige Betrachtung mit der Verbundkraft ist für die Bestimmung der minimalen Stahlspannung nicht notwendig. Unter der Bedingung, dass die Rissbildung gerade abgeschlossen ist ( $\sigma_{sr} = \sigma_{sr0}$ ) führen Kräftegleichgewicht in der Mitte des Risselements und die Überlegung  $\sigma_{s,\min} = f_{ctm} \cdot n$  zum selben Resultat:

$$\rightarrow \text{Kräfte - GGW } A_c \cdot (1-\rho) \cdot f_{ctm} + \sigma_{s,\min} \cdot A_s = \sigma_{sr0} \cdot A_s \rightarrow \sigma_{s,\min} = 17.7 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \text{Multiplikation der Betonspannung mit der Wertigkeit} \rightarrow \sigma_{s,\min} = f_{ctm} \cdot n = 17.7 \text{ MPa}$$



Stahldehnung am Riss:

$$\varepsilon_{sr0} = \frac{\sigma_{sr0}}{E_s} = 1.66 \text{ ‰}$$

Stahldehnung in der Mitte des Risselements:

$$\varepsilon_{s,\min} = \frac{\sigma_{s,\min}}{E_s} = 0.09 \text{ ‰}$$

Mittlere Stahldehnung:

$$\varepsilon_{sm0} = \frac{\varepsilon_{sr0} + \varepsilon_{s,\min}}{2} = 0.87 \text{ ‰}$$

Dehnungsdifferenz gegenüber nacktem Stahl:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{sr0} - \varepsilon_{sm0} = 0.78 \text{ ‰}$$

Mittlere Betondehnung:

$$\varepsilon_{cm} = \frac{f_{ctm}}{2 \cdot E_c} = 0.04 \text{ ‰}$$

Rissöffnung:

$$w_r = s_{r0} \cdot (\varepsilon_{sm0} - \varepsilon_{cm}) = 0.37 \text{ mm}$$

Vergleiche Steigungen auf S. 35 der VL!

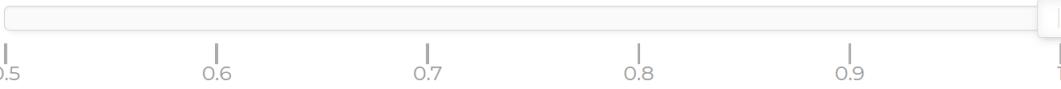
**3)  $N = 200 \text{ kN}$ , gerissenes Verhalten**

Allgemein
Geometrie & Bewehrung
Baustoffe
Darstellung

Normalkraft  $N$  - 200.000 kN +



Rissabstandsparameter  $\lambda$  1.00



Zustandsgrößen					
$\sigma_{sr}$	497.4	[MPa]	$\epsilon_{sm}$	1.642	$[10^{-3}]$
$s_{rm}$	443.6	[mm]	$\Delta\epsilon$	0.784	$[10^{-3}]$
$w_r$	0.71	[mm]			

Herleitung der Resultate:

Veränderte Parameter:

$$\sigma_{sr} = \frac{N}{A_s} = 497.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s,\min} = \sigma_{sr} - s_s \cdot \frac{s_{r0}}{2} = 175.7 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{sr} = \frac{\sigma_{sr}}{E_s} = 2.43 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{s,\min} = \frac{\sigma_{s,\min}}{E_s} = 0.86 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{\epsilon_{sr} + \epsilon_{s,\min}}{2} = 1.64 \text{ ‰}$$

$$w_r = s_{r0} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = 0.71 \text{ mm}$$

Gleichbleibende Parameter:

$$\Delta\epsilon = \epsilon_{sr} - \epsilon_{sm} = 0.78 \text{ ‰}$$

$$s_{r0} = 2 \cdot \frac{f_{ctm}}{s_c} = \frac{\varnothing}{4} \left( \frac{1}{\rho} - 1 \right) = 443.6 \text{ mm}$$

$$\epsilon_{cm} = \frac{f_{ctm}}{2 \cdot E_c} = 0.04 \text{ ‰}$$

$$s_r (= s_{rm} \text{ in der App}) = \lambda s_{r0} = s_{r0} (\lambda = 1)$$

NB: Da in den hier aufgeführten Betrachtungen mit charakteristischen Werten gerechnet wird, wird die Fließgrenze der Bewehrung zu 500 MPa angenommen, und nicht 435 MPa. Somit ist die getroffene Annahme der über das gesamte Risselement elastischen Bewehrung gültig.