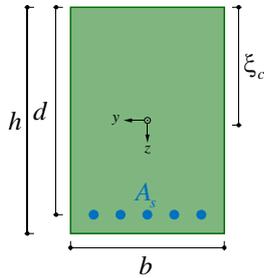


In diesem Anwendungsmuster wird aufgezeigt, wie das Momenten-Krümmungs-Diagramm für einen Stahlbetonbalken bestimmt wird. Der Querschnitt ist in der untenstehenden Abbildung dargestellt.



Geometrie und Bewehrung

Allgemein	Geometrie & Bewehrung	Baustoffe
Höhe h [mm]	<input type="text" value="600"/>	Bewehrung A_s [mm ²]
Breite b [mm]	<input type="text" value="400"/>	Statische Höhe d [mm]
		<input type="text" value="2'500"/>
		<input type="text" value="550"/>

Baustoffe

Es wird ein Beton C30/37 und Betonstahl B500B gewählt:

Allgemein	Geometrie & Bewehrung	Baustoffe
Beton	<input type="text" value="C30/37"/>	Stahl
	<input type="text" value="B500B"/>	
f_{ctm}	2.9 [MPa]	f_{sd}
f_{cd}	20 [MPa]	435 [MPa]
E_c	33.6 [GPa]	E_s
		205 [GPa]
		n
		6.10

Ideelle Querschnittswerte:

$$A_c = b \cdot h$$

$$\zeta_c = \frac{A_c \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (n-1) \cdot d}{A_c + A_s \cdot (n-1)} = 312.6 \text{ mm}$$

Ungerissene Biegesteifigkeit:

$$I_{yi}^I = \frac{h^3 b}{12} + \left(\frac{h}{2} - \zeta_c \right)^2 \cdot A_c + (d - \zeta_c)^2 \cdot A_s \cdot (n-1) = 7.96 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$EI_y^I = E_c \cdot I_{yi}^I = 267.49 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Gerissene Biegesteifigkeit:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = 1.14\%$$

$$x = d \left(\sqrt{n^2 \rho^2 + 2\rho n} - \rho n \right) = 170.2 \text{ mm}$$

$$EI_y^II = A_s \cdot E_s \cdot (d - x) \cdot \left(d - \frac{x}{3} \right) = 96.03 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Rissmoment:

$$M_r = f_{ctm} \frac{I_{yi}^I}{h - \zeta_c} = 80.3 \text{ kNm}$$

$$\chi_r^I = \frac{M_r}{EI_{yi}^I} = 0.30 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\chi_r^{II} = \frac{M_r}{EI_y^{II}} = 0.84 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

Biege widerstand:

$$x = \frac{A_s \cdot f_{sd}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b} = 159.9 \text{ mm}; \quad \frac{x}{d} = 0.29 < 0.35 \rightarrow \text{i.O.}$$

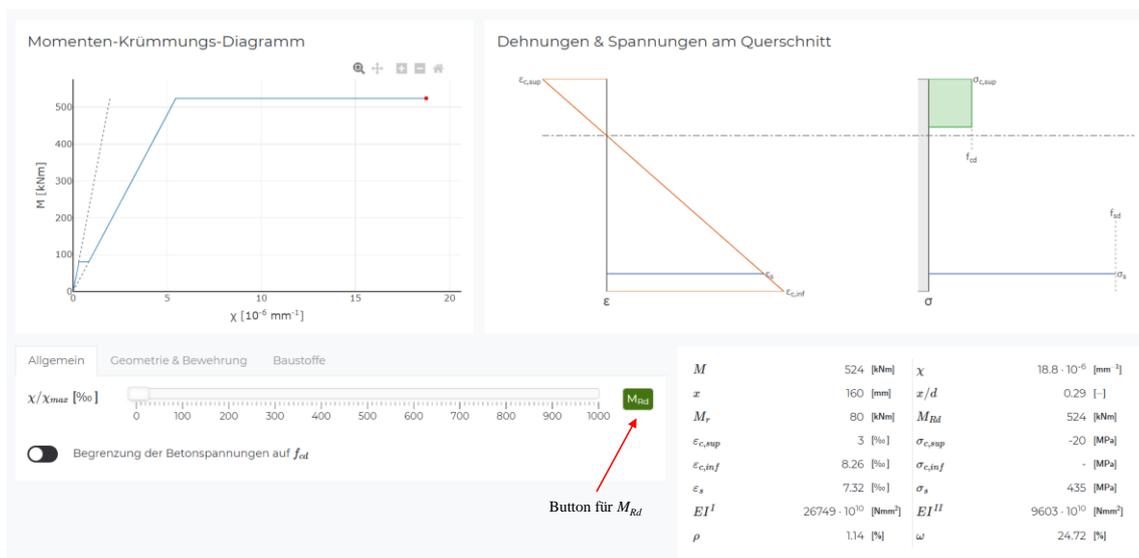
$$M_{Rd} = A_s \cdot f_{sd} \left(d - \frac{0.85x}{2} \right) = 524.2 \text{ kNm}$$

$$\omega = \frac{0.85x}{d} = 24.72\%$$

$$\chi_{Rd}^{II} = \frac{M_{Rd}}{EI_y^{II}} = 5.46 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\chi_{Rd} = \frac{3\text{‰}}{x} = 18.76 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

Im Abschnitt Allgemein kann der Button M_{Rd} aktiviert werden, wodurch der Biege widerstand mit den dazugehörigen Annahmen (Betonstauchung 3‰, f_{cd} auf 85% der Druckzonenhöhe ($0.85x$)) bestimmt wird.



Stahlbeton I		Seite 3/5
App Biegung	Anwendungsmuster	fm / 12.10.2020

Momenten-Krümmungs-Diagramm:

Das Momenten-Krümmungs-Diagramm kann ohne und mit Begrenzung der Betonspannungen auf f_{cd} in der App dargestellt werden. Das Diagramm ohne Begrenzung der Betonspannungen auf f_{cd} stellt eine Vereinfachung dar, da Betonspannungen über f_{cd} nicht möglich sind. Trotzdem ist der Unterschied der zwei Varianten gering:

Bis zum Erreichen von f_{cd} am äussersten Rand des Querschnitts verhalten sich die beiden Kurven gleich (elastisch-gerissener Zustand $M/\chi = EI''$). Ab dem Erreichen von f_{cd} am äussersten Rand folgt die Kurve mit Begrenzung der Betonspannungen nicht mehr der elastisch-gerissenen Steifigkeitsbeziehung. Die Krümmungen werden mit steigendem Moment grösser als für den Fall ohne Betonspannungsbegrenzung. Die Kurve mit Betonspannungsbegrenzung kann mittels Querschnittsanalyse bestimmt werden. Für das Momenten-Krümmungs-Diagramm ohne Begrenzung der Betonspannungen auf f_{cd} springt die Krümmung beim Erreichen von M_{Rd} von χ_{Rd}'' nach χ_{Rd} , während für das Diagramm mit Begrenzung der Betonspannungen die Krümmung mit steigendem Moment ebenfalls fortlaufend steigt. Weiter unterscheiden sich die Werte von M_{Rd} und χ_{Rd} minimal. Der Unterschied ist durch die unterschiedliche Druckzonenhöhe und damit verbundenem unterschiedlichem Hebelarm begründet.

Diagramm ohne Begrenzung der Betonspannungen auf f_{cd} :

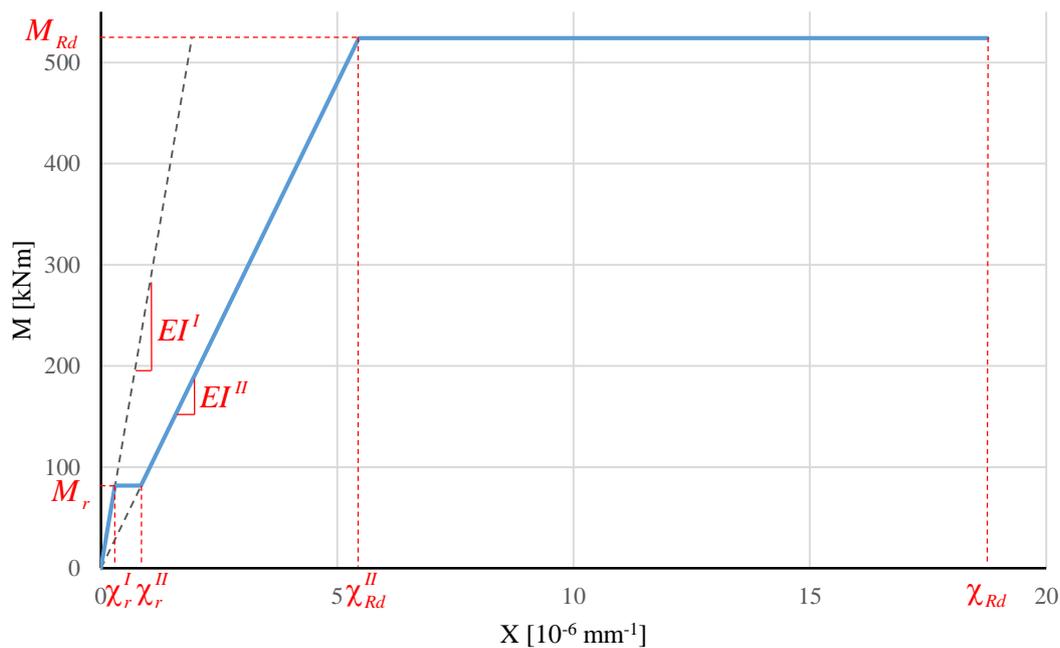
Charakteristische Punkte:

$$\chi_r^I = 0.30 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_r = 80.3 \text{ kNm}$$

$$\chi_r^{II} = 0.84 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_r = 80.3 \text{ kNm}$$

$$\chi_{Rd}'' = 5.46 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_{Rd} = 524.2 \text{ kNm}$$

$$\chi_{Rd} = 18.76 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_{Rd} = 524.2 \text{ kNm}$$



Stahlbeton I		Seite 4/5
App Biegung	Anwendungsmuster	fm / 12.10.2020

Diagramm mit Begrenzung der Betonspannungen auf f_{cd} :

Charakteristische Punkte:

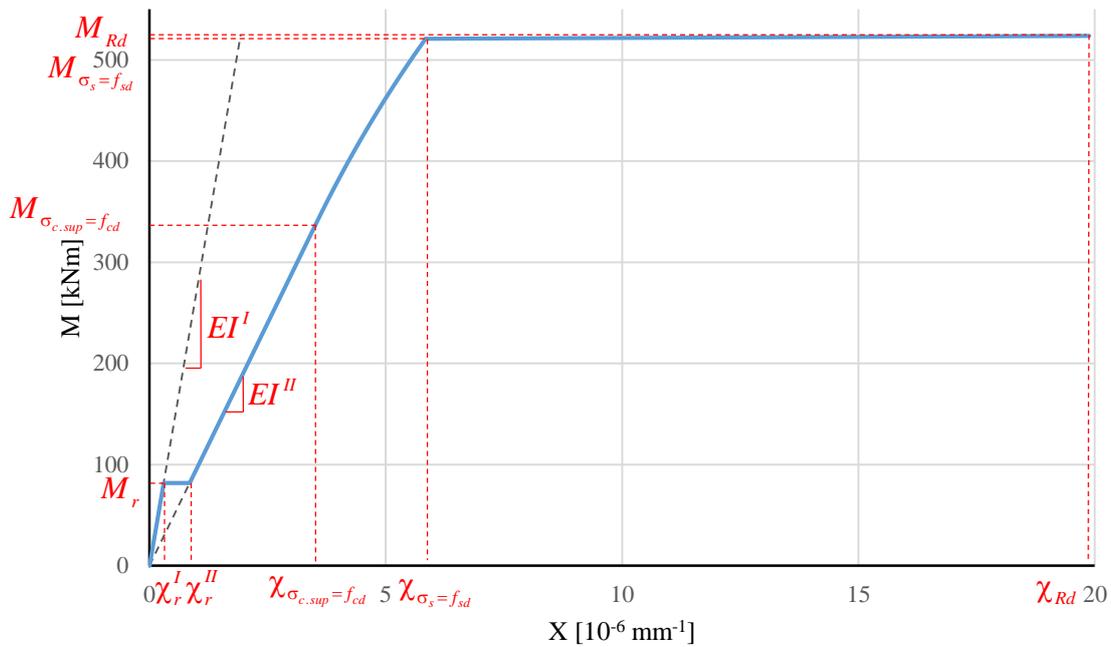
$$\chi_r^I = 0.30 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_r = 80.3 \text{ kNm}$$

$$\chi_r^{II} = 0.84 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_r = 80.3 \text{ kNm}$$

$$\text{Äusserste Faser erreicht } f_{cd}: \chi_{\sigma_{c,sup}=f_{cd}} = 3.50 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_{\sigma_{c,sup}=f_{cd}} = 335.7 \text{ kNm}$$

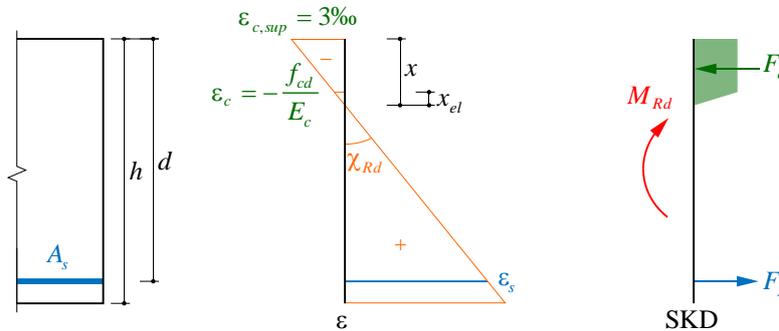
$$\text{Bewehrung erreicht Fließgrenze } f_{sd}: \chi_{\sigma_s=f_{sd}} = 5.84 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_{\sigma_s=f_{sd}} = 520.7 \text{ kNm}$$

$$\text{Betondehnung erreicht 3\%: } \chi_{Rd} = 19.88 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}; M_{Rd} = 523.9 \text{ kNm}$$



Stahlbeton I		Seite 5/5
App Biegung	Anwendungsmuster	fm / 12.10.2020

Querschnittsanalyse: Betondehnung erreicht 3‰ mit Begrenzung der Betonspannungen auf f_{cd} :



$$F_c(x) = f_{cd} \cdot b \cdot \left((x - x_{el}(x)) + \frac{x_{el}(x)}{2} \right); \quad x_{el} = x \frac{f_{cd}/E_s}{3‰}$$

$$F_s = A_s \cdot f_{sd}$$

$$F_c(x) - F_s = 0 \rightarrow x = 150.9 \text{ mm}, \quad x_{el} = 29.9 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = F_s \cdot d - b \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{(x - x_{el})^2}{2} + \left(x - \frac{2}{3} x_{el} \right) \cdot \frac{x_{el}}{2} \right) = 523.9 \text{ kNm}$$

$$\chi_{Rd} = \frac{3‰}{x} = 19.88 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

Alle Punkte des Momenten-Krümmungs-Diagramms mit Begrenzung der Betonspannungen auf f_{cd} für die gilt $\epsilon_{c,sup} \geq f_{cd}/E_c$, können mit einer Querschnittsanalyse, wie sie oben aufgezeigt ist, bestimmt werden. Dabei wird die Betondruckzone in einen elastischen und plastischen Abschnitt unterteilt. Im plastischen Abschnitt wird die Betonspannung auf f_{cd} begrenzt. Daraus resultiert eine trapezförmige Betonspannungsverteilung.

Es soll klargestellt werden, dass M_{Rd} für einen Tragsicherheitsnachweis immer mit dem Rechteck-Betonspannungsblock berechnet wird und nicht gerissen-elastisch mit dreiecks – oder trapezförmiger Betonspannungsverteilung.